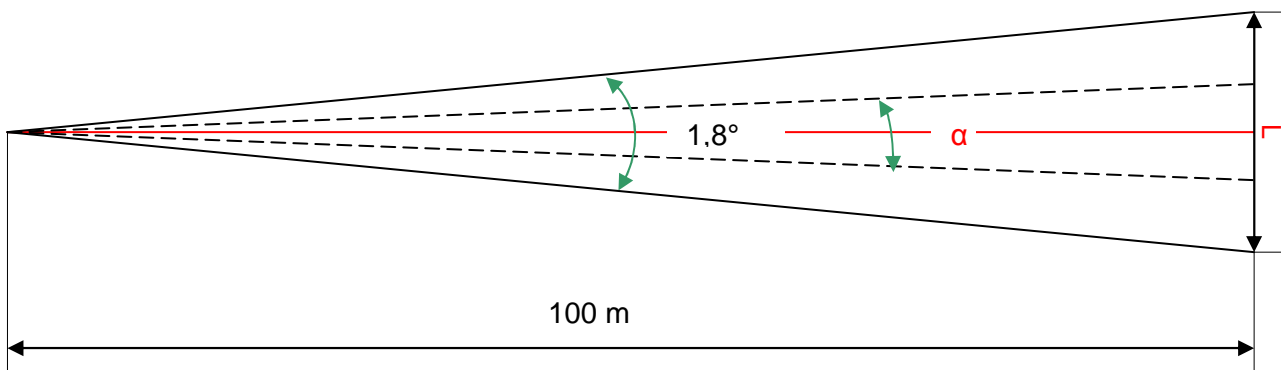


# CABLECAM de HYMATOM

**Q1)**

a) Calculer en mètres, le champ observable à 100 m avec le plus fort grossissement.

Champ observable :  $L = 100 \cdot 1,8 \cdot \frac{\pi}{180} \approx 3,1$  m (le calcul plus précis est  $2 \cdot 100 \cdot \tan(1,8/2)$ )



b) Calculer également l'angle de roulis admissible grâce au stabilisateur.

Angle de roulis :  $\alpha = 1,8/3 \approx 0,6^\circ$  ou  $10^{-2}$  rad

**Q2)**

Expliquer qualitativement et succinctement ce qui peut provoquer le tangage.

Le tangage est dû à la souplesse des câbles conjuguée au non alignement de l'axe centrale des AM du câble tracteur sur le chariot avec le centre d'inertie de ce dernier lors des phases accélérations et de décélérations.

## 1 FONCTION TECHNIQUE FT31 : COMMANDER LE DEPLACEMENT

### 1.1 MODÉLISATION DU MOTOREDUCTEUR

**Q3)**

a) Exprimer les quatre équations relatives au motoréducteur dans le domaine de Laplace en considérant que les conditions de Heaviside (conditions initiales nulles) sont respectées.

$$\begin{cases} Cs(p) = J_{eq} \cdot p \cdot \Omega_s(p) \\ U(p) = R \cdot I(p) + E(p) + L \cdot p \cdot I(p) \\ E(p) = k_e \cdot \Omega_s(p) \\ Cs(p) = k_t \cdot I(p) \end{cases}$$

b) Compléter les blocs modélisant le système sur le document réponse DR1.

Voir DR1.

**Q4)**

a) Déterminer le moment d'inertie équivalente  $J_{eq}$  de l'ensemble mobile (motoréducteur, câble tracteur et chariot, les moments d'inertie des autres éléments mobiles sont négligeables) rapportée à l'axe de sortie du motoréducteur.

$$2 \cdot T(\text{chariot}/0) + 2 \cdot T(\text{câble tracteur}/0) + 2 \cdot T(\text{motoréducteur}/0) = J_{eq} \cdot \omega_s^2$$

$$\rightarrow I_s^2 + L_T \cdot \rho_T \cdot \dot{x}_s^2 + J_m \cdot \omega_s^2 = J_{eq} \cdot \omega_s^2$$

$$\rightarrow + L_T \cdot \rho_T \cdot R_m^2 \cdot \omega_s^2 + J_m \cdot \omega_s^2 = J_{eq} \cdot \omega_s^2$$

$$\text{Donc : } = (M + L_T \cdot \rho_T) \cdot R_m^2 + J_m$$

$$\text{AN : } = (4,3 + 200 \cdot 0,01) \cdot 0,05^2 + 9,0 \cdot 10^{-3} \approx 2,48 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

b) Donner la part en pourcentage du moment d'inertie du moteur dans cette inertie équivalente sachant que l'inertie du moteur est  $J_{moteur} = 1430 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$  par rapport à son axe.

$$\text{On obtient : } 100 \cdot \frac{J_{moteur}}{J_{eq}}$$

$$\text{AN : } 100 \cdot 7^2 \cdot 1,43 \cdot 10^{-4} / 2,48 \cdot 10^{-2} \approx 28 \%$$

## 1.2 ÉTUDE DE LA BOUCLE FERMÉE

**Q5)**

- a) Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_o$  du système sous la forme canonique.

$$H_o(p) = H_c \cdot \frac{G \cdot R_m}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R + L \cdot p}{k_t \cdot k_s} J_{\dot{\theta}} \cdot p} = H_c \cdot \frac{G \cdot R_m}{k_s \cdot p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R \cdot J_{\dot{\theta}}}{k_t \cdot k_s} \cdot p + \frac{L \cdot J_{\dot{\theta}}}{k_t \cdot k_s} \cdot p^2}$$

- b) Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée  $H$  du système sous la forme canonique.

$$H(p) = \frac{H_o(p)}{1 + H_o(p)} = \frac{\frac{K'}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot \xi'}{\omega'_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega'^2_0}}}{1 + \frac{K'}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot \xi'}{\omega'_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega'^2_0}}} = \frac{K'}{K' + p \left( 1 + \frac{2 \cdot \xi'}{\omega'_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega'^2_0} \right)}$$

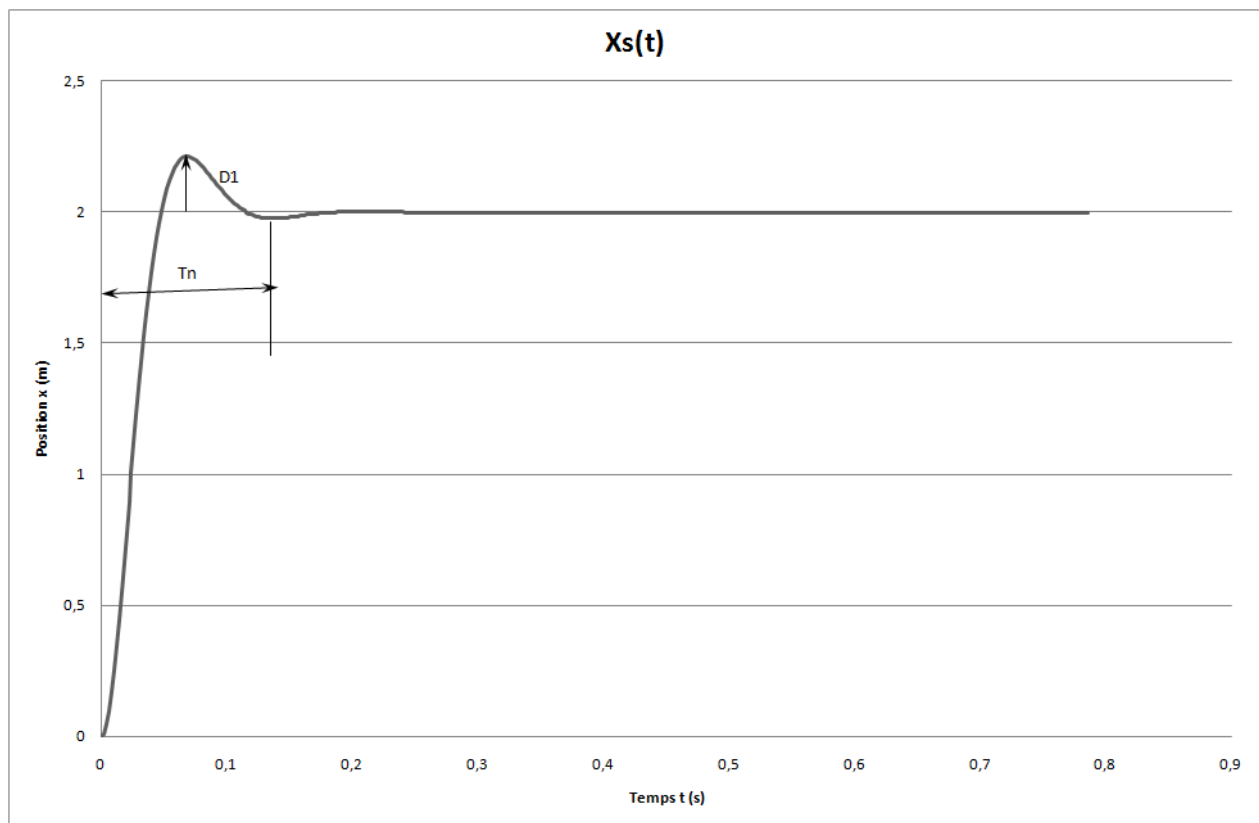
$$H(p) = \frac{1}{1 + \frac{k_s}{H_c \cdot G \cdot R_m} \cdot p + \frac{R \cdot J_{\dot{\theta}}}{H_c \cdot G \cdot R_m \cdot k_t} \cdot p^2 + \frac{L \cdot J_{\dot{\theta}}}{H_c \cdot G \cdot R_m \cdot k_t} \cdot p^3}$$

- Q6)** Déterminer le coefficient d'amortissement  $\xi$ , la pulsation propre non amortie  $\omega_0$  et le gain statique du système  $K$ .

$$H(p) = \frac{1}{1 + \frac{k_s}{G \cdot R_m} \cdot p + \frac{R \cdot J_{\dot{\theta}}}{G \cdot R_m \cdot k_t} \cdot p^2}$$

$$K = 1 \text{ (su)} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{G \cdot R_m \cdot k_t}{R \cdot J_{\dot{\theta}}}} = \sqrt{\frac{400 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 0,41}{0,1032 \cdot 5,10^{-2}}} = 56,4 \text{ rad/s} \quad \xi = \frac{\omega_d}{2} \cdot \frac{k_s}{G \cdot R_m} = \frac{56,4}{2} \cdot \frac{0,41}{400 \cdot 50 \cdot 10^{-3}} = 0,58 \text{ (su)}$$

- Q7)** Tracer l'allure de la réponse temporelle de ce système en faisant apparaître le signal de consigne pour une commande en échelon  $X_{c0}$  de 2 m. Exprimer et calculer l'amplitude du premier dépassement  $D_1$  et la pseudo période  $T_n$  puis, les indiquer sur le graphe.



$$D_1 = K \cdot X_{co} \cdot e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad \text{et} \quad T_n = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\text{AN : } D_1 = 1.2 \cdot e^{-\frac{\pi \cdot 0.58}{\sqrt{1-0.58^2}}} = 0.21 \text{ m} \quad \text{et} \quad T_n = \frac{2\pi}{56.4 \cdot \sqrt{1-0.58^2}} = 0.14 \text{ s}$$

**Q8)** Déterminer l'erreur statique du système. Dire si le comportement est compatible avec son utilisation. Justifier succinctement.

Il y a un intégrateur dans la chaîne directe donc l'erreur statique est nulle.

L'erreur statique est nulle. Cependant, le déplacement  $D_1$  est trop important tout comme la vitesse et l'accélération maximales.

**Q9)** Déterminer la valeur maximale de la tension appliquée aux bornes du motoréducteur pour cette commande. Vérifier si cette valeur est compatible avec les capacités physiques du motoréducteur. Justifier succinctement.

$U(p) = H_c \cdot G \cdot \varepsilon(p)$  ;  $\varepsilon(p)$  est maxi au démarrage donc,  $U_{\text{maxi}} = G \cdot X_{co}$

$$\text{AN : } U_{\text{maxi}} = 400 \cdot 2 = 800 \text{ V}$$

Cette valeur n'est pas compatible puisque  $U_{\text{max}} = 24 \text{ V}$

**Q10)**

a) Identifier de manière qualitative le type de consigne en position correspondant à chacune de ces trois phases pour le système.

Phase 1 et 3 : consigne en accélération ou parabolique.

Phase 2 : consigne en vitesse ou rampe.

b) Sur le document réponse DR2, tracer l'allure de la position du chariot jusqu'à son arrêt. Ne pas faire de calculs.

Voir DR2. NB : si la durée des phases est supérieure à 0,15 s, il y a superposition des courbes.

**Q11)** Indiquer sur la courbe précédente l'endroit où l'erreur est maximale. Justifier succinctement.

Voir DR2. NB : si la durée des phases est supérieure à 0,15 s, il y a superposition des courbes.

**Q12)**

- a) Sur le graphe semi log du document réponse DR3, tracer en bleu les diagrammes asymptotiques et l'allure des courbes réelles des lieux de Bode de la FTBO,  $H_0$ . Indiquer également la marge de gain  $MG$  et la marge de phase  $M\phi$ .

Voir DR3.

La marge de gain  $MG$  est infinie et la marge de phase  $M\phi$  est de  $60^\circ$ .

- b) Commenter succinctement ces valeurs vis-à-vis de la stabilité.

La marge de gain est supérieure à 12 dB et la marge de phase est supérieure à  $45^\circ$ . Donc, a priori le système est stable. Cependant, des oscillations peuvent subsister.

### 1.3 CORRECTION DU SYSTEME

Afin d'améliorer les performances du système, on décide de mettre en place une correction par avance de phase.

$$H_c(p) = \frac{1 + a\tau p}{1 + \tau p} \text{ avec } \tau = 0,01 \text{ s et } a = 2,9$$

- Q13)** Sur le graphe semi log du document réponse DR3, tracer en noir le diagramme asymptotique du lieu de Bode en gain correspondant au correcteur. La phase du correcteur est déjà tracée.

Voir DR3.

- Q14)** Sur le graphe semi log du document réponse DR3, tracer en vert l'allure des courbes réelles des lieux de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé. Indiquer également la marge de gain  $MG_c$  et la marge de phase  $M\phi_c$ .

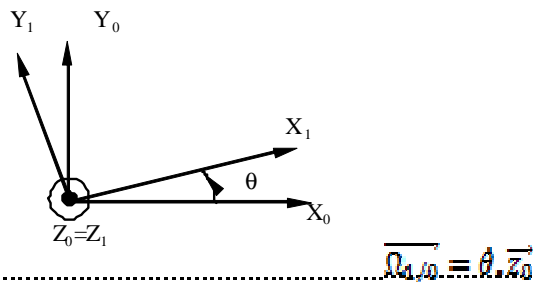
Voir DR3

La marge de gain  $MG_c$  est infinie et la marge de phase  $M\phi_c$  est de  $80^\circ$ .

- Q15)** Commenter succinctement l'apport de ce correcteur sur la stabilité du système. L'augmentation de la marge de phase a augmenté la stabilité.

## 2 FONCTION TECHNIQUE FT32 : LIMITER LE TANGAGE

- Q16)** Afin de faciliter certains calculs qui vont suivre, tracer la figure de changement de base entre les repères  $R_0$  et  $R_1$ . Puis, exprimer le vecteur rotation associé.



- Q17)** Pour déterminer les équations scalaires du mouvement :

- a) Appliquer au chariot le théorème de la résultante dynamique. Laisser l'équation sous sa forme vectorielle.

$$M \cdot \vec{g} + \vec{R}_A + \vec{R}_B + \vec{T}_D = M \cdot \Gamma_0^G$$

- b) Appliquer au chariot le théorème du moment dynamique exprimé au point G. Laisser l'équation sous sa forme vectorielle.

$$\vec{GA} \wedge \vec{R}_A + \vec{GB} \wedge \vec{R}_B + \vec{GD} \wedge \vec{T}_D = \delta_{1/0}^G$$

- c) En déduire le système d'équations scalaires du mouvement en projetant les équations vectorielles précédentes dans la base 0.

$$(R_A \cdot \sin(\delta_A) + R_B \cdot \sin(\delta_B) - T_D \cdot \cos(\theta_1)) = M \cdot \ddot{x}_G$$

$$(R_A \cdot \cos(\delta_A) + R_B \cdot \cos(\delta_B) - T_D \cdot \sin(\theta_1)) = M \cdot (\ddot{y}_G + g)$$

$$(y_G \cdot y_1 - x_A \cdot x_1) \wedge (R_A \cdot \sin(\delta_A) \cdot x_0 + R_A \cdot \cos(\delta_A) \cdot y_0) + (y_G \cdot y_1 + x_B \cdot x_1) \wedge (R_B \cdot \sin(\delta_B) \cdot x_0 + R_B \cdot \cos(\delta_B) \cdot y_0)$$

$$+ ((y_G + y_D) \cdot y_1 - x_D \cdot x_1) \wedge (-\cos(\theta_1) \cdot x_0 - \sin(\theta_1) \cdot y_0) \cdot T_D = \left( \frac{d\delta_{1/0}^G}{dt} \right)_0$$

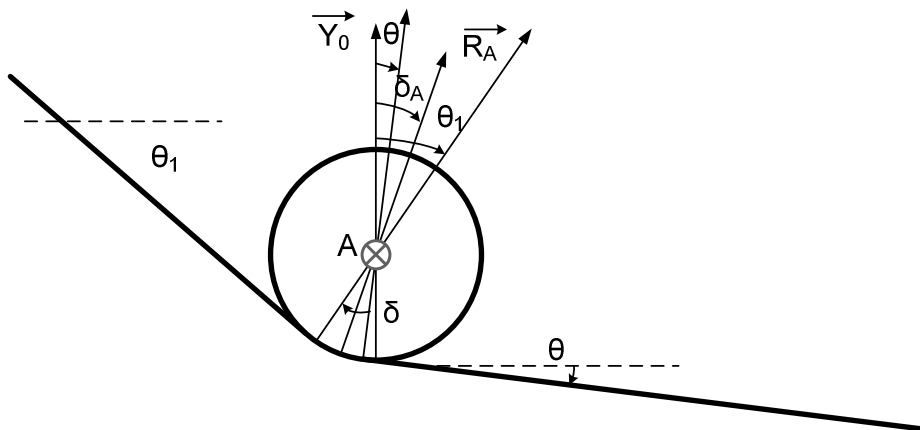
$$\text{Or, } \delta_{1/0}^G \cdot \vec{k}_0 = J_G \cdot \dot{\theta}$$

$$R_A(-y_G \cdot \sin(\delta_A + \theta) - x_A \cdot \cos(\delta_A + \theta)) + R_B(-y_G \cdot \sin(\delta_B + \theta) + x_B \cdot \cos(\delta_B + \theta))$$

$$+ T_D((y_G + y_D) \cdot \cos(\theta - \theta_1) - x_D \cdot \sin(\theta - \theta_1)) = J_G \cdot \ddot{\theta}$$

Pour résoudre ce système, il faut déterminer les angles  $\delta_A$  et  $\delta_B$ .

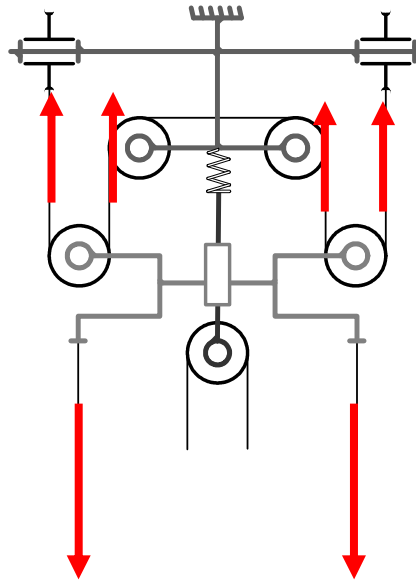
- Q18)** On suppose que l'action mécanique ( $\vec{R}_A$  ou  $\vec{R}_B$ ) du câble porteur sur une roue peut être modélisée par un glisseur dont l'axe central passe par la bissectrice de l'angle d'enroulement. Exprimer les angles  $\delta_A$  et  $\delta_B$  en fonction des angles  $\theta$ ,  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .



$\delta$  est l'angle total d'enroulement du câble sur la roue avant (de centre A). Donc :

$$\delta_A = \frac{\theta + \theta_1}{2} ; \delta_B = \frac{\theta + \theta_2}{2}$$

- Q19)** Les contrepoids ont chacun une masse  $M_p$  de 50 kg (voir le détail du moufle sur la figure 1). En déduire l'expression de la tension  $T_p$ , sur un des points d'attache des câbles porteurs sur le moufle. Décrire la démarche de résolution. Faire l'application numérique.



On isole la partie mobile du moufle avec les morceaux liés du câble attaché aux contrepoids et on applique le théorème de la résultante statique en projection sur l'axe Ox.

$$T_p = 2 \cdot M_p \cdot g$$

$$T_p = 2 \cdot 50 \cdot 9,81 = 981 \text{ N}$$

- Q20)** En déduire la relation géométrique, reliant les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  des câbles porteurs en fonction de la position  $x_s$  du chariot.

$$x_s \cdot \tan \theta_1 = -(L_p - x_s) \cdot \tan \theta_2$$

- Q21)** Appliquer à l'ensemble, chariot plus les câbles dans son voisinage proche le théorème de la résultante dynamique en projection sur  $y_0$ .

$$-T_p \cdot \sin \theta_1 - T_D \cdot \sin \theta_1 + T_p \cdot \sin \theta_2 - M \cdot g = M \cdot \ddot{y}_s$$

- Q22)** Faire un développement à l'ordre 1 des équations précédentes pour en déduire les lois du mouvement. On négligera la composante verticale de la résultante dynamique par rapport aux autres actions mécaniques. De plus, on prendra  $y_G$  nul.

$$x_s \cdot \theta_1 = -(L_p - x_s) \cdot \theta_2$$

$$-T_p \cdot (\theta_1 - \theta_2) - T_D \cdot \theta_1 = M \cdot g$$

Le chariot devant rester en place, le système de commande doit générer un certain couple de maintien  $C_R$ . Après résolution, simplification et linéarisation des équations obtenues à la question précédente, on obtient :

$$9 \cdot 10^{-3} (50 - x_s) - T_D = 4,3 \cdot \ddot{x}_s$$

- Q23)** Déterminer la transmittance  $H_{MIC}(p) = C_R(p) / X_s(p)$ .

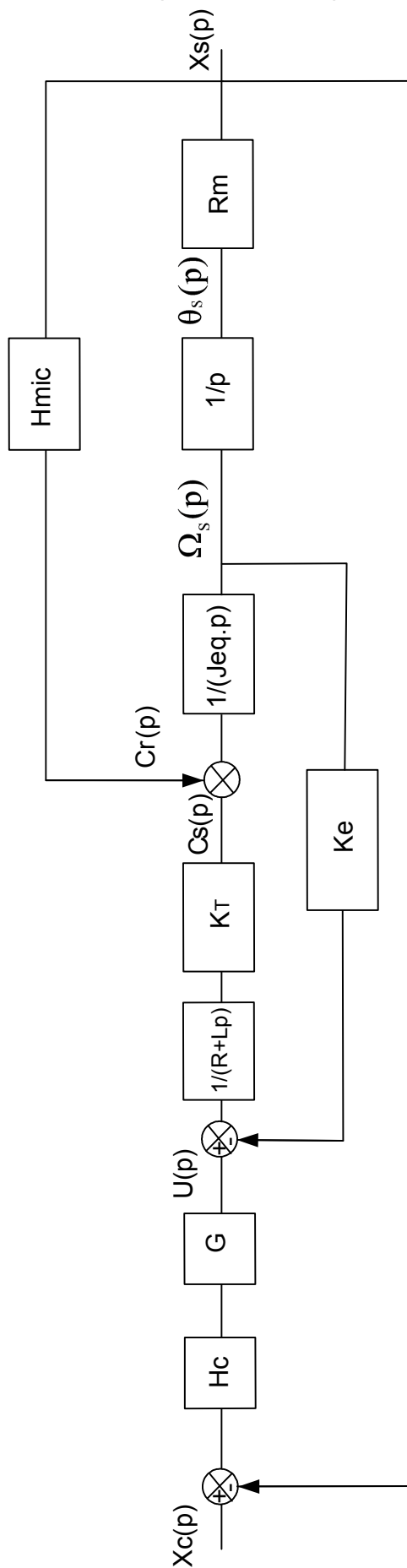
Si les câbles sont horizontaux  $T_D = 4,3 \cdot \ddot{x}_s$

$$\text{Donc } C_R \cdot R_m = 9 \cdot 10^{-3} (50 - x_s)$$

On doit faire un changement de variable pour travailler autour du point de fonctionnement  $x(t) = 50 - x_s(t)$

$$\text{et } X_s(p) = TL(x(t)) \rightarrow H_{MIC}(p) = \frac{9 \cdot 10^{-3}}{R_m} = 0,18$$

Q24) Tracer le nouveau schéma bloc prenant en compte  $C_R$ .



**Q25)** Déterminer l'erreur statique et vérifier si le cahier des charges fonctionnel est respecté.

$$\varepsilon(p) = \frac{J_{\dot{e}q} \cdot p^2 + \frac{J_{\dot{e}q} \cdot p \cdot k_t \cdot k_e}{R + L \cdot p} + H_{MIC} \cdot R_m}{J_{\dot{e}q} \cdot p^2 + \frac{J_{\dot{e}q} \cdot p \cdot k_t \cdot k_e}{R + L \cdot p} + H_{MIC} \cdot R_m + \frac{H_c \cdot G \cdot R_m \cdot k_t}{R + L \cdot p}} \cdot X_s(p)$$

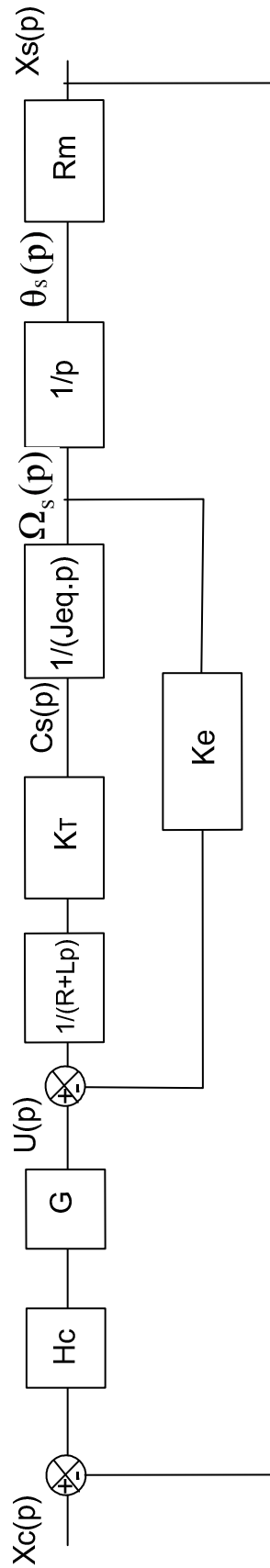
$$\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon(p) = \frac{X_{C0}}{1 + \frac{H_c \cdot G \cdot k_t}{H_{MIC} \cdot R}}$$

AN :  $\varepsilon_s = 1,13 \cdot 10^{-4} X_{C0}$

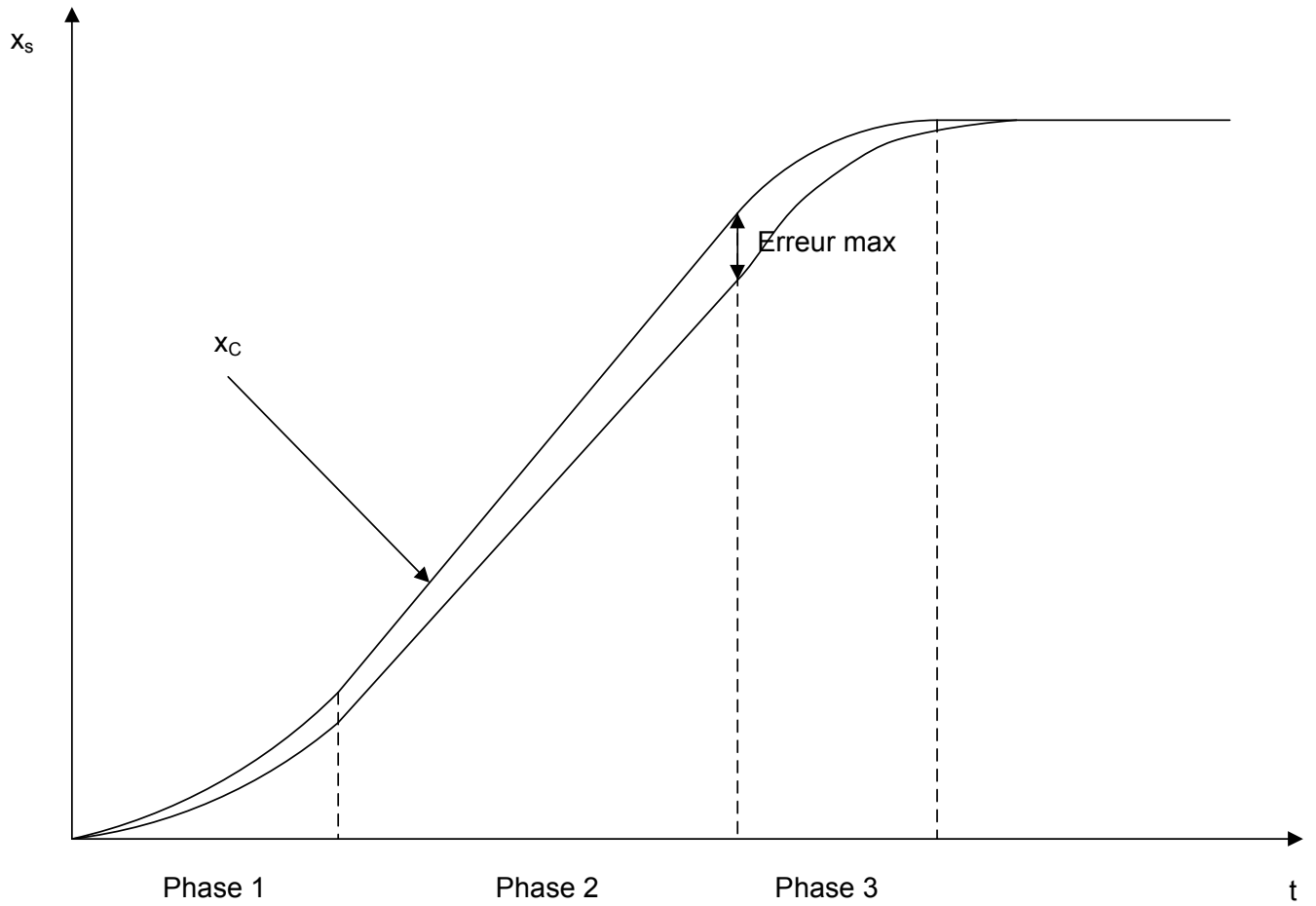
Le cahier des charges est vérifié.



# Document Réponse DR1 :



## Document Réponse DR2 :



NB : pendant la phase 2, les courbes sont parallèles car  $K = 1$

# Document Réponse DR3 :

