


<http://www.jeusetetmaths.com>

I  ²
Maths

CORRECTION

les nombres relatifs et les puissances

Les Statistiques

1. Effectifs, fréquences et graphiques

Le but des statistiques est d'étudier des séries de nombres et les présenter sous une forme adaptée (tableaux, graphiques...). On dispose ainsi à partir de ces résultats des modèles ou des prévisions ; météo, fluctuations boursières, rentabilité d'une entreprise...

Le caractère est la qualité étudiée qui va permettre de classer (des personnes ou des objets de la population selon différentes valeurs, (ex : la couleur des yeux, l'âge, la taille, le nombre de frères et sœurs...))

L'effectif est le nombre d'éléments correspondant à un caractère que l'on a comptabilisé.

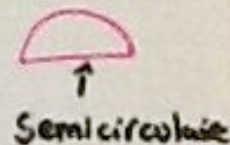
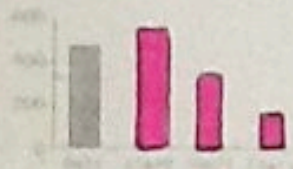
La fréquence se calcule par $\frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$. On l'exprime souvent sous forme de **pourcentage**.

Exemple : Dans une classe de 20 élèves, 16 ont les yeux marrons. La population étudiée est **une classe**. Le caractère étudié est **les yeux marrons**.
L'effectif total est 20, la fréquence d'élèves ayant les yeux marrons est $\frac{16}{20} = 0,8$ et $0,8 \times 100 = 80\%$.

Ex 1 : On donne la répartition de la population par tranches d'âges sur 1500 personnes. On a rangé la série en classe.

Classes d'âges	Effectifs	Fréquences	Effectifs cumulés croissants	Effectifs cumulés décroissants	Âges
0 à 24 ans	450	$\frac{30}{100}$	450	1050	15
25 à 39 ans	570	$\frac{38}{100}$	1020	480	32
40 à 59 ans	380	$\frac{25}{100}$	1400	70	45
60 ans et plus	100	$\frac{7}{100}$	1500	0	59
TOTAL	1500	100			

- Sur cette population, combien de personnes ont moins de 24 ans ? 450 ont plus de 49 ans ? 480
- Calcule la fréquence de la classe d'âge = 0 à 39 ans = $\frac{38+30}{100} = 68\%$
- Construis le diagramme barre des effectifs et le diagramme circulaire représentant les fréquences du tableau.



2. Moyennes, Etendue, Médiane et Quartiles d'une série statistique

La **moyenne** est le quotient de la somme des **effectifs** par l'effectif **total**.

Ex 2 : Lors d'un contrôle de mathématiques on a relevé les notes sur 20 suivantes :

12 6 12 18 10 12 10 12 16 12 18 6 12 6 12 6 14 12 16 12

a. Calcule la moyenne : $\frac{12+6+12+18+10+12+10+12+16+12+18+6+12+6+12+6+14+12+16+12}{20} = 11,7$

b. Complète le tableau :

Note sur 20	1	2	3	4	5	Total
Effectifs	6	6	6	5	5	30
Proportions	$\frac{6}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{30}{20}$
Effectifs cumulés croissants	6	12	18	23	28	30

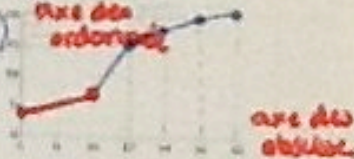
c. Calcule la moyenne pondérée :

$\frac{(6 \times 1) + (6 \times 2) + (6 \times 3) + (5 \times 4) + (5 \times 5)}{30} = 11,7$

d. Combien y a-t-il de notes en dessous de 10 ? 6 (ou 14)

e. Construis le graphique des effectifs cumulés croissants.

une courbe



Ex 1

$1500 = (480 + 570 + 380 + 100) = 1530$

$\frac{570}{1500} = 0,38 = \frac{38}{100} = 38\%$

produit en pourcentage : $570 \times 100 = 1500 \times x$

$x = \frac{570 \times 100}{1500} = 38$

la proportionnalité : $570 : 1500 = 38$

Produit en bois (loges) $1500 \times 2 = 3000$ à 300

$x = \frac{480 \times 300}{1600} = 90$

La proportionnalité $3,2 \times 3,6 = 115,2$

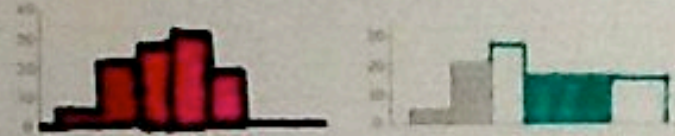
Proportion $\frac{1}{20} = \frac{90}{180} = 50\%$

$6 \times 5 = 30$

Ex 3 : Lors d'une visite médicale, on a obtenu les tables suivantes :

Tranche	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	Total
Niveau de classe	180	140	150	160	170	190	X
Effectif	40	30	35	40	40	60	250
Fréquence	16%	12%	14%	16%	16%	24%	100%
angle	57,6°	43,2°	47,6°	51,8°	51,8°	75,6°	210,6°

- a. Calcule la taille moyenne.
- b. Représente le diagramme semi-circulaire des fréquences sur un cercle de rayon 6cm.
- c. Complète les 7 histogrammes des fréquences.



L'étendue d'une série est la différence entre les 2 valeurs extrêmes de la série.
 La médiane d'une série est la valeur qui partage la série en 2 groupes de même effectif tels que :
 - Tous les éléments du premier groupe ont des valeurs inférieures ou égales à la médiane.
 - Tous les éléments du deuxième groupe ont des valeurs supérieures ou égales à la médiane.
 La médiane est donc la valeur centrale de la série que l'on a ordonnée dans l'ordre croissant.

Ex 4 : on considère les 2 séries statistiques suivantes :

a $13, 14, 11, 15, 19, 14, 17$
 $\frac{13+14+11+15+19+14+17}{7} = 15$
 Moyenne = 15, Etendue = 6, Médiane = 14

b $18, 17, 2, 12, 20, 14$
 $\frac{18+17+2+12+20+14}{6} = 15$
 Moyenne = 15, Médiane = 15,5

Les séries a et b ont la même moyenne, mais la série b est plus dispersée que la série a.

On appelle le premier quartile d'une série, la valeur qui sépare les 25% (ou le quart) inférieurs des données et le troisième quartile, la valeur qui sépare les 75% (ou les trois quart) inférieurs.

Exemple : Voici le temps consacré, en minutes, au petit déjeuner par 14 personnes.
 16 12 9 17 19 13 10 4 8 7 8 14 12 9

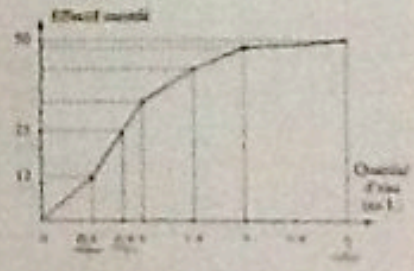
- On commence par ranger les 14 valeurs dans l'ordre croissant :
 4 7 8 8 9 9 10 12 12 13 14 16 17 19
- 13 = 4-5 donc l'étendue est 15min
 - 16/2 = 8 donc tout nombre compris entre le 7^{ème} et le 8^{ème} valeur peut être considéré comme médiane. En général, on prend la demi-somme de ces deux valeurs : c'est 11min $\frac{10+12}{2}$
 - La moitié du groupe consacre moins de 11 minutes au petit déjeuner
 - 25% et 75% de 14 sont égaux à 3,5 et 10,5 donc le premier quartile est la 4^{ème} valeur, soit 8min, et le troisième quartile est la 11^{ème} valeur, soit 14min

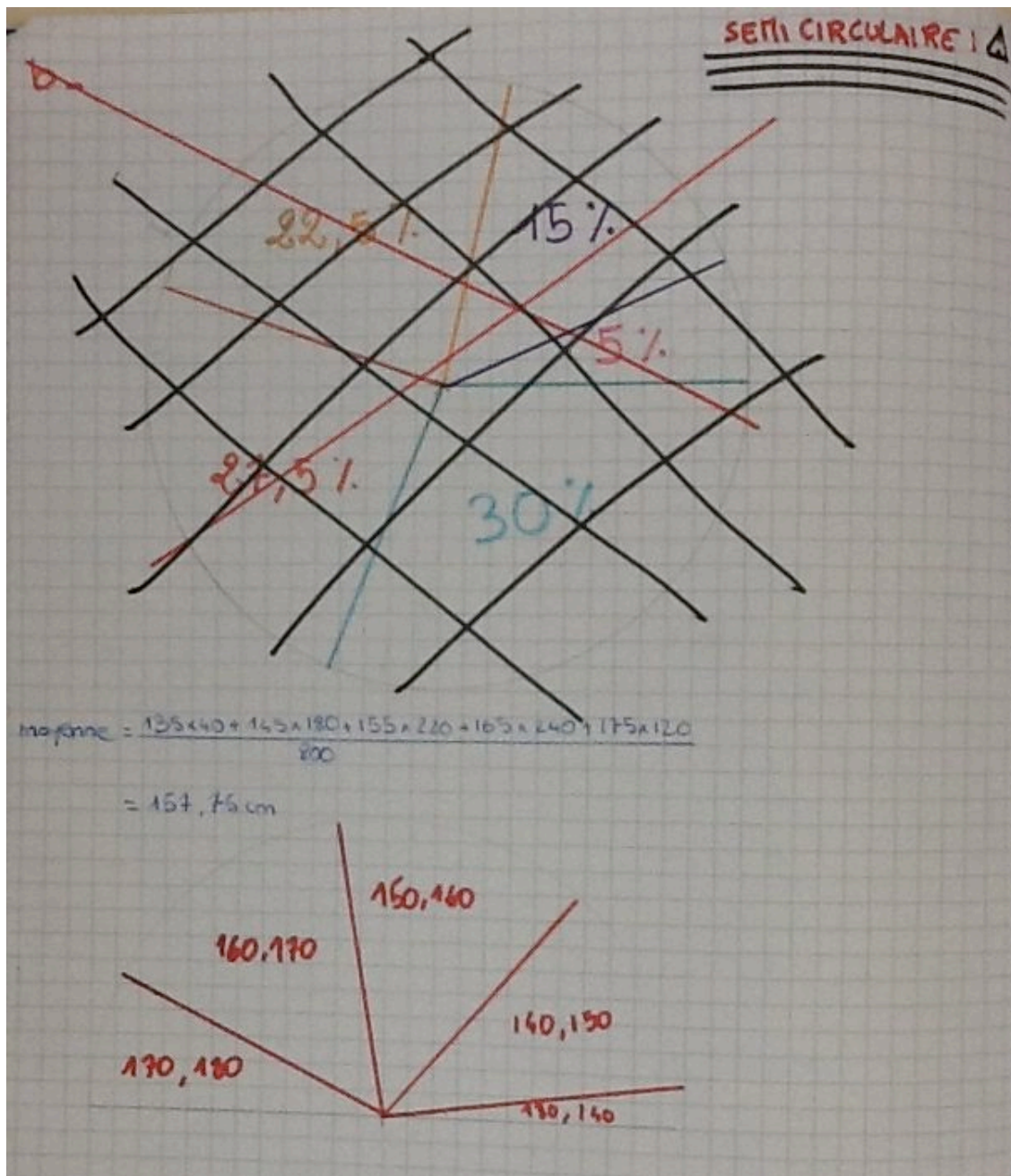
Ex 5 : Ce tableau donne la répartition des salaires mensuels des employés d'une petite entreprise.

Tranche de salaire (en €)	1000	1200	1400	1600	1800	2000
Effectif	2	3	4	5	6	7
Fréquence	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35

- a. Calcule le salaire moyen d'un employé.
- b. Dans quelle classe est situé le salaire médian ? Que signifie 4-7 ?

Ex 6 : A la combustion, Quelle quantité d'eau chaude vient être produite ?
 Les cinquante personnes interrogées ont donné des réponses qui ont permis de tracer la courbe suivante.
 L'effectif total est 50.
 La médiane est 0,5.
 Aussi la moitié des personnes interrogées trouvent moins de 0,5 l'eau !





Ex 5

a.

$$= \frac{1100 \times 8,5 + 1300 \times 11,5 + 1500 \times 28,5 + 1700 \times 44 + 2100 \times 6,5}{100}$$

$$= \frac{93,50 + 162,50 + 427,50 + 74900 + 13650}{100}$$

$$= \frac{156800}{100}$$

= 1568 € salaire moyen est 1568€

b. Le salaire médian est situé dans la classe 1400 à 1600 €. Il signifie q'environ 50% des employés touchent \ominus de 1600 € et q'environ 50% des employés touchent \oplus de 1600 €.