

<http://www.jeusetetmaths.com>

I  ²
Maths

CORRECTION

les nombres relatifs et les puissances

1. Les nombres relatifs

I ♥ $(-3,5), (+12), 0, (+7,1), (-12,71)$ sont des nombres relatifs. $(-3,7)$ est l'opposé de $(+3,7)$.

Autre Pour simplifier l'écriture d'une suite d'additions de relatifs, on supprime les parenthèses en tenant compte de l'opération et du signe du nombre qui suit.

$+(+2)$ devient $+2$ $-(-2)$ devient $+2$ $-(+2)$ devient -2 $+(-2)$ devient -2

Si $(+5) + (+2) = 5+2 = 7$ $(-5) + (-2) = -5-2 = -7$ $(+5) + (-2) = 5-2 = 3$ $(-5) + (+2) = -5+2 = -3$
 $(+5) - (+2) = 5-2 = 3$ $(-5) - (-2) = -5+2 = -3$ $(+5) - (-2) = 5+2 = 7$ $(-5) - (+2) = -5-2 = -7$

Ex 1 : Effectue les calculs suivants après avoir simplifié a $(+2,5) + (-12)$ b $-14,2 + (+17,2)$ c $(+7,6) + (-7,6)$

d $3,2 - (-2,1)$ e $(-2) - 7$ f $-7 - (+2,5)$ g $-8 - (-3)$ h $-7 - 6 + 4 - 9 - (-6)$ i $10 - 2,3 + 2,1 + 9,2 - (-3,7) + (-2,1)$

I ♥ Si il y a un nombre pair de négatifs dans un produit ou un quotient alors le résultat est positif.
Autre Si il y a un nombre impair de négatifs dans un produit ou un quotient alors le résultat est négatif.

Si $(-2) \times (+2) \times (-6) = 24$ $(-0,5) \times (-4) \times (+1) \times (-1) = -6$

Ex 2 : Effectue les calculs suivants a $0,3 \times (-4)$ b $(-0,7) \times 10$ c 14×0 d $(-3) \times (-1)$ e $0 \times (-2)$

f $(-2) \times 3 \times (-5)$ g $-5 \times (-2)$ h $\frac{2}{-4}$ i $\frac{3}{-1}$ j $(-3) \times (-2) \times (-1) \times 4$ k $5 \times (-0,1) \times (-7)$ l $(-2) \times 3 \times (-5) \times (-4)$

6e Ne pas écrire $5 \times -2 = -10$ mais $5 \times (-2) = -10$

I ♥ En présence de parenthèses, on effectue d'abord les calculs à l'intérieur des parenthèses.

Autre En l'absence de parenthèse, on effectue d'abord les multiplications et les divisions.

S'il reste que des additions ou des soustractions, ou bien que des multiplications ou des divisions, on effectue les calculs de gauche à droite.

Si $10 + 2 \times (-2) - 48 \div (-4) + 1 = 10 - 4 + 12 + 1 = 19$

Ex 3 : Calcule les expressions suivantes en écrivant les étapes intermédiaires :

A $= 7 + 4 \times (-6)$

B $= -6 \times (3 + 7)$

C $= -37 - (-6) \times (-5)$

D $= -3 \times 11 - 7 \times (-4)$

E $= 32 \div (-4) + 2 - 7 \times (-3)$

F $= -4 \div [(-4) \times (12 - 17)]$

2. Les puissances d'un nombre relatif

I ♥ a^n se lit a puissance n ou a exposant n. $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$ pour $n \geq 2$.

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ pour $n \geq 2$ et $a \neq 0$. $a^0 = 1$ $a^1 = a$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$ $1^n = 1$ $0^n = 0$

Si $5^2 = 5 \times 5 = 25$ $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$ $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

Ex 4 : Calcule $2^3 = 16$ $5^2 = 25$ $(-1)^3 = -1$ $(-1)^6 = +1$ $-2^4 = 16$ $(-2)^4 = 16$

I ♥ $a^n \times a^m = a^{n+m}$ $(a^n)^m = a^{n \times m}$ $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ donc $a^n \times b^n = (a \times b)^n$

Ex 5 : Écris sous la forme d'une puissance d'un nombre (soit la forme a^n) : $3^2 \times 3^5$ $(-2)^5 \times (-2)^4$

$8^3 \times 8^5$ $(5^4)^2$ $(2^3)^4 \times 2^2$ $5^4 \times 3^4$ $(7^5 \times 7^3)^2$ $5^5 \times (-4)^2$

Exercise 1

a. $(+2,5) + (-12) = 2,5 - 12 = -9,5 /$

b. $-14,2 + (+17,2) = -14,2 + 17,2 = +3 /$

c. $(+7,6) + (-7,6) = +7,6 - 7,6 = 0 /$

d. $3,2 - (-2,1) = 3,2 + 2,1 = 5,3 /$

e. $(-2) - 7 = -2 - 7 = -9 /$

f. $-7 - (+2,5) = -7 + 2,5 = -4,5 /$

g. $-8 - (-5) = -8 + 5 = -3 /$

h. $-7 - 6 + 4 - 8 - (-6) = -13 + 4 - 8 + 6 = -7 - 8 + 6 = -11 /$

i. $10 - 2,3 + 2,1 + 9,2 - (-3,7) + (-2,1) = 22,7 - 2,1 = 20,6 /$

Exercise 2

a. $0,2 \times (-6) = -0,8 /$

b. $0,7 \times 10 = 7 /$

c. $44 \times 0 = 0 /$

d. $(-3) \times (+1) = -3 /$

e. $0 \times (-2) = 0 /$

f. $(-2) \times 3 \times (-5) = 10 \times 3 = 30 /$

g. $-5 \div (-2) = 2,5 /$

h. $\frac{-5}{\frac{1}{2}} = -5 \times 2 = -10 /$

i. $\frac{9}{-3} = -3 /$

j. $(-3) \times (-2) \times (-1) \times 4 = -24 /$

k. $3 \times (0,1) \times (-7) = 0,3 \times 5 = 1,5 /$

l. $(-2) \times 3 \times (-5) \times (-4) = -6 \times 20 = -120 /$

Exercise 5

$3^2 \times 3^5 = 3^{2+5} = 3^7 /$

$(-2)^{-2} \times (-2)^{-6} = (-2)^{-2+(-6)} = (-2)^{-8} /$

$8^{-5} \times 8^3 = 8^{-5+3} = 8^{-2} /$

$(5^2)^3 = 5^{2 \times 3} = 5^6 /$

$(2^5)^2 \times 2^{-2} \times 2^{-4} = 2^{5 \times 2} \times 2^{-2} \times 2^{-4} = 2^{10-2-4} = 2^4 /$

$2^5 \times 3^5 = (2 \times 3)^5 = 6^5 /$

$(7^5 \times 7^{-2})^3 = (7^{5+(-2)})^3 = (7^3)^3 = 7^9 /$

$5^6 \times (4^3)^2 = 5^6 \times 4^{3 \times 2} = 5^6 \times 4^6 = (5 \times 4)^6 = 20^6 /$

ACTIVITE

Complete $\frac{1}{5} \times 5 = \frac{5}{5} = 1$

$12 \times \frac{1}{12} = \frac{12}{12} = 1$ On dit que $\frac{1}{5}$ et 5 sont des **inverses**.

$\frac{1}{2^3} \times 2^3 = 1$

$2^3 \times 2^{-3} = 2^0 = 1$

2^3 et 2^{-3} sont **inverses**

l'inverse de 2^3 est $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

2) $\frac{3^7}{3^5} = 3^{7-5} = 3^2$

$\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$

$\frac{3^6}{3^{-3}} = 3^{6-(-3)} = 3^9$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Par :

$3^2 \times 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$

$\frac{3^2}{3^5} = 3^{2-5} = 3^{-3}$

$(3^2)^3 = 3^{2 \times 3} = 3^6$

$3^2 \times 2^3 = (3 \times 2)^3 = 6^3$

$(3 \times 2)^3 = (3 \times 2^3)^3 = 2 \times 5 \times \dots$

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \text{donc } \frac{a^m}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Ex 6 : Écrire sous la forme d'une puissance d'un nombre (sous la forme a^n)

$$\frac{1}{3^2} \quad \frac{1}{2^3} \quad \frac{2^4}{3^2} \quad \frac{8}{9^3} \quad \frac{2^3 \times 3^4 \times 5^2}{7^2 \times 10^3} \quad \frac{(3 \times 3)^2}{5^3}$$

10^n se lit dix puissance n ou dix exposant n

$$10^n = 10 \times 10 \times \dots \times 10 = \dots$$

$$10^{-n} = \frac{1}{10 \times 10 \times \dots \times 10} \quad \text{pour } n \geq 2$$

$$\text{En particulier : } 10^0 = \dots \quad 10^1 = \dots \quad 10^{-1} = \dots$$

Ex 7 : Donner l'écriture décimale ou sous la forme d'une puissance de 10

$$1000 = 10^3 \quad 100000 = 10^5 \quad 10^3 = 1000 \quad 0,001 = 10^{-3} \quad 0,00001 = 10^{-5} \quad 10^{-4} = 0,0001$$

3. La notation scientifique

Ex 8 : Calculer $12,345 \times 100 = 1234,5$ $12,345 \times 10^3 = 12345$ $12,345 \times 10^{-2} = 0,12345$

Pour multiplier un nombre décimal par 10^n ($n > 0$), on décale la virgule de n rangs vers la droite.
Pour multiplier un nombre décimal par 10^{-n} ($n > 0$), on décale la virgule de n rangs vers la gauche.

Ex 9 : Compléter les égalités : $160\,000 = 16 \times 10\,000 = 16 \times 10^4 = 1,6 \times 10^5$
 $0,00038 = 0,38 \times 0,001 = 38 \times 10^{-6} = 3,8 \times 10^{-5}$

Activité : Sur un terrain dont les dimensions sont 1000 m par 200 m, il tombe 5 mm d'eau par cm². Quel volume d'eau, en mm³, est tombé sur ce terrain?

L'aire du terrain est : $1000 \times 200 = 200\,000 \text{ m}^2$, c'est à dire $2\,000\,000\,000 \text{ cm}^2$.

Il a donc plu : $2\,000\,000\,000 \times 5 = 10\,000\,000\,000 \text{ mm}^3$

• Lorsque la calculatrice affiche 1^{40} cela signifie : $1 \times 10^{40} = 1 \times 10^{40}$ et non $1^{40} = 1 \times 10$

La notation scientifique d'un nombre est de la forme $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$

Ex 10 : Écrire les nombres ci-dessous en notation scientifique :

La population terrestre en 2025 devrait être à peu près de 8 600 000 000 d'habitants : $8,6 \times 10^9$

La superficie de la Terre est d'à peu près 133 000 000 km² : $1,33 \times 10^8$

Le diamètre d'un cheveu est de 0,000065 m : $6,5 \times 10^{-5}$

Ex 11 : Écrire les nombres ci-dessous en écriture décimale

La vitesse de la lumière est de 3×10^8 km/seconde : $300\,000\,000 \text{ km}$

La distance Terre-soleil est de $1,5 \times 10^8$ km : $150\,000\,000 \text{ km}$

Un puissant microscope a réussi à mesurer une distance de $0,02 \times 10^{-6}$ m : $0,0000002 \text{ m}$

Ex 12 : Écrire les nombres suivants en notation scientifique :

1. $2 \times 10^5 \times 3 \times 10^3 = 2 \times 3 \times 10^5 \times 10^3 = 6 \times 10^{5+3} = 6 \times 10^8$

$$5 \times 10^3 \times 4 \times 10^2 \quad 2 \times 10^3 \times 10 \times 25 \times (10^{-2})^3$$

2. $\frac{12 \times 10^5 \times 10^2}{6 \times 10^3} = \frac{12}{6} \times \frac{10^5 \times 10^2}{10^3} = 2 \times \frac{10^7}{10^3} = 2 \times 10^{7-3} = 2 \times 10^4$

$$\frac{0,1 \times 10^{-4} \times 3 \times 10^2}{15 \times 10^2} \quad \frac{2 \times 10^3 \times 30 \times 10^4}{5 \times 10^2} \quad \frac{4 \times (10^{-2})^3 \times 10^5}{16 \times 10^{-1}}$$

Exercise 11

$$\frac{2}{3^{-2}} = 2^2 \quad \frac{1}{4^5} = 4^{-5} \quad \frac{2^8}{2^{+5}} = 2^{3-5} = 2^{-2} \quad \frac{8}{8^{-2}} = 8^{1+2} = 8^3$$

$$\frac{3^{-4}}{3^6 \times 3^4} = 3^{-14} \quad \frac{7^2 \times 7^5 \times 7^3}{7^3 \times 7^{-5}} = 7^{2+5+3-3-5} = 7^2$$

$$\frac{13^2 \times 3^{-7/2}}{3^{-5}} = 3^{-2}$$

Exercise 12

$$5 \times 10^{-5} \times 4 \times 10^4 = 5 \times 4 \times 10^{-5} \times 10^4 = 20 \times 10^{-5+4} = 20 \times 10^{-1} = 2 \times 10^0 = 2$$

$$8 \times 10^{-3} \times 10 \times 25 \times (10^{-9})^2 = 35 \times 10 \times 2 \times 10^{-3} \times (10^{-9})^2 = 2 \times 10^0$$

$$= 500 \times 10^{-3} \times 10^{-9 \times 2}$$

$$= 500 \times 10^{-3} \times 10^{-18}$$

$$= 500 \times 10^{-3+18}$$

$$= 500 \times 10^{15}$$

$$\frac{12 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^{-6}}{15 \times 10^3 \times 2 \times 10^6} = \frac{60}{30} \times \frac{10^{-4-6}}{10^{3+6}} = 2 \times \frac{10^{-10}}{10^9} = 2 \times 10^{-10-9} = 2 \times 10^{-19}$$

$$\frac{2 \times 10^4 \times 35 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-3}} = \frac{40}{5} \times \frac{10^{4-3}}{10^{-3}} = 14 \times 10^4 = 1,4 \times 10^4 \times 10^3 = 1,4 \times 10^7$$

$$\frac{4 \times (10^{-2})^2 \times 10^2}{16 \times 10^{-3}} = \frac{4}{16} \times \frac{10^{-4+2}}{10^{-3}} = 40 \times \frac{10^{-2}}{10^{-3}} = 40 \times 10^{-2+3} = 40 \times 10^{+1} = 400$$

$$14 \times 10^{43} \times 2 \times 10^{-22}$$

$$= 14 \times 2 \times 10^{43-22}$$

$$= 28 \times 10^{21} = 2,8 \times 10^{-1} \times 10^{21} = 2,8 \times 10^{20}$$

$$\frac{6 \times 10^{14} \times 8 \times 10^{-26}}{3 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-8}} = \frac{6 \times 8 \times 10^{14-26}}{3 \times 2 \times 10^{-2-8}} = \frac{48 \times 10^{14-26}}{6 \times 10^{10}} = \frac{48}{6} \times \frac{10^{-12}}{10^{10}} = 8 \times 10^{-22}$$

Ex 1 p 180

- ~~1-a - la population étudiée est les élèves d'une classe de 5ème.~~
- ~~b - le caractère étudié est la masse d'une pièce de 1€~~