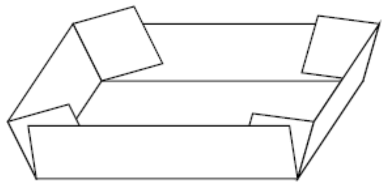
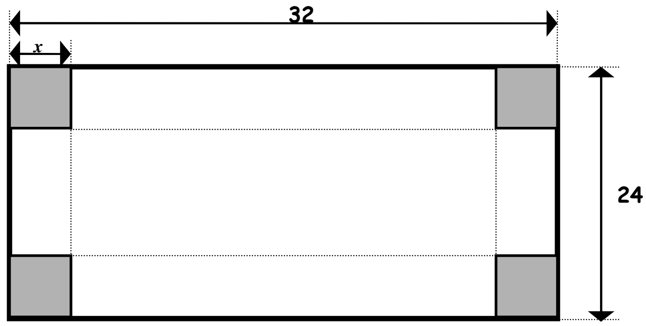
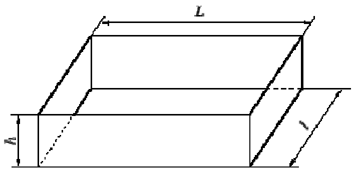
LA BOITE

Avec une feuille rectangulaire de 24 cm de largeur sur 32 cm de longueur, on veut fabriquer une boîte sans couvercle. Pour cela, on découpe quatre carrés de côté x (en cm). On obtient ainsi le patron de la boîte





On se propose ici, de trouver la valeur de x pour laquelle le volume est maximal !



1ère partie

1. Calcule la longueur, la largeur, la hauteur de la boîte puis son volume lorsque $x = 2$ cm.
2. Calculer les mêmes dimensions de la boîte lorsque $x = 5$ cm puis lorsque $x = 12$ cm.
3. Compare les volumes des différentes boîtes obtenues et formule des remarques.

2ème partie

On souhaite maintenant déterminer pour quelle valeur de x, on obtient le volume maximum.

1. Entre quelles valeurs peut varier x ?

2. Exprime en fonction de x :
. la largeur l (en cm) de la boîte :
. la longueur L (en cm) de la boîte :
. la hauteur h (en cm) de la boîte :
. le volume V (en cm^3) de la boîte :

V est exprimé en fonction de x, on notera V(x), les valeurs prises par ce volume suivant x et on dira que V est une fonction de x

3. En utilisant ta calculatrice, complète le tableau suivant :

x	0	1	2	3	4	5	10	12
V(x)								

4. Peux-tu trouver par le calcul, la valeur de x pour laquelle le volume est maximum ?
5. En utilisant le tableau, indique entre quelles valeurs entières de x le volume semble maximum.

3ème partie

On souhaite maintenant déterminer une valeur de x pour laquelle le volume maximum, mais sans utiliser un tableau. On va se servir de la représentation graphique de la fonction V.

1. Construis un repère orthonormé pour représenter les résultats du tableau. Pour cela, prendre comme unités :
Sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 1 cm *Sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 100 cm^3.*

2. A l'aide du graphique, donne une valeur arrondie au dixième de x pour laquelle le volume est maximum.
3. A l'aide du graphique, donne une valeur arrondie au dixième du volume maximal de la boite
4. On souhaite maintenant fabriquer une boîte de volume 1L. Utilise le graphique précédant pour déterminer deux valeurs arrondies au dixième de la découpe qui permettent d'obtenir une boîte de volume 1L.

4ème partie

On se propose d'étudier maintenant le périmètre du haut de la boite suivant les valeurs de x.

1. Exprime le périmètre P (en cm) en fonction de x :
2. En utilisant ta calculatrice, complète le tableau suivant :

x	0	1	2	3	4	5	10	12
P(x)								

3. Construis un repère orthonormé pour représenter les résultats du tableau. Pour cela, prendre comme unités :
Sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 1 cm *Sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 10 cm.*

4. Formule des remarques sur la forme de ce graphique.
5. a. A l'aide du graphique, donne une valeur arrondies au dixième de x pour fabriquer une boite de périmètre 100cm.
b. Peux-tu trouver par le calcul, la valeur de x pour laquelle le périmètre de la boite est 100cm? Effectue ce calcul.

1. Les fonctions linéaires

x	-2	-1	0	2	4	x
y	-6	-3	0	6	12	…………

C'est une situation de proportionnalité car y = … x. **On note aussi f(x) = …** x **ou f :** $x \to … x$

f(4) = 12 : On dit que l'image de 4 est 12 ou 4 est le nombre qui a pour image est 12
On dit que l'antécédent de 12 est 4 ou 4 est le nombre dont l'image est 12

Une **fonction linéaire** *f* est une relation qui à un nombre x associe le nombre f(x) = a x ou f : $x \to$ **…** x
x s'appelle .... et a x s'appelle .... de x par f.

Ex 1 : On considère la fonction f(x) = 4x
1. a) Détermine f(3)
b) Détermine l'image de -2.
2. a) Calcule x tel que f(x) = 2
b) Calcule le nombre dont l'image est -8

3- Calcule $\frac{f(2)}{2}$, $\frac{f(3)}{3}$ et $\frac{f(-1)}{-1}$

a = ...

Ex 2 : 1. Détermine la fonction linéaire f telle que f(-1) = 3.
AIDE : il faut trouver "a"
2. Détermine l'image de 4
3. Détermine l'antécédent de 5.

Ex 3 : f est une fonction linéaire.
Traduis les phrases par une égalité :
1. l'image de 3 par f est 12 :
2. -2 a pour image -8 par f :
3. Détermine la fonction linéaire.

2. Les fonctions affines

x	-2	-1	0	3	4	x
y	-1	1	3	9	11	……

Ce n'est pas une situation de proportionnalité car : ……………………………………………………………

Mais on constate que y = 2 x + 3 **On note aussi f(x) = …** x **+ … ou f :** $x \to … x$ **+** …

f(4) = 11 : On dit que l'image de 4 est 11 ou 4 est le nombre dont l'image est 11
On dit que l'antécédent de 11 est 4 ou 4 est le nombre dont l'image est 11

Une **fonction affine** *f* est une relation qui à un nombre x associe le nombre f(x) = a x + b ou f : $x \to$ **…** x + ...
x s'appelle .... et a x s'appelle .... de x par f.

Ex 4 : 1. Une place de cinéma coûte 7 €. Exprime *p*(x) , le prix payé par *x* personnes venant au cinéma :
2. Un représentant de commerce perçoit un salaire fixe de 500 €. Il reçoit en plus une commission égale à 10 % du montant de ses ventes mensuelles. Exprime *s*(x) , le salaire perçu pour un montant de *x* euros :

Ex 5 : On considère la fonction f(x) = -2 x + 1.
1. a) Détermine f(4)
b) Détermine l'image de -3.
2. a) Calcule x tel que f(x) = -1
b) Calcule le nombre dont l'image est -8

3. Calcule $\frac{f(3) - f(2)}{3 - 2}$, $\frac{f(4) - f(2)}{4 - 2}$, $\frac{f(4) - f(-1)}{4 + 1}$ et f(0)

a = ... b = ...

Ex 6 : Détermine la fonction affine f telle que f(-1) = 1 et f(2) = 10.
AIDE : il faut trouver "a" et "b"
Calcule l'image de 4, le nombre qui a pour image 3 puis l'antécédent de 0.

Ex 7 : Une société de location d'avions de tourisme propose à ses clients pour une journée de location, deux types de tarifs : **Tarif 1 :** 400 € l'heure de vol.
Tarif 2 : Un versement de 1500 € auquel s'ajoute 250 € par heure de vol.

1. Complète les tableaux suivants :

Nombre d'heures de vol	0	4	8	12
Tarif 1				

Nombre d'heures de vol	0	4	8	12
Tarif 2				

2. On désigne par x le nombre d'heure de vol dans la journée. Exprime le prix payé en fonction de x ,
pour le Tarif 1 : f(x) = ... , f est une fonction ....
et le Tarif 2 : g(x) = ... , g est une fonction ....

3. Détermine par le calcul, le nombre d'heure à partir duquel le tarif 2 devient plus intéressant que le tarif 1.

3. Les Représentations graphiques

✍ L**a représentation graphique d'une fonction affine f(x)** : $x \to$ **a** x **+ b est une** …………………… **d'équation y =** ………………… . **On note** ………………………………………

✍ **La représentation graphique** de la fonction f est **la droite** (d_f) **d'équation** y = 4x. On note ……………………
La représentation graphique de la fonction g est **la droite** (d_g) **d'équation** y = - 2x + 24. On note …………………

Pour tracer la droite (d_1) :

x	0	5
y		

Donc la droite (d_1) passe par A(0 ; …) et B(5 ; …)

Pour tracer la droite (d_2):

x	0	5
y		

Donc la droite (d_2) passe par C(0 ; …) et D(5 ; …)

Pour déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle les deux fonctions sont égales, on regarde le ....
.... Notons le I , ses coordonnées sont :
I (...... ; ......) f(x_I) = ... g(x_I) = ...

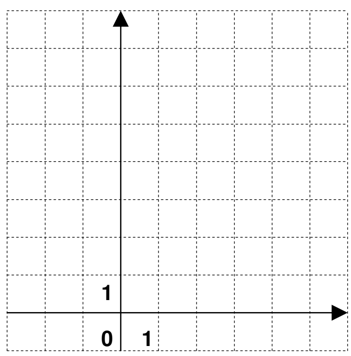
Calcule $\frac{f(5) - f(0)}{5 - 0}$ = $\frac{g(5) - g(0)}{5 - 0}$ = f(0) = g(0) =

✍ **Lorsque a > 0 , on dit que la fonction est** .... a_f = … et donc f est une fonction …………………
Lorsque a < 0 , on dit que la fonction est .... a_g = … et donc g est une fonction ………………
a s'appelle . . . . **b s'appelle** . . . .

Ex 8 : Reprenons l'exercice 7
1. Le Tarif 1 : f(x) = ... , f est .... et sa représentation graphique est la .... d'équation ....
Le Tarif 2 : g(x) = ... , g est .... et sa représentation graphique est la .... d'équation ....
Construis dans un repère orthogonal les représentations graphiques des fonctions f et g.
1 cm représente 2 h sur l'axe des abscisses et 1 cm représente 1 000 € sur l'axe des ordonnées.
2. Détermine graphiquement :
a. le nombre d'heure pour lequel tarif 2 est 3000€.
b. le prix payé pour 8h avec le tarif 1 puis le tarif 2.
c. le nombre d'heure à partir duquel le tarif 2 devient plus intéressant que le tarif 1.

Ex 9 : a. Trace dans ce repère orthonormé, la droite passant par A(4;8) et l'origine.
b. Détermine graphiquement, la fonction dont la représentation graphique est cette droite.
c. Lire sur le graphique la valeur de f(-1) : .... et ....
d. Lire sur le graphique les valeurs de x telles que f(x) = 3 : ....
e. Retrouve ces résultats par le calcul.

Ex 10 : a. Trace dans ce repère orthonormé, la droite passant par A(2;-1) et B(-2;7).
b. Détermine graphiquement, la fonction dont la représentation graphique est cette droite.
c. Lire sur le graphique les valeurs de f(1), f(0) et f(-1) : .... , ... et ....
d. Lire sur le graphique les valeurs de x telles que f(x) = 8 et f(x) = 0 : .... et ....
e. Retrouve ces résultats par le calcul.



Nom : **/ 20**

Ex 1 : Mettre une croix dans ☐ lorsque la réponse est juste. / 2,5

1. f(x) = 3x
☐ f(0) = 1 ☐ f(3) = 10 ☐ L'image de 3 par f(x) est 9

2. g $\longmapsto$ x : x - 1 ; g(2) =
☐ 2 ☐ 1 ☐ 0

3. Je dois calculer l'image de 6 par la fonction f(x) = 2x
☐ 3 ☐ 12 ☐ 6

4. f(3) = 2 et f(x) = **?** x + 1
☐ ? = 2 ☐ ? = 3 ☐ ? = $\frac{1}{3}$

5. f(x) = 2x - 7 : le point A, appartient à la droite de représentation de f(x) et a pour abscisse 2.
quelle sera son ordonnée ?
☐ 2 ☐ - 7 ☐ -3

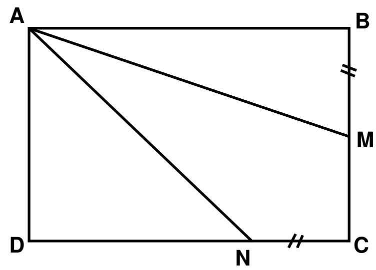
Ex 2 : On considère la fonction f(x) = -2x. / 3.5

1. Détermine f(3)
2. Détermine le nombre dont l'image est – 8
3. Détermine l'image de –3.
4. Détermine x tel que f(x) = -6

Ex 3 : Détermine la fonction linéaire f telle que f(-1) = 5 et f(3) = 7. / 4

1. Calcule l'image de 4
2. Calcule le nombre dont l'image est 3.

Ex 4 : ABCD est un rectangle tel que AB = 6 cm et AD = 4 cm. / 10



PARTIE 1

M est le point du segment [BC] tel que BM = 2 cm
N est le point du segment [CD] tel que CN = 2 cm.

1. Calculer AM sous la forme $a\sqrt{b}$ (b nombre entier le plus petit possible)
2. Démontrer que l'aire du quadrilatère AMCN est 10 cm^2.

PARTIE 2

Maintenant, les points M et N peuvent se déplacer respectivement sur les segments [BC] et [CD] de façon que BM = CN = x

1. Entre quelles valeurs peut varier x ?
2. Exprimer l'aire du triangle ABM en fonction de x.
3. a. Calculer DN en fonction de x.
b. Démontrer que l'aire du triangle ADN en fonction de x est $-2x + 12$.
4. a. Dans un repère orthonormé (O, I, J) avec OI = OJ =1 cm, représenter graphiquement les fonctions :

$f : x \longmapsto f(x) = 3x$ et $g : x \longmapsto g(x) = -2x + 12$

b. Trouver graphiquement les coordonnées du point R, point d'intersection de ces deux représentations graphiques.
c. Calculer les coordonnées du point R à l'aide d'uneéquation.
5. a. Pour quelle valeur de x les aires des triangles ABM et ADN sont-elles égales ? Justifier.
b. Pour cette valeur de x, calculer l'aire du quadrilatère AMCN.