

**L'arithmétique** est l'étude des nombres et des opérations élémentaires (soustraction, addition, division, multiplication). Les nombres ont été regroupés dans des ensembles. Voici ceux que tu connais :


$\mathbb{N}$  : les entiers naturels : 0 ; 1 ; 2 etc...

$\mathbb{Z}$  : les entiers relatifs : -12 ; -2, 0 ; 1 ; 2 etc...


$\mathbb{D}$  : les nombres décimaux ( $\frac{x}{10^n}$ ) : -1/2 ; 0 ; 1 ; 2,5 etc...

$\mathbb{Q}$  : les nombres rationnels ( $\frac{a}{b}$ ) : -2/7 ; 0 ; 1/3 ; 1 ; 2 etc...

## 1. Les nombres en écriture fractionnaire

 **Pour comparer**, pour **calculer la somme** ou la **différence** de deux nombres en écriture fractionnaires, on les **réduit au même** ..... puis on **compare**, on **additionne** ou on **soustrait** les ..... en gardant le .....

**Ex 1 :** 1. Compare  $\frac{5}{12}$  et  $\frac{2}{3}$  ;  $\frac{3}{7}$  et  $\frac{4}{9}$  2. Calcule et simplifie :  $\frac{9}{7} - \frac{5}{7}$      $\frac{5}{12} + \frac{2}{3}$      $\frac{7}{5} - \frac{3}{4}$      $\frac{-1}{7} + \frac{-8}{5}$      $-1 + \frac{1}{9}$      $2 + \frac{-5}{8}$

 **Pour calculer le produit de deux nombres en écriture fractionnaires**, on multiplie les ..... entre eux et les ..... entre eux

**Ex 2 :** Calcule et simplifie les produits :  $\frac{2}{3} \times \frac{-4}{7}$      $-\frac{5}{9} \times \frac{-2}{9}$      $4 \times \frac{9}{-2}$      $\frac{-15}{7} \times \frac{-2}{5} \times \frac{14}{6}$

 L'**inverse** d'un nombre relatif fractionnaire non nul  $\frac{a}{b}$  est .....

**Diviser par un nombre relatif fractionnaire, c'est** multiplier par .....

**Ex 3 :** 1. Détermine l'inverse des nombres :  $\frac{3}{7} : \dots$      $\frac{5}{2} : \dots$      $4 : \dots$      $\frac{1}{5} : \dots$      $\frac{-4}{7} : \dots$      $-8 : \dots$      $0 : \dots$

2. Calcule  $-\frac{7}{3} \div \frac{6}{5}$      $\frac{5}{6} \div (-\frac{3}{5})$      $\frac{\frac{5}{21}}{\frac{3}{14}}$      $\frac{2}{3} \div 5$      $\frac{\frac{7}{12}}{2}$      $\frac{-\frac{6}{7}}{-4}$      $\frac{-6}{\frac{7}{-4}}$      $\frac{\frac{3}{4}}{-\frac{5}{4}}$

### Les priorités opératoires

**En présence de parenthèses**, on effectue d'abord les calculs à l'intérieur des parenthèses.

**En l'absence de parenthèses**, on effectue d'abord les ..... et les ..... puis on effectue les additions et les soustractions de .....

**Ex 4 :** Calculer et donner le résultat sous la forme la plus simple possible :  $\frac{5}{6} - \frac{3}{18} + \frac{2}{9}$      $\frac{12}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{5}{2}$

$\frac{4}{5} \times [\frac{5}{2} - (\frac{3}{4} + \frac{5}{4})]$      $4 - \frac{2}{3} \times 5 + \frac{5}{4} \div \frac{5}{-8}$      $(\frac{1}{5} - \frac{1}{3}) \div \frac{5}{11}$      $\frac{\frac{11}{3} - 7}{\frac{25}{6}}$      $\frac{\frac{2}{3} - \frac{5}{6}}{\frac{1}{3} + \frac{2}{9}}$

**Ex 5 :** 1. Calcule l'expression  $(2y + 3)^2$  pour  $y = \frac{3}{4}$  puis pour  $y = -\frac{2}{3}$

2. Réduis les expressions :  $\frac{4x-3}{2} + \frac{2x+5}{8}$      $\frac{1-4y}{4} - \frac{2-3y}{6}$

**Ex 6 :** Je viens de trouver une boîte de chocolats de 300 grammes... cachée en fait pour les fêtes de Noël...

1. Si on mange les deux tiers, calcule la quantité mangée puis la fraction restante.

2. Si on mange un cinquième le matin et les deux tiers l'après midi, calcule la fraction mangée, la quantité mangée puis la fraction restante.


3. Si on mange un cinquième des deux tiers, calcule la fraction mangée, la quantité mangée puis la fraction restante.

**Ex 7 :** Roméo et Juliette, habitant dans deux villes éloignées, vont l'un vers l'autre. Roméo, sur son scooter, a parcouru les sept quinièmes du trajet. Juliette, sur son vélo, a parcouru les deux cinquièmes. Quelle fraction du parcours les sépare ?

**Ex 8 :** J'ai dépensé les deux cinquièmes de mon argent le matin puis la moitié de ce qui reste l'après-midi.


1. Quelle fraction de mon argent a été dépensée ?
2. Quelle fraction de ce que je possédais me reste-t-il ?
3. S'il me reste 15€, combien avais-je au départ ?

## 2. Le diviseur commun à deux entiers

 On dit que **d** est un diviseur d'un nombre **a**, si le reste de la division euclidienne de **a** par **d** est 0. Lorsqu'un nombre **a** n'a pas de diviseur ( que 1 et lui-même ), on dit que ce nombre est un nombre .....

**Activité 1 :**

1. Cherche tous les diviseurs de 8, les diviseurs de 12
2. Quels sont leurs diviseurs communs ? quel est leur plus grand commun diviseur ?
3. **Plus dur**, recherche le PGCD de 1890 et 1470 ...


 Un **diviseur commun** à 2 entiers **a** et **b** est un nombre qui divise **a** et **b**. Parmi les diviseurs de **a** et **b**, l'un d'eux est le plus grand : C'est le **Plus Grand Commun Diviseur** de **a** et **b**. On le note **PGCD(a,b)**.

Pour le trouver, il existe une méthode appelée : **l'algorithme d'Euclide**

On pose des divisions ..... 
$$\begin{array}{r} 1890 \quad | \quad 1470 \\ \hline 420 \quad | \quad 1 \end{array}$$
 
$$\begin{array}{r} 1470 \quad | \quad 420 \\ \hline 210 \quad | \quad 3 \end{array}$$
 
$$\begin{array}{r} 420 \quad | \quad 210 \\ \hline 0 \quad | \quad 2 \end{array}$$
  
 Donc  $1890 = \dots \times \dots$   
 Et  $1490 = \dots \times \dots$


**Le PGCD est le ..... de la première division de reste nul.** Ici, le PGCD(1890,1470) est .....

**Ex 9 :** Rechercher le PGCD des deux nombres : 4692 et 2958      667 et 391      1840 et 567

 Lorsque **PGCD(a,b) = 1**, on dit que les deux nombres **a** et **b** sont ..... entre eux.

**Ex 10 :** Les 2 nombres sont-ils premiers entre eux ?    14 et 27      637 et 119      42 et 105

**Activité 2 :** Simplifie lorsque c'est possible les fractions :  $\frac{14}{27}$      $\frac{42}{105}$      $\frac{12}{8}$     et...  $\frac{1890}{1470}$  en 10secondes!...

 **Une fraction irréductible** est une fraction que l'on ne peut plus simplifier.

Dans ce cas, le numérateur et le dénominateur sont .....

**Ex 11 :** a. Rechercher le PGCD de 294 et 210 en détaillant les calculs.

b. Les deux nombres sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

c. En expliquant, simplifie  $\frac{210}{294}$ .

**Ex 12 :** Un collège décide d'organiser une épreuve sportive pour tous les élèves. Les professeurs constituent le plus grand nombre possibles d'équipes identiques. Justifier clairement vos réponses :

a. Sachant qu'il y a 294 garçons et 210 filles, quel est le plus grand nombre d'équipes que l'on peut faire ?

b. Combien y a-t-il de filles et de garçons dans chaque équipe ?

**Ex 13 :** On dispose de plaques de métal de 294 cm sur 210 cm. On a reçu la consigne suivante :

" Découper dans ces plaques des carrés identiques les plus grands possible, de façon à ne pas avoir de perte."

a. Quelle sera la mesure du côté d'un carré ?

b. Combien obtiendra-t-il de carrés par plaque ?

**Nom :**

**/10**

**Ex 1 :** Calculer et donner le résultat sous une forme simplifiée :  $\frac{4}{5} \times \left[ \frac{5}{2} - \left( \frac{3}{4} + \frac{5}{2} \right) \right]$

$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{5}{6}}{\frac{1}{3} + \frac{2}{9}}$$

**Ex 2 :** Calculer une expression  $(2y^2 - 4y + 3)^2$  pour  $y = \frac{3}{4}$

**Ex 3 :** J'ai dépensé les 40% de 100€ vendredi puis les trois quarts de ce qui me restait samedi.

1. Combien me restait-il vendredi soir ?
2. Quelle fraction de mon argent a été dépensée samedi ?
3. Quelle fraction de mon argent a été dépensée pendant ces 2 jours ?
4. Quelle fraction de ce que je possédais me reste-t-il ?

**Nom :**

**/10**

**Ex 1 :** Calculer et donner le résultat sous une forme simplifiée :  $\frac{4}{5} \times \left[ \frac{5}{2} - \left( \frac{3}{4} + \frac{5}{2} \right) \right]$

$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{5}{6}}{\frac{1}{3} + \frac{2}{9}}$$

**Ex 2 :** Calculer une expression  $(2y^2 - 4y + 3)^2$  pour  $y = \frac{3}{4}$

**Ex 3 :** J'ai dépensé les 40% de 100€ vendredi puis les trois quarts de ce qui me restait samedi.

1. Combien me restait-il vendredi soir ?
2. Quelle fraction de mon argent a été dépensée samedi ?
3. Quelle fraction de mon argent a été dépensée pendant ces 2 jours ?
4. Quelle fraction de ce que je possédais me reste-t-il ?

**Nom :**

**/10**

**Ex 1 :** Calculer et donner le résultat sous une forme simplifiée :  $\frac{4}{5} \times \left[ \frac{5}{2} - \left( \frac{3}{4} + \frac{5}{2} \right) \right]$

$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{5}{6}}{\frac{1}{3} + \frac{2}{9}}$$

**Ex 2 :** Calculer une expression  $(2y^2 - 4y + 3)^2$  pour  $y = \frac{3}{4}$

**Ex 3 :** J'ai dépensé les 40% de 100€ vendredi puis les trois quarts de ce qui me restait samedi.

1. Combien me restait-il vendredi soir ?
2. Quelle fraction de mon argent a été dépensée samedi ?
3. Quelle fraction de mon argent a été dépensée pendant ces 2 jours ?
4. Quelle fraction de ce que je possédais me reste-t-il ?

**Nom :**

**/10**

**Ex 1 :** Calculer et donner le résultat sous une forme simplifiée :  $\frac{4}{5} \times \left[ \frac{5}{2} - \left( \frac{3}{4} + \frac{5}{2} \right) \right]$

$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{5}{6}}{\frac{1}{3} + \frac{2}{9}}$$

**Ex 2 :** Calculer une expression  $(2y^2 - 4y + 3)^2$  pour  $y = \frac{3}{4}$

**Ex 3 :** J'ai dépensé les 40% de 100€ vendredi puis les trois quarts de ce qui me restait samedi.

1. Combien me restait-il vendredi soir ?
2. Quelle fraction de mon argent a été dépensée samedi ?
3. Quelle fraction de mon argent a été dépensée pendant ces 2 jours ?
4. Quelle fraction de ce que je possédais me reste-t-il ?

Ex 1 : Calcule et donne le résultat sous une forme simplifiée :

/ 4

$$2 \times \left( \frac{3}{5} + \frac{4}{6} \right)$$

$$\frac{7}{5} - \frac{3}{10} \div \frac{3}{5}$$

$$3 - \frac{7}{5} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{\frac{5}{6} - \frac{3}{18}}{\frac{12}{18} + \frac{5}{3}}$$

Ex 2 : a) Calcule  $(2x - 5)^2$  pour  $x = \frac{3}{4}$

b) Réduis :  $\frac{2x-3}{12} - \frac{2x+5}{8}$

/ 3

Ex 3 : 1- Recherche le PGCD 2346 et 1479

/ 3

2- En expliquant, simplifie  $\frac{2346}{1479}$

Ex 4 : Les 2 nombres sont-ils premiers entre eux ? Justifie 63 et 44 42 et 105

/ 3

Ex 5 : Marie dépense les  $\frac{2}{5}$  de son argent de poche pour acheter une vidéocassette et les  $\frac{3}{7}$  du reste pour acheter un CD.

/ 3

1- Quelle fraction de son argent de poche consacre t-elle à l'achat du CD ?

2- Quelle fraction de son argent de poche lui reste t-il après ces deux achats ?

Ex 6 : Le libraire a 63 bandes dessinées et 105 livres. Il veut faire des cartons identiques contenant tous ces objets et ayant chacun le même nombre de BD et de livres.

/ 4

1- Quel est le nombre maximum de cartons que peut faire le libraire ?

2- Combien chaque carton contient-il de BD et de livres ?