

# Les équations, les systèmes d'équations et les inéquations

## 1. Les Equations

**Une équation du 1<sup>er</sup> degré** est une égalité de la forme  $ax + b = c$  où **a**, **b** et **c** sont des nombres. Le nombre  $x$  est ..... de l'équation. **Résoudre une équation**, c'est trouver la valeur de ... Pour cela, on ..... les nombres que l'on désire éliminer

**Ex 1 :** Résoudre les équations suivantes :

$x + 2 = 10$	$x - 2 = 10$	$2x = 10$	$\frac{x}{2} = 10$	$2 - x = 10$	$-2 - x = 10$
$x = \dots\dots\dots$	$x = \dots\dots\dots$	$x = \dots\dots$	$x = \dots\dots\dots$	$\dots = \dots\dots\dots$	$\dots = \dots\dots$
$x = \dots\dots$	$x = \dots\dots$	$x = \dots\dots$	$x = \dots\dots$	$x = \dots\dots$	$x = \dots\dots$

**Ex 2 :** Résoudre les équations suivantes :

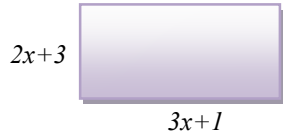
$x + 3 = 7$	$y - 2 = 5$	$2,5x = 10$	$5a = -8$
$-6k = -19$	$2y + 3 = 7$	$10 - 3z = 4$	$4 - 6x = -11x + 5$
$\frac{x}{2} = \frac{4}{5}$	$\frac{2}{x} = \frac{4}{5}$	$\frac{5}{2} = \frac{4}{x}$	$\frac{7,5}{2} = \frac{x}{5}$
$5n + 4 = 2n - 8$	$5(y - 1) + 2 = 7y - 3$	$(3a - 2) - 4(1 - 2a) = 5a - 7$	

**Exemple :** La longueur d'un rectangle est le triple de sa largeur. Détermine les dimensions de ce rectangle pour que le périmètre soit 20m.

**Choix de l'inconnue :** soit ..... la largeur du rectangle.  
**Mise en équation en utilisant l'énoncé :** ..... = 20  
**Résolution :** .....  $x = 20$   
 $x = \dots\dots$   
**Conclusion :** la largeur du rectangle est ..... m, la longueur du rectangle est ..... m.

**Ex 3 :** Il y a 36 cadeaux répartis dans trois boites notées A , B et C. Dans la boite B, il y a 4 cadeaux de moins que dans la boite A. Dans la boite C, il y a le double de cadeaux de la boite B. A l'aide d'une équation, détermine le nombre de cadeaux dans la boite A puis dans les boites B et C.

**Ex 4 :** Prouver que si le périmètre du rectangle est 28 alors ce rectangle sera en fait un carré !



**Activité**  
En justifiant, trouve le prix d'une tulipe et le prix d'une marguerite.

## 2. Les systèmes de 2 équations à 2 inconnues

Un **système de 2 équations** du premier degré à 2 inconnues est de la forme  $\begin{cases} ax + by = c & (1) \\ a'x + b'y = c' & (2) \end{cases}$   
Où  $a, b, c, a', b'$  et  $c'$  sont des nombres donnés.

**Résoudre un système**, c'est trouver la valeur de ... et de ... qui vérifient simultanément les deux équations

### a. Résolution d'un système d'équations par SUBSTITUTION

Il s'agit d'**exprimer l'une des deux inconnues en fonction de l'autre** dans l'une des équations, puis de la remplacer par cette expression dans l'autre équation, afin d'obtenir une équation à une seule inconnue.

**Résoudre**  $\begin{cases} 2x + y = 3 & (1) \\ x - 2y = 4 & (2) \end{cases}$

#### Méthode

1. Je trouve  $y$  dans (1)
2. Je remplace dans (2)
3. Je calcule  $x$
4. Je calcule  $y$
5. Je vérifie

**Ex 5** : Le couple (1;1) est-il solution? de  $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - 4y = 12 \end{cases}$  Résoudre les systèmes  $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - 4y = 12 \end{cases}$   $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$

**b. Résolution d'un système d'équations par ADDITION ou ELIMINATION**

✍ On multiplie chacune des deux équations par des coefficients bien choisis afin que l'une des deux inconnues puisse être éliminée lorsque qu'on additionnera membre à membre les deux équations.

**Résoudre**  $\begin{cases} 2x - 4y = 2 & (1) \\ 3x + 2y = 7 & (2) \end{cases}$

**Méthode**

1. J'élimine  $y$
2. Je calcule  $x$
3. Je calcule  $y$
4. Je vérifie

**Ex 6** : Résoudre les systèmes suivants  $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x + 6y = 9 \end{cases}$   $\begin{cases} 4x + y = -3 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$

**Ex 7** : Au théâtre, le prix normal d'un billet d'entrée est de 20€ et 16€ pour les enfants. Un groupe de 25 personnes va au théâtre. Sachant que pour les 25 entrées, le groupe a payé 464€, trouve le nombre de billets de chaque sorte vendus à ce groupe.

**Ex 8** : Le périmètre d'un rectangle est égal à 36 cm. Si on triple sa longueur et que l'on double sa largeur, son périmètre augmente de 56 cm. Déterminer la longueur et la largeur du rectangle.

**Ex 9** : 1. Résoudre le système :  $\begin{cases} x + 3y = 4.6 \\ 2x + y = 3.2 \end{cases}$   
 2. A la pâtisserie, Paul a acheté un éclair et trois millefeuilles et a payé 4.60€. Pierre qui a acheté deux éclairs et un millefeuille a payé 3.20€. Pour fêter son anniversaire, Jeanne achète dans cette pâtisserie 8 éclairs et 10 millefeuilles. Combien va-t-elle dépenser ?

**Ex 10** : 1. Détermine en utilisant un système de 2 équations à 2 inconnues, la fonction affine  $f$  définie par  $f(-1) = 3$  et  $f(2) = 9$   
 2. Calcule l'image de 4 par  $f$  puis l'antécédent de 3 par  $f$ .

**3. Les inéquations**

✍ On a l'inégalité  $a \leq b$  : Si  $c > 0$  alors  $a + c \dots b + c$ ,  $a - c \dots b - c$ ,  $axc \dots bxc$ ,  $\frac{a}{c} \dots \frac{b}{c}$   
 Si  $c < 0$  alors  $a + c \dots b + c$ ,  $a - c \dots b - c$ ,  $axc \dots bxc$ ,  $\frac{a}{c} \dots \frac{b}{c}$

♣\* On inverse donc l'ordre si on ..... ou on ..... les 2 membres par un nombre .....

**Activité** En remplaçant  $x$  par les valeurs données, complète par OUI si l'inégalité est vraie ou NON :

$x$		-7	-5	-1,5	0	1	2	6	8,5	
$x - 2 < 4$										
$3x \geq 6$										
$-2x > 3$										

✍ Une inéquation du premier degré en  $x$  est de la forme  $ax + b > 0$ ,  $ax + b < 0$ ,  $ax + b \geq 0$  ou  $ax + b \leq 0$  ou  $a$  et  $b$  sont des nombres. Le nombre  $x$  est ..... de l'inéquation.

**Résoudre une inéquation**, c'est trouver l'ensemble des valeurs de .....

Lorsque une inéquation a des solutions, on les représente sur **une droite graduée** :



**Ex 11** : Résoudre  $7x - 2 > 12$   $1 - 4y \leq 2(7 + 3y)$   $3b + 2 > 5b - (4 + 2b)$   $2(5x - 3) \leq 10x + 4$   
 $-\frac{4}{9}x + 7 \geq \frac{5}{3}x$   $5x - 19 - 9x^2 \leq 24x - (3x + 13)$   $\frac{x-5}{3} \geq \frac{1}{5} + x$   $\frac{3x-7}{8} - \frac{5x-1}{16} \leq \frac{3-2x}{4} - 1$

**Ex 12** : Yona achète un pain au chocolat à 0,8€. Elle craque pour des nounours en chocolat à 0.11€ pièce. Elle a 4.15€

Ex 1 : 1- Résoudre le système de deux équations à deux inconnues suivant:  $\begin{cases} x + y = 15 \\ 2x + y = 21 \end{cases}$  / 4

2- Pour financer une partie de leur voyage de fin d'année, des élèves de troisième vendent des gâteaux qu'ils ont confectionnés eux-mêmes.

Un même jour, ils ont vendu 15 tartes, les unes aux myrtilles et les autres aux pommes.

Une tarte aux myrtilles est vendue 4 € et une tarte aux pommes 2 €. La somme encaissée ce jour-là est 42 €.

Après avoir mis le problème en équation, détermine combien ils ont vendu de tartes de chaque sorte.

Ex 2 : Le périmètre d'un rectangle est égal à 36 cm. / 3,5

Si on triple sa longueur et que l'on double sa largeur, son périmètre augmente de 56 cm.

Déterminer la longueur et la largeur du rectangle.

Ex 3 : A la pâtisserie, Paul a acheté 1 éclair et 4 millefeuilles et a payé 7€. / 3,5

Pierre qui a acheté 2 éclairs et 1 millefeuille a payé 3,5€.

Quel est le prix d'un éclair ? Quel est le prix d'un millefeuille ?

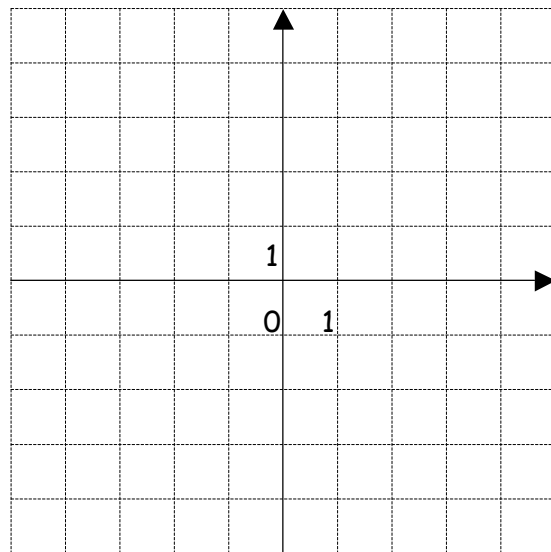
Ex 4 : 1- Sur le graphique, trace les droites

(d<sub>1</sub>) d'équation :  $y = -0,25x + 1,75$

(d<sub>2</sub>) d'équation :  $y = -2x + 3,5$

2- En déduire graphiquement la solution du système :

$$\begin{cases} x + 4y = 7 \\ 2x + y = 3,5 \end{cases}$$



Ex 5 : Les économies d'Olivier sont égales aux deux tiers de celles de Thomas. / 2

En réunissant leurs économies, il leur manque encore 11€ pour s'offrir un cerf-volant à 75€.

A l'aide d'une équation, trouver le montant des économies de Thomas puis d'Olivier.

Ex 6 : Pour visiter la côte d'azur, je désire louer une voiture. On me propose deux tarifs : / 3

Tarif 1 : un abonnement de 15€ puis 0.2€ par kilomètre.

Tarif 2 : 0.3€ par kilomètre sans abonnement.

A partir de combien de kilomètres le tarif 1 est-il plus avantageux ? Explique ta démarche