# Transformations

*Remise à niveau / Maths / Chapitre 25*

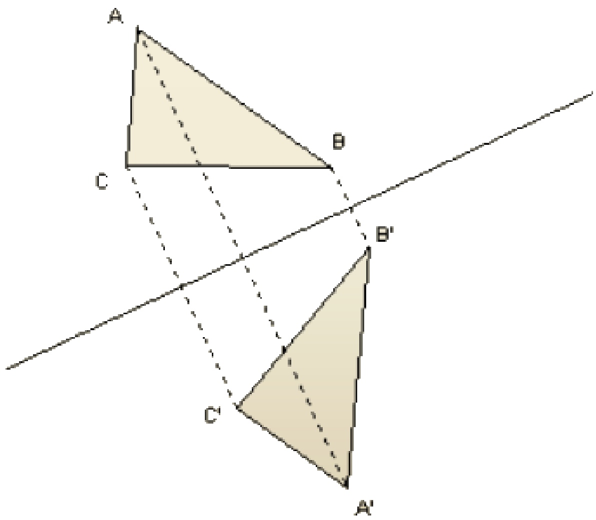
## Symétrie axiale ou symétrie orthogonale

Ici l'outil de transformation est appelé symétrie axiale.

Le support de cette transformation est une droite.

Exemple :

Soit le triangle ABC et (Δ ) une droite, construire l'image de ABC par la symétrie axiale d'axe (Δ ).




Pour obtenir l'image A'B'C' de ABC par la symétrie axiale d'axe (Δ) il faut successivement marquer les images de A, puis de B puis de C.
(Il y a autant d'images qu'il y a de points).

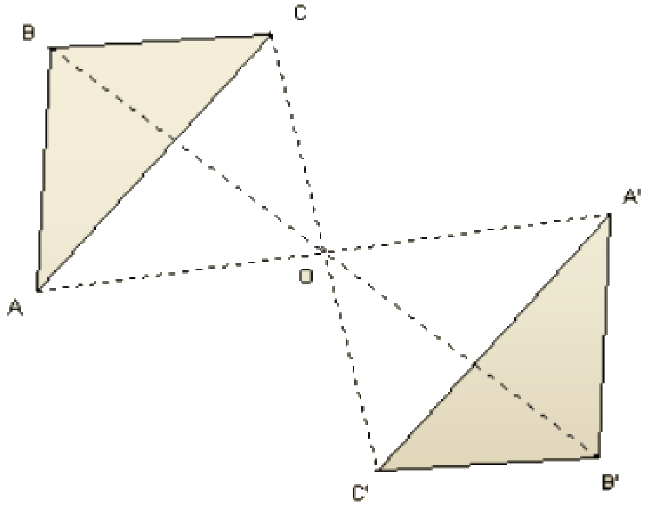
Pour trouver A' , tracer le segment [AA'] tel que (Δ )soit la médiatrice de [AA'].

Pour B' et C' nous procédons de la même manière.
Nous obtenons par conséquent pour l'ensemble de la figure, (Δ ) médiatrice de [AA'].
(Δ )médiatrice de[BB'] et(Δ ) médiatrice de [CC'].

## Symétrie centrale

Ici l'outil de transformation est appelé symétrie centrale.
Le support de cette transformation est un centre de symétrie.

Exemple :
Soit le triangle ABC et O un point du plan, construire l'image de ABC par la symétrie centrale de centre O.




Pour obtenir l'image A'B'C' de ABC par la symétrie centrale de centre O, il faut successivement marquer les images de A, puis de B puis de C. (il y a autant d'images qu'il y a de points).

Pour trouver A', tracer le segment [AA'] tel que O soit le milieu de ce segment.
Il en résulte que OA=OA'
En procédant de la même manière pour trouver B' et C', images respectives de B et C, nous obtenons l'image A'B'C' de ABC.

Nous obtenons par conséquent pour l'ensemble de la figure, O milieu de [AA'] ; [BB'] et [CC'].
Et nous pouvons écrire que OA=OA' et OB=OB' et OC=OC'

<u>Rotation</u>

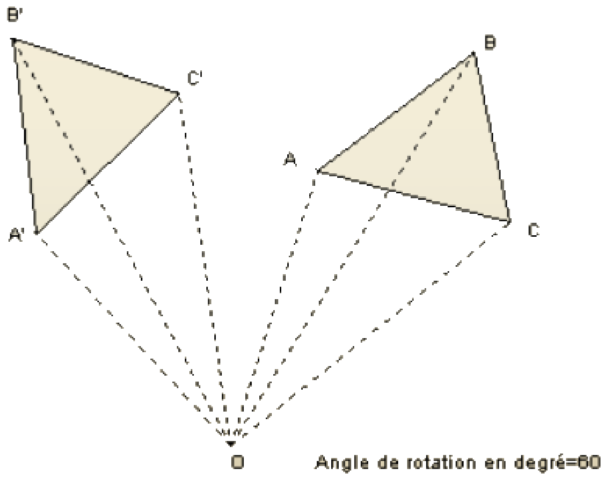
Ici l'outil de transformation est appelé la rotation.

Les supports de cette transformation sont un centre de rotation et un angle de rotation.

<u>Exemple :</u>

Soit le triangle ABC et la rotation *R(0;60°)* (« R » signifie rotation ; «O» représente le centre de rotation ; «60°» représente l'angle de rotation)

Construire l'image de ABC par la rotation *R(0;60°)* .




Pour obtenir l'image A'B'C' de ABC par la rotation R(0;60°) il faut successivement marquer les images de A, puis de B puis de C. (il y a autant d'images qu'il y a de points).

Pour trouver A', tracer l'angle $\widehat{AOA}$ de telle façon que sa mesure soit égale à 60° et que OA'=OA.

En procédant de la même manière pour trouver B' et C', images respectives de B et C, nous obtenons l'image A'B'C' de ABC

Nous obtenons par conséquent pour l'ensemble de la figure

OA=OA' et OB=OB' et OC=OC'

a) On peut procéder à la rotation dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Le sens inverse des aiguilles d'une montre correspond conventionnellement au sens positif appelé le sens direct (c'est ce sens que nous avons adopté dans l'exemple ci-dessus, car nous avions R(0;60°) rotation pour laquelle l'angle 60° est positif)

Le sens des aiguilles d'une montre correspond conventionnellement au sens négatif appelé le sens indirect.

b) Une rotation d'angle 180° revient à faire une symétrie centrale.

c) L'image d'une figure par une rotation de 360° est la figure elle-même.

## Translation

Ici l'outil de transformation est appelé la translation.
Le support de cette transformation est un vecteur.

**Généralités à propos des vecteurs :**

Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est défini par la représentation suivante :

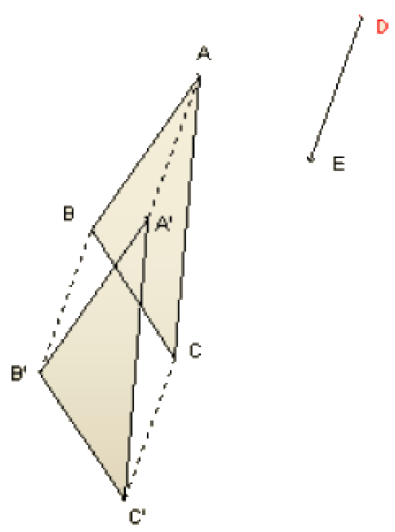

Trois caractéristiques définissent un vecteur :
Il est défini par sa norme (c'est à dire la longueur du segment [AB])
Il est défini par son sens (par le sens de la flèche)

Il est défini par sa direction (la direction de $\overrightarrow{AB}$ est donnée par la direction de la droite (AB))

## Rappel à propos de l'égalité de deux vecteurs :

Pour que deux vecteurs soient égaux, il faut que leur normes soient égales, que leurs sens soient les mêmes et que leur directions soient semblables (c'est à dire que les droites qui portent les deux vecteurs soient parallèles)

**Exemple :**
Soit le triangle ABC et le vecteur $\overrightarrow{DE}$, construire l'image de ABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{DE}$.



Pour obtenir l'image A'B'C' de ABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{DE}$ , il faut successivement marquer les images de A, puis de B puis de C. (il y a autant d'images qu'il y a de points).

Pour trouver A' , tracer le vecteur $\overrightarrow{AA'}$ de telle façon que l'on obtienne $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DE}$

Cela entraîne que :
Les longueurs des segments [AA'] et [DE] sont égales donc AA' = DE

Les sens des vecteurs $\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont les mêmes

Les directions des vecteurs $\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont identiques donc (AA') // (DE)

En procédant de la même manière pour trouver B' et C', images respectives de B et C, nous obtenons l'image A'B'C' de ABC

Nous obtenons par conséquent pour l'ensemble de la figure :
AA' = CC' = BB' = DE

$\overrightarrow{AA'}$ ; $\overrightarrow{BB'}$ ; $\overrightarrow{CC'}$ et $\overrightarrow{DE}$ ont le même sens

(AA') // (DE) ; (BB') // (DE) ; (CC') // (DE)

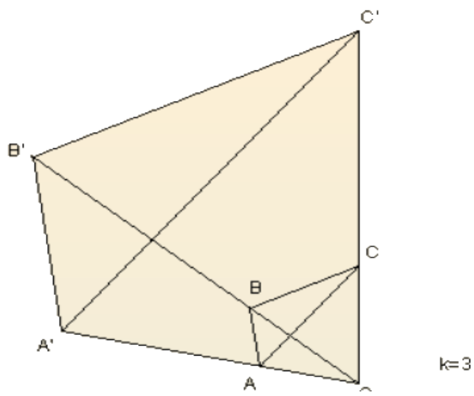
Donc $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DE}$

## Homothétie

Ici l'outil de transformation est appelé homothétie.
Les supports de cette transformation sont un centre et un rapport k (avec k > 0)

Exemple :
Soit le triangle ABC et l'homothétie H (O ; 3)
(« H » signifie homothétie ; «O» représente le centre de l'homothétie et « k » représente le rapport de l'homothétie, ici k=3, cela signifie que toutes les longueurs seront multipliées par trois)

Construire l'image de ABC par l'homothétie H (O ; 3)




Pour obtenir l'image A'B'C' de ABC par l'homothétie de centre O et de rapport k=3, il faut successivement marquer les images de A, puis de B puis de C.
(il y a autant d'images qu'il y a de points).

Pour trouver A', il faut tracer OA' tel que OA' = 3 OA et tel que O, A, A' soient alignés.

Il en résulte vectoriellement que :

En procédant de la même manière pour trouver B′ et C′, images respectives de B et C, nous obtenons l'image A′B′C′ de ABC

Nous obtenons par conséquent pour l'ensemble de la figure

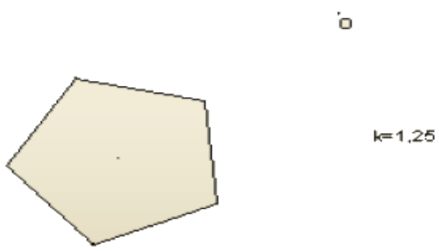
$OA' = 3\ OA$ donc $\overrightarrow{OA'} = 3\overrightarrow{OA}$
$OB' = 3\ OB$ donc $\overrightarrow{OB'} = 3\overrightarrow{OB}$
$OC' = 3\ OC$ donc $\overrightarrow{OC'} = 3\overrightarrow{OC}$

<u>Remarques :</u>

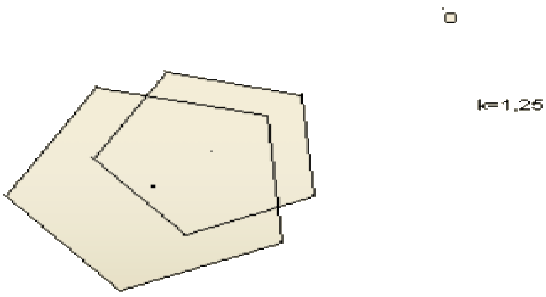
- l'image est agrandie par rapport à la figure si $k > 1$
- l'image est réduite par rapport à la figure si $0 < k < 1$
- l'image est confondue avec la figure si $k = 1$

<u>Exercices</u>

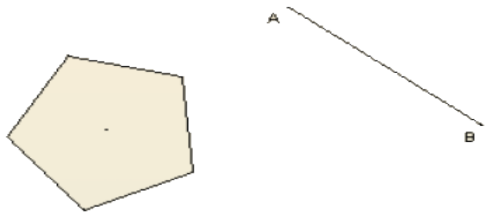
**1/** Construire l'image de la figure par l'homothétie $H\left(O\ ;\frac{5}{4}\right)$

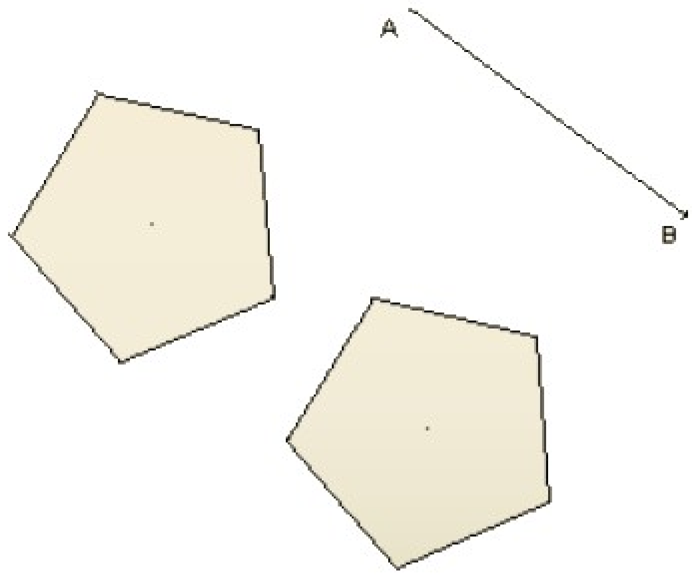



**1/** Image de la figure par l'homothétie $H\left(O\ ;\frac{5}{4}\right)$

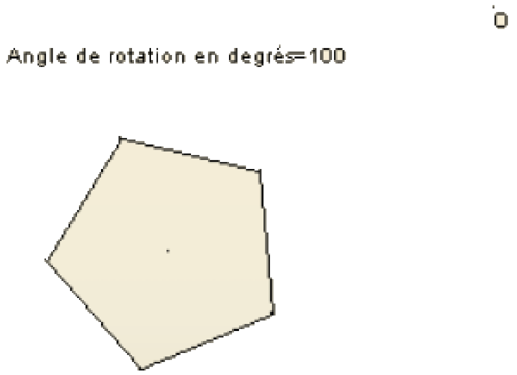


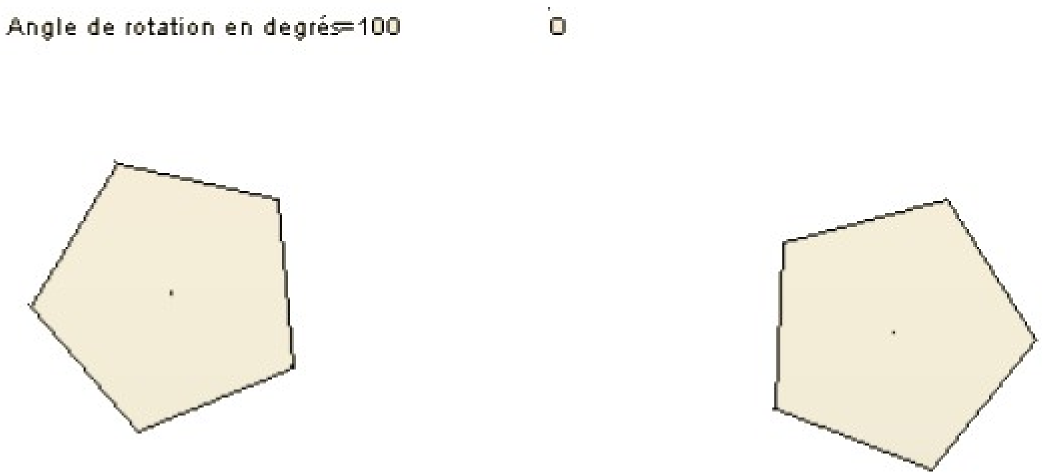
**2/** Construire l'image de la figure par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



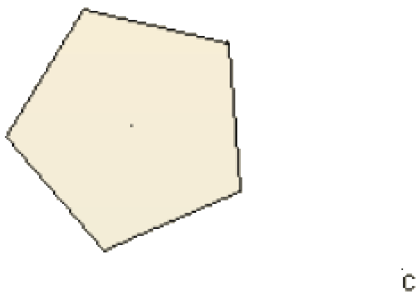



**3/** Construire l'image de la figure par la rotation *R* (*O* ; 100°).

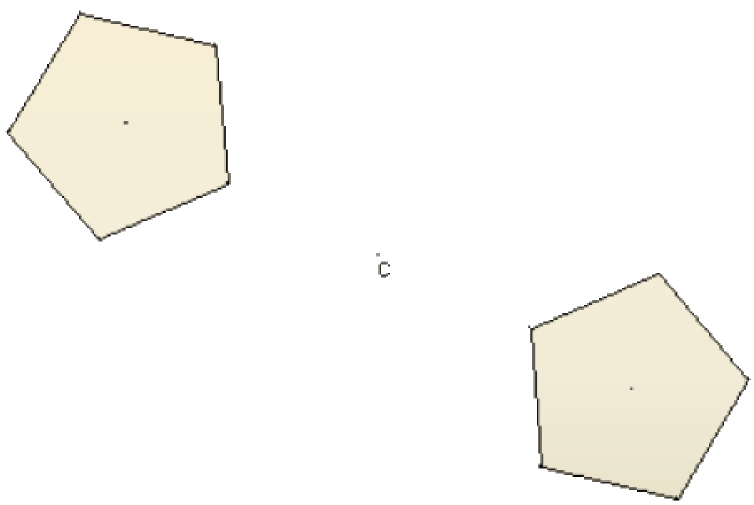


**4/** Construire l'image de la figure par la symétrie centrale de centre C.




## **4/** Image de la figure par la symétrie centrale de centre C.



**5/** Construire l'image de la figure par la symétrie axiale d'axe (δ).