

Rappel de la notation : il est tenu compte, à hauteur de trois points maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

Exercice 1 (5 points)

Soit un segment $[MA]$ et soit a la mesure, en centimètres, de la longueur de ce segment.

1) Tracer le cercle C_1 de centre M et de rayon a et le cercle C_2 de centre A et de rayon a .

Les cercles C_1 et C_2 se coupent en deux points dont l'un, le point O , est tel que (M, O, A) soit décrit dans le sens de rotation des aiguilles d'une montre. Démontrer que le triangle MOA est équilatéral.

2) Tracer le cercle C_3 de centre O et de rayon a . Le cercle C_3 recoupe la demi-droite $[MO)$ au point T , de telle sorte que M, O et T soient alignés dans cet ordre. Démontrer que le triangle MAT est rectangle en A .

3) Soit R le point d'intersection du cercle C_2 et du segment $[AT]$.

Tracer le cercle C_4 de centre R et de rayon a . Soit S le point où le cercle C_4 recoupe le cercle C_1 , et soit I le point d'intersection de C_4 et de C_2 situé à l'extérieur du cercle C_1 .

a) Démontrer que le quadrilatère $MARS$ est un carré.

b) Démontrer que le triangle SOR est isocèle de sommet principal O .

Questions complémentaires (4 points)

1) Dans la question 1 de l'exercice 1, il vous est demandé de démontrer que le triangle MAO est équilatéral.

Conformément aux programmes, peut-on poser cette question sous cette forme à des élèves de Cycle 3 ? Justifier votre réponse. Sinon quelle formulation pourrait-on utiliser pour poser une question équivalente en Cycle 3 et quelle méthode serait alors possible ?

2) L'annexe 1 reproduit un exercice de la page 69 du manuel de mathématiques CM2, collection Diagonale, Nathan.

Chaque réponse devra être justifiée.

a) Cet énoncé vous semble-t-il suffisant pour que l'élève construise la figure ? Quelles modifications proposeriez-vous ?

b) À partir de la situation telle qu'elle est présentée, mentionner au moins deux capacités qu'un élève doit maîtriser pour reproduire la figure.

Exercice 2 (3,5 points)

Un couple travaille dans une entreprise.

Au départ Dominique gagne 50 % de plus que Claude.

Puis le salaire de Claude est augmenté de 15 % et le salaire de Dominique n'est pas augmenté.

1) Sachant que le salaire mensuel de Claude était au départ de 1800 €, quel est le nouveau revenu mensuel du couple ?

2) On appelle x le salaire mensuel de Claude. Exprimer le nouveau revenu mensuel du couple en fonction de x .

3) En partant d'un salaire initial pour Claude de 1800 €, calculer le pourcentage d'augmentation des revenus du couple.

4) Plus généralement, montrer que l'augmentation des revenus du ménage en pourcentage est constante, quelle que soit la valeur de x .

Questions complémentaires (4 points)

Cet exercice s'appuie sur les documents suivants proposés en annexes :

- Un extrait des programmes de l'école primaire (annexe 2)
- Une situation inspirée d'une activité – *Les bandes colorées* - proposée dans l'ouvrage ERMEL « *Apprentissages numériques et résolution de problèmes - CM1* », Éditions HATIER (annexe 3)
- Les travaux d'un élève ERWAN (annexe 4).

1) En vous référant à l'extrait des programmes de l'école primaire fourni en annexe 2, quelle(s) principale(s) capacité(s) est (sont) abordée(s) dans cette activité ?

2) Citer deux éléments de cette situation qui peuvent avoir une influence sur les procédures mises en oeuvre par les élèves.

3) Décrire les procédures utilisées par ERWAN (annexe 4) dans ses recherches pour répondre aux consignes des étapes 2 et 3. Préciser les propriétés mathématiques sous-jacentes.

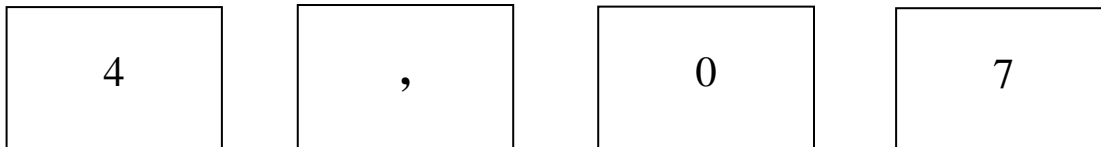
4) Lors de l'étape 2, l'enseignant a relevé une réponse erronée : 19 R

Pour cette réponse, émettre une hypothèse sur la procédure qui a pu être utilisée par l'élève.

Exercice 3 (3,5 points)

Un enseignant propose à ses élèves le problème suivant :

« On dispose de quatre cartons, qu'il est possible de déplacer :



Dans cette position, le nombre 4,07 est affiché.

Trouve tous les nombres qui peuvent être affichés en déplaçant les quatre cartons. »

1) Proposer une écriture fractionnaire du nombre affiché « 4,07 ».

2) Le nombre affiché « 4,07 » est-il naturel ? décimal ? rationnel ? irrationnel ? réel ? Votre réponse sera argumentée.

3) Résoudre le problème posé par cet enseignant. La présentation de vos résultats mettra en évidence votre démarche de résolution.

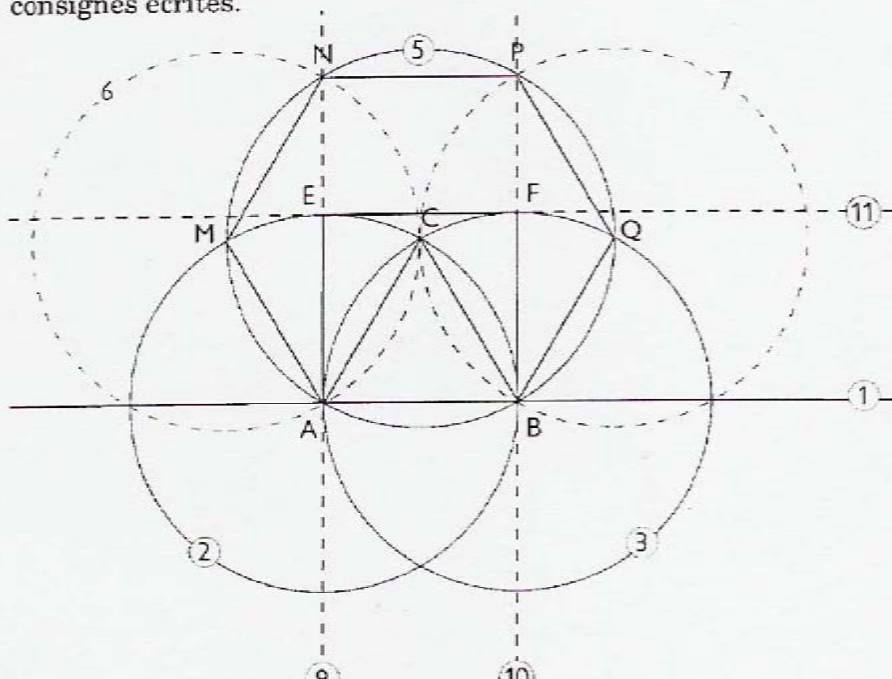
4) Indiquer la nature du nombre 4,070707... (07 répété à l'infini). Donner une écriture fractionnaire de ce nombre.

Annexe 1



Exercice

Cette figure complexe peut être réalisée en douze étapes.
Chaque étape est indiquée par un numéro d'ordre sur la figure ou dans la liste des consignes écrites.



- ① Trace une droite, puis marque deux points A et B sur cette droite tels que $AB = 2,5 \text{ cm}$.
- ④ Trace le triangle équilatéral ABC.
- ⑧ Trace l'hexagone régulier AMNPQB.
- ⑫ Trace le carré AEFB.

Annexe 2

Compétences devant être acquises en fin de cycle.

[...]

1 - EXPLOITATION DE DONNÉES NUMÉRIQUES

1.1 Problèmes relevant des quatre opérations

- résoudre des problèmes en utilisant les connaissances sur les nombres naturels et décimaux et sur les opérations étudiées.

1.2 Proportionnalité

- résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant des raisonnements personnels appropriés (dont des problèmes relatifs aux pourcentages, aux échelles, aux vitesses moyennes ou aux conversions d'unités).

1.3 Organisation et représentation de données numériques

- organiser des séries de données (listes, tableaux...),

- lire, interpréter et construire quelques représentations : diagrammes, graphiques.

2 - CONNAISSANCE DES NOMBRES ENTIERS NATURELS

2.1 Désignations orales et écrites des nombres entiers naturels

- déterminer la valeur de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position ;

- donner diverses décompositions d'un nombre en utilisant 10, 100, 1000..., et retrouver l'écriture d'un nombre à partir d'une telle décomposition ;

- produire des suites orales et écrites de 1 en 1, 10 en 10, 100 en 100, à partir de n'importe quel nombre ;

- associer la désignation orale et la désignation écrite (en chiffres) pour des nombres jusqu'à la classe des millions.

2.2 Ordre sur les nombres entiers naturels

- comparer des nombres, les ranger en ordre croissant ou décroissant, les encadrer entre deux dizaines consécutives, deux centaines consécutives, deux milliers consécutifs... ;

- utiliser les signes <et> pour exprimer le résultat de la comparaison de deux nombres ou d'un encadrement ;

- situer précisément ou approximativement des nombres sur une droite graduée de 10 en 10, de 100 en 100...

2.3 Structuration arithmétique des nombres entiers naturels

- connaître et utiliser des expressions telles que : double, moitié ou demi, triple, tiers, quadruple, quart ; trois quarts, deux tiers, trois demis d'un nombre entier ;

- connaître et utiliser certaines relations entre des nombres d'usage courant : entre 5, 10, 25, 50, 75, 100 ; entre 50, 100, 200, 250, 500, 750, 1000 ; entre 5, 15, 30, 45, 60, 90 ;

- reconnaître les multiples de 2, de 5 et de 10.

3 - CONNAISSANCE DES FRACTIONS SIMPLES ET DES NOMBRES DÉCIMAUX

3.1 Fractions

- utiliser, dans des cas simples, des fractions ou des sommes d'entiers et de fractions pour coder des mesures de longueurs ou d'aires, une unité étant choisie, ou pour construire un segment (ou une surface) de longueur (ou d'aire) donnée ;

- nommer les fractions en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart, dixième, centième... ;

Annexe 3

BANDES COLORÉES (période 2)

Fiche de préparation

● *Description rapide*

On veut réaliser des bandes en juxtaposant soit des petites bandes bleues d'une certaine longueur, soit des petites bandes rouges d'une longueur différente. La longueur des petites bandes n'est pas donnée, mais les élèves savent qu'en mettant bout à bout 10 bandes bleues, on fabrique une bande de même longueur qu'avec 4 bandes rouges. Connaissant le nombre de bandes bleues utilisées pour réaliser une certaine longueur, on cherche combien de bandes rouges sont nécessaires pour réaliser la même longueur.

Remarque : dès le départ, la référence à des longueurs en cm doit être écartée.

● *Matériel collectif*

- Pas d'instruments de mesure.
- Deux bandes blanches de longueur 60 cm.
- Une vingtaine de petites bandes rouges de 15 cm et 5 bandes blanches de 60 cm recouvertes, chacune, par 4 bandes rouges de 15 cm.
- Une quarantaine de petites bandes bleues de 6 cm et 5 bandes blanches de 60 cm recouvertes, chacune, par 10 bandes bleues de 6 cm.

Les bandes blanches de 60 cm recouvertes de bandes de couleur sont prévues dans le seul but d'alléger le dispositif expérimental : lorsqu'on veut réaliser au tableau la juxtaposition de 40 bandes bleues, il est plus rapide d'utiliser les assemblages de 10 bandes déjà prévus. Notons aussi que l'assemblage de 10 bandes correspond aux données de la situation (« 10 bandes bleues, c'est la même longueur que 4 rouges »).

DÉROULEMENT

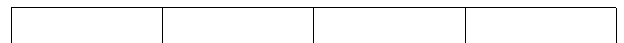
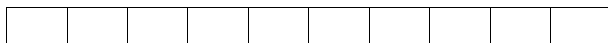
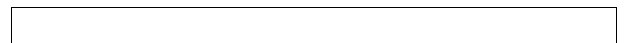
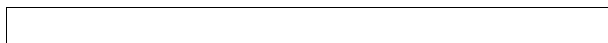
Étape 1 : Présentation collective.

Le maître affiche une bande blanche au tableau et demande à un élève de réaliser une même longueur avec des bandes bleues. En plaçant des bandes bleues sous la bande blanche, on constate qu'il faut 10 bleues.

Une deuxième bande blanche est affichée au tableau, à côté de la précédente (voir schéma ci-dessous), après avoir constaté qu'elle a même longueur que la première.

Le maître demande à un élève de réaliser une même longueur avec des bandes rouges. En plaçant les bandes rouges sous la bande blanche, on constate qu'il faut 4 rouges.

Bandes blanches



Bandes bleues
10 B

Bandes rouges
4R

L'enseignant écrit 10 B et 4 R sous les bandes correspondantes et fait verbaliser : « 10 bleues c'est la même longueur que 4 rouges. » Cette phrase est écrite sur un poster, pour mémoire.

Étape 2 : recherche individuelle.

Le maître annonce : « J'ai réalisé une grande bande avec 25 bleues ». Il la montre, puis la cache et écrit au tableau : 25 bleues.

Consigne : *À vous de trouver combien je dois prendre de bandes rouges pour faire une bande de même longueur.* L'élève dispose d'une feuille individuelle pour effectuer ses recherches. Cette phase de recherche est suivie d'une mise en commun. Les résultats 5B --> 2R et 25 B --> 10R sont écrits au tableau.

Étape 3 : reprise du problème.

Le maître pose la même question que dans l'étape 2, mais avec 15 bleues puis avec 40 bleues. L'élève dispose d'une feuille de recherche. La phase de recherche est suivie d'une mise en commun. Les résultats sont écrits.

Annexe 4

Prénom : ERWAN

Mes recherches :

$4R = 10B$: et j'ai reprié $4R = 10B$ et comme
 $4R = 10B$ $8R = 20B$ et comme $4R = 10B$
on'a prié 2 rouge ça faisait la moitié de
 $10B$

$$10B + 10B + 5B = 25 \text{ ça veut dire que}$$

$$10R = \del{25} 25B$$

Prénom : ERWAN

Mes recherches :

question

Combien de #bandes rouges faut il pour
trouver $15B$ et $40B$?

$$6R = 15B$$

$$16R = 40B$$

$6R$ c'est $15B$ parce que j'ai enlevé $4R$ dans
 $10R$ et j'ai obtenu 15 . 40 j'ai prié $10R$ ça
faisait $25B$ comme ça fait $25B$ j'ai
ajouté $2R$ ça faisait 30 j'ai remis $2R$ ça
faisait 35 et j'ai remis $2R$ ça faisait 40 ça
veut dire que j'ai ~~mis~~ mis $16R$