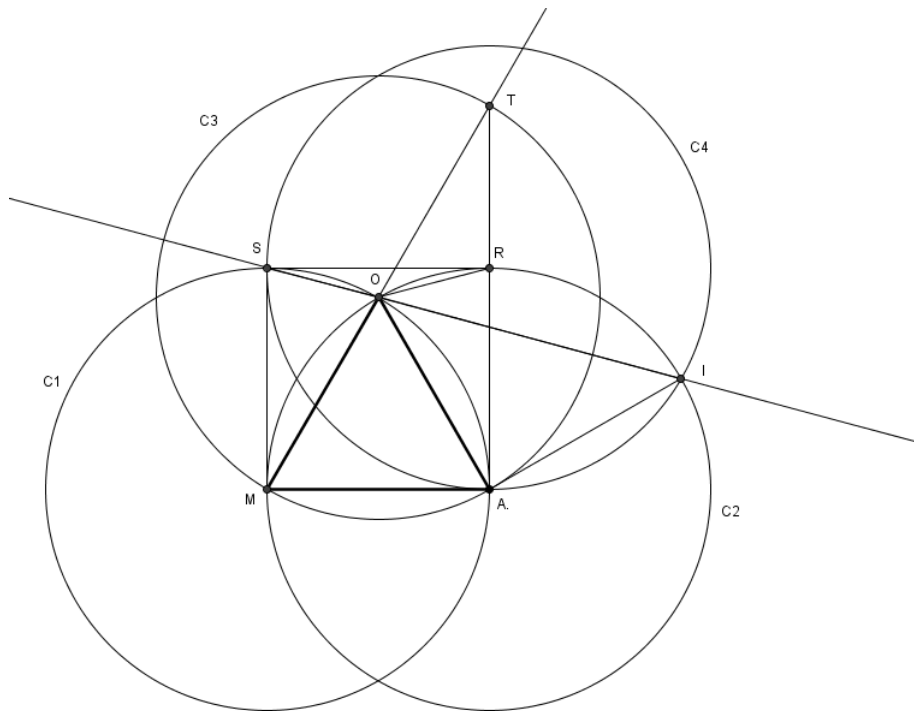


**Exercice 1 ( 5 points)**



1) Par hypothèse,

- $MA = a \text{ cm}$
  - O est sur le cercle de centre M et de rayon  $a \text{ cm}$  donc  $OM = a \text{ cm}$
  - O est sur le cercle de centre A et de rayon  $a \text{ cm}$  donc  $OA = a \text{ cm}$
- $MA = OM = OA$  donc **le triangle MOA est équilatéral.**

2) [MT] est un diamètre du cercle C3 et A est un point de ce même cercle donc **le triangle MAT est rectangle en A** (« propriété de l'angle droit »).

3a) - M est sur le cercle C2 de centre A et de rayon  $a \text{ cm}$  donc  $AM = a \text{ cm}$

- S est sur le cercle C1 de centre M et de rayon  $a \text{ cm}$  donc  $MS = a \text{ cm}$
- S est sur le cercle C4 de centre R et de rayon  $a \text{ cm}$  donc  $SR = a \text{ cm}$
- R est sur le cercle C2 de centre A et de rayon  $a \text{ cm}$  donc  $RA = a \text{ cm}$

On en déduit que le quadrilatère MARS est un losange.

Par ailleurs on a démontré que l'angle  $RAM$  est un angle droit (voir 2°).

Le quadrilatère MARS est un losange qui a un angle droit.

**Le quadrilatère MARS est donc un carré.**

3b) Le triangle MOA est équilatéral (voir 1°) donc  $MO = OA$  donc O est sur la médiatrice de [MA]

Par ailleurs, le quadrilatère MARS est un carré (voir 3°- a) donc la médiatrice de [MA] est aussi la médiatrice de [SR].

On en déduit que O est aussi sur la médiatrice de [SR] et donc que  $OS = OR$ .

**Le triangle SOR, dont les côtés [OS] et [OR] ont même longueur, est un triangle isocèle de sommet principal O.**

### Questions complémentaires (4 points)

1) À l'école primaire, il ne peut être question de "démontrer", verbe qui fait référence à une géométrie hypothético-déductive qui ne sera abordée qu'au collège.

Au cycle 3, un objectif important annoncé par les programmes est de "passer progressivement d'une géométrie où les objets sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par un recours à des instruments et par la connaissance de leurs propriétés".

On peut donc, par exemple, poser la question suivante : "Le triangle MAO est-il équilatéral ? Justifie ta réponse".

Les réponses recevables peuvent être, par exemple, les suivantes :

- "J'ai mesuré ; le triangle a trois côtés de même longueur"

ou

- "On a trois rayons de cercle de même rayon"

2a) L'énoncé n'est pas suffisant parce que :

- l'énoncé ne donne pas clairement la consigne de reproduire la figure ;
- pour les étapes de construction, l'énoncé indique des numéros d'étapes et une phrase de commentaires, mais ne précise pas explicitement que l'élève doit suivre l'ordre des numéros pour construire la figure ;
- chaque numéro qui apparaît sur la figure désigne un élément de la figure à tracer (par exemple le n° 2 indique de tracer le cercle de centre A et passant par B), et il est probable que cela ne soit pas compris par tous les élèves.

On peut envisager plusieurs modifications :

- ajouter dans l'énoncé, après les deux premières phrases, la consigne : *Reproduis la figure en suivant l'ordre de ces numéros* ;
- sur l'énoncé faire apparaître toute la figure en traits pleins, en effet les traits pointillés sont fastidieux à tracer, en particulier les cercles !
- peu après la mise en route de l'activité, envisager une intervention orale à propos des numéros qui apparaissent sur la figure ;
- fournir aux élèves une feuille où la figure est partiellement tracée, par exemple le cercle de centre C passant par M sur lequel les points A, B, Q, P, N, M soient déjà placés.

2b) L'élève doit savoir :

- reconnaître de manière perceptive une figure plane (en particulier dans une configuration plus complexe) ;
- décomposer une figure en figures plus simples ;
- tracer une figure, soit à partir d'un modèle, soit à partir d'une description ;
- tracer un cercle dont on connaît le centre et le rayon ;
- tracer une droite passant par deux points.

### Exercice 2 ( 3,5 points)

1) Pour un salaire de Claude de 1800 € on obtient un nouveau revenu mensuel pour le couple de 4770 €

$$\text{Salaire de Dominique : } 1800 + 1800 \times \frac{50}{100} = 2700$$

$$1800 \times 1,15 + 2700 = 2070 + 2700 = 4770$$

2)  $x$  est le salaire de Claude.

$$\text{Salaire de Dominique : } x + \frac{50}{100} x = 1,5 x$$

$$x \times 1,15 + 1,5 x = 2,65 x$$

Le nouveau revenu mensuel du couple est  $2,65 x$

3) Le revenu mensuel initial pour le couple était :  $1800 + 2700 = 4500$  euros

Le revenu mensuel après augmentation de Claude est pour le couple de 4770 €  
 $4770 \div 4500 = 1,06$ , donc le pourcentage d'augmentation est de 6%.

Les revenus mensuels du couple augmentent de 6 %.

4) En fonction de  $x$

Le revenu mensuel initial pour le couple était :  $x + 1,5 x = 2,5 x$

Le revenu mensuel après augmentation de Claude est pour le couple de  $2,65 x$

$\frac{2,65 x}{2,5 x} = 1,06$  donc le pourcentage d'augmentation est de 6%.

Les revenus mensuels du couple augmentent donc de 6 % quel que soit le salaire initial de Claude.

### Questions complémentaires (4 points)

1) Les capacités principales sont les suivantes :

« Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité, en utilisant des raisonnements personnels appropriés »

« Connaître et utiliser certaines relations entre des nombres d'usage courant ... »

Et à la rigueur

« Connaître et utiliser des expressions telles que double, moitié, etc. »

2) Les deux éléments de cette situation qui peuvent avoir une influence sur les procédures mises en oeuvre par les élèves peuvent être choisis parmi les suivants.

- Les élèves travaillent individuellement sur une feuille et sans manipuler les bandes rouges et bleues, par conséquent ils doivent utiliser une procédure plus abstraite (schémas ou calculs, voir ci-après).

- Le nombre qui exprime le rapport entre le nombre de bandes bleues et le nombre de bandes rouges correspondantes. Ici les nombres 10 et 4 ont un rapport de 2,5 ne permettant guère l'utilisation du coefficient ou le passage à l'unité, sans toutefois l'éliminer.

- Les relations arithmétiques entre les nombres exprimant les longueurs avec les bandes bleues favorisent l'utilisation des propriétés de linéarité (25 c'est le double de 10, plus la moitié).

- La taille de ces nombres : pour des nombres tels que 25 ou 5, l'élève peut se représenter mentalement (ou par le dessin) les bandes mises bout à bout ; pour de plus grands nombres la résolution se fera essentiellement dans le cadre numérique.

3) Pour 25 B on a 10 R

4 R	4 R	8 R	2 R	$4 + 4 + 2$
10 B	10 B	20 B	5 B	$10 + 10 + 5$

La réponse d'Erwan est correcte : pour 25 B, il trouve 10 R. Il utilise de façon implicite les propriétés additive et multiplicative de linéarité :

$$f(4 + 4 + 2) = f(4) + f(4) + f(2) \quad ; \quad f\left(\frac{4}{2}\right) = \frac{f(4)}{2}$$

Elle se formalise par :  $f(a + b) = f(a) + f(b)$  et  $f(ka) = k f(a)$

Pour 15 B on a 6 R

10 R	4 R	$10 - 4$
25 B	10 B	$25 - 10$

La réponse d'Erwan est correcte : pour 15 B, il trouve 6 R. Il utilise le résultat précédemment trouvé et utilise à nouveau de façon implicite la propriété additive de linéarité.

Pour 40 B on a 16 R

10 R	2R	$10 + 2$	2 R	$12 + 2$	2R	$14 + 2$
25 B	5 B	$25 + 5$	5 B	$30 + 5$	5B	$35 + 5$

La réponse d'Erwan est correcte : pour 40 B, il trouve 16 R. Il utilise à nouveau de façon implicite la propriété additive de linéarité :

4) 19 R est une réponse incorrecte.

On a  $10 B \rightarrow 4 R$  pour passer de 10 B à 25 B on ajoute 15 d'où  $4 + 15 = 19$

Hypothèse sur la procédure utilisée : cet élève utilise implicitement un modèle additif erroné :  
 $f(10 + 15) = f(10) + 15$

### Exercice 3 ( 3,5 points)

1)  $4,07 = \frac{407}{100}$

2) 4,07 n'est pas entier puisque sa partie décimale n'est pas nulle.

Il a un nombre fini de chiffres après la virgule: il est décimal.

D'après la question 1, il est rationnel et donc non irrationnel.

C'est un nombre réel comme tous les rationnels.

3) La virgule ne peut être placée qu'au 2<sup>e</sup> ou au 3<sup>e</sup> rang

Si elle est au 2<sup>e</sup> rang, il y a 6 possibilités : 4,07      4,70      7,04      7,40      0,47      0,74

Si elle est au 3<sup>e</sup> rang, il y a 6 possibilités : 40,7      47,0      70,4      74,0      04,7      07,4

On remarque que  $4,70 = 04,7$  et que  $7,40 = 07,4$ , il y a donc 10 possibilités :

4,07   4,70   7,04   7,40   0,47   0,74   40,7   47,0   70,4   74,0

4) Soit  $a = 4, \overline{07}$     **Ce nombre est rationnel.**

$$100a = 407, \overline{07} \quad \text{d'où} \quad 100a - a = 407, \overline{07} - 4, \overline{07}$$

$$\text{donc } 99a = 403 \quad \text{et} \quad a = \frac{403}{99}$$

$$\text{donc } 4, \overline{07} = \frac{403}{99}$$