

Exercice 1 (4 points)

Partie A

Les parités de l'euro ont été fixées le 1^{er} janvier 1999. On retiendra ici :

1 euro = 6,55957 francs français ;

1 euro = 166,386 pesetas espagnoles.

1. Depuis 2002 les prix sont affichés en euros.

Justifiez que $6,55957 \approx 6(1 + 0,1)$, puis proposez une règle pratique simple pour retrouver les prix en francs français.

2. On pose A égal à :

$$\frac{1}{100 \times \left(1 + \frac{2}{3}\right)}$$

a) Trouvez deux nombres entiers p et n, tels que : $A = \frac{p}{10^n}$

b) En déduire une règle pratique qui permettrait, en 2000, d'obtenir une valeur approchée en euros d'un prix affiché en pesetas.

Partie B

Le quotient de deux nombres entiers peut avoir une écriture à virgule qui « ne se termine pas ». Par exemple,

$\frac{2}{3} = 0,666\dots$; $\frac{227}{110} = 2,06363\dots$ L'écriture à virgule est alors périodique à partir d'un certain rang, c'est à dire

que la même séquence de chiffres finit par se répéter indéfiniment. On écrit : $\frac{2}{3} = 0, \overline{6}$ (période « 6 » à un chiffre),

et : $\frac{227}{110} = 2,0 \overline{63}$ (période « 63 » à deux chiffres).

1. On considère le nombre $x = 0, \overline{9}$, ayant une période à un chiffre.

a) Comparez $10x$ et $9 + x$.

b) Démontrez que $0, \overline{9} = 1$

2. Déterminez une écriture fractionnaire de $19, \overline{78}$.

Questions complémentaires (4 points)

Vous trouverez en annexe 1 :

- 1 A : des exercices sur les décimaux donnés au début du CM2.

- 1 B, 1 C, 1 D : trois productions d'élèves.

1 - Précisez pour chacun d'eux l'objectif principal.

2 - Analysez chaque production (excepté l'exercice 3). Vous signalerez les corrélations ou au contraire les contradictions entre les erreurs de chaque enfant.

3 - Pour la construction de l'ensemble des décimaux, quel obstacle fondamental rencontré par les élèves du cycle 3, révèlent ces exercices ?

Exercice 2 (5 points)

Trois amis prévoient d'aller faire un pique-nique en montagne. Deux d'entre eux veulent monter en vélo ; le troisième préfère partir plus tard, en voiture, et il se chargera des provisions. Comme il n'aime pas attendre trop longtemps, il demande à ses amis cyclistes de préciser leur projet.

Les cyclistes décident de partir à 9 heures de leur domicile. Ils prévoient une heure et quart pour les 30 kilomètres de route dans la vallée. Ils envisagent de s'arrêter 25 minutes avant d'attaquer la côte de 16 kilomètres qui les conduira au lieu du pique-nique. La dénivelée de 1 020 mètres ne les décourage pas ; ils sont sûrs de monter avec une moyenne de 12 km/h. L'automobiliste part du même endroit que ses amis et ne prévoit aucun arrêt. Il gagnera du temps dans la vallée en prenant l'autoroute sur 30 kilomètres avec une vitesse moyenne de 120 km/h. Il retrouvera le même parcours que les cyclistes sur la route de montagne, il envisage une vitesse moyenne de 48 km/h pour ces 16 kilomètres. Il veut arriver un quart d'heure avant ses amis cyclistes.

1 - Déterminez l'heure d'arrivée des cyclistes. Détaillez vos calculs.

2 - Déterminez l'heure de départ de l'automobiliste. Détaillez vos calculs.

3 - Représentez, sur un même graphique (papier millimétré fourni), les distances parcourues par les cyclistes et l'automobiliste en fonction de l'horaire, à partir de 9 heures. Pour cela vous considérerez que les vitesses sont constantes sur chaque portion de parcours.

Vous prendrez 6 cm pour représenter une heure et 1 cm pour représenter 2 km.

4 - Déterminez l'heure et le lieu où l'automobiliste double ses amis :

a) à l'aide du graphique,

b) par une mise en équation du problème.

Questions complémentaires (4 points)

Vous trouverez en annexes 2 et 3, les extraits de deux manuels de CM1 concernant la proportionnalité.

Etude de l'extrait n°1 (annexe 2) :

Question 1

Quelles sont les compétences mathématiques nécessaires pour répondre aux questions des exercices 1 et 2 ?

Question 2

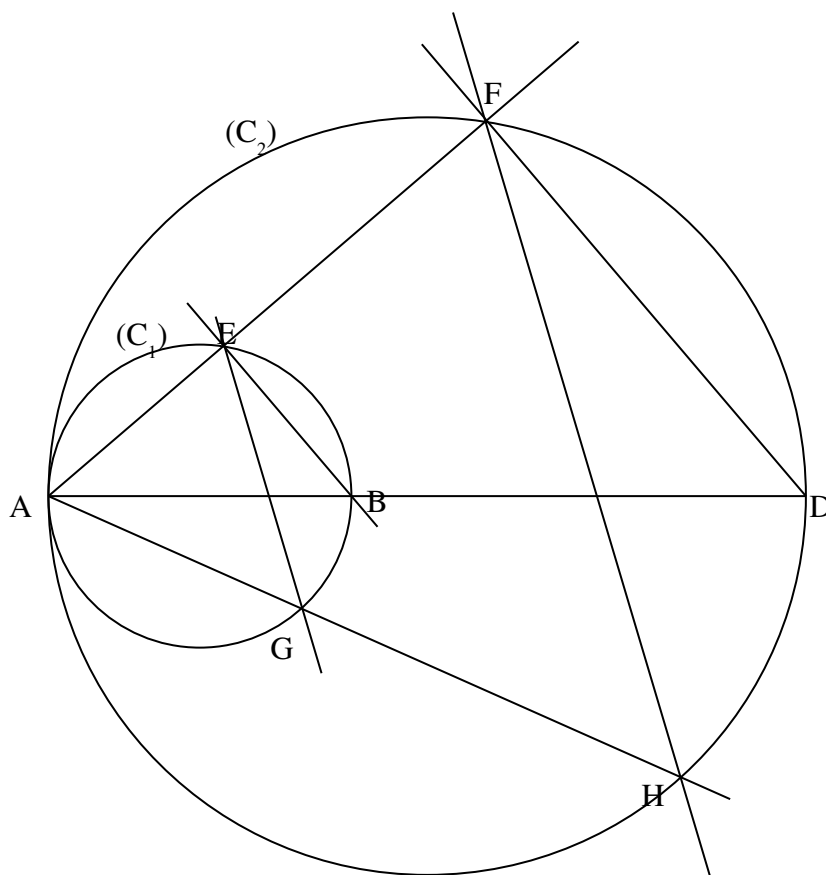
Pour les 1^{er} et 3^{ème} exemples proposés à l'exercice 3 et le 1^{er} problème de l'exercice 4, par quelle(s) procédure(s) un élève peut-il répondre à la question posée ? En quoi le choix des nombres induit-il cette (ces) procédure(s) ?

Etude comparative des deux extraits (annexes 2 et 3) :

Question 3

Comparer ces deux extraits de manuels en ce qui concerne les objectifs poursuivis par les auteurs, les méthodes de résolutions proposées, l'initiative laissée à l'élève.

Exercice 3 (3 points)



On considère la figure ci-dessus :

A, B, D sont alignés dans cet ordre et $AB = 4$ cm et $BD = 6$ cm.

On appelle (C_1) le cercle de diamètre $[AB]$ et (C_2) le cercle de diamètre $[AD]$.

Le point E est sur le cercle (C_1) , distinct de A et de B, et la droite (AE) recoupe le cercle (C_2) en F.

1) Démontrer que les droites (BE) et (DF) sont parallèles.

2) Le point G est sur le cercle (C_1) , distinct de A, de B et de E, et la droite (AG) recoupe le cercle (C_2) en H.
Démontrer que les droites (EG) et (FH) sont parallèles.

ANNEXE 1 A

Prénom : Classe :

Exercice 1 :

Compte quatre fois de 2 dixièmes en 2 dixièmes à partir de 13,61.

.....

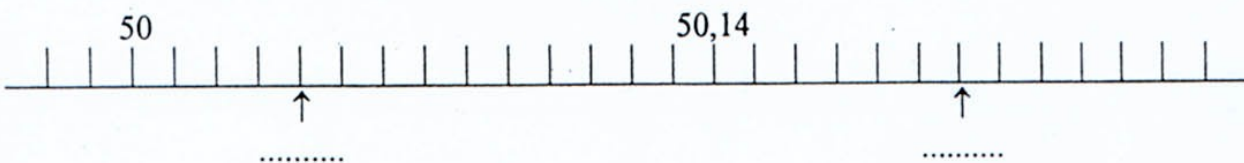
Exercice 2 :

Range les nombres suivants du plus petit au plus grand :
8,4 - 8,37 - 8,127 - 7,1502 - 8,037 - 0,8127 .

.....

Exercice 3 :

a- Sur la graduation ci-dessous, à quels nombres correspondent les flèches ?



b- Place lorsque cela est possible les nombres suivants sur la graduation :
50,1 ; 51 ; 50,01 ; 50,25 ; 50,025 ; 50,3 .

c- Quels sont les nombres impossibles à placer ? Pourquoi ?

Exercice 4 :

a- Peux-tu citer 3 nombres compris entre 1,8 et 2,4 ? si oui, écris les :

.....

b- Même question entre 2,5 et 2,6 ?

.....

c- Même question entre 2 et 2,01 ?

.....

ANNEXE 1 B

Prénom : Bour Bertrand Classe : CM2

Exercice 1 :

Compte quatre fois de 2 dixièmes en 2 dixièmes à partir de 13,61.

13,81 - 13,101 - 13,121 - 13,141

Exercice 2 :

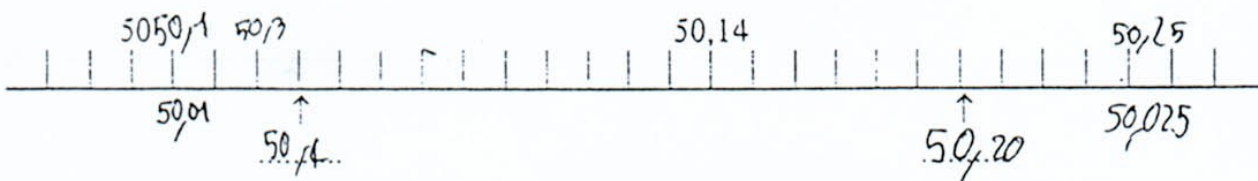
Range les nombres suivants du plus petit au plus grand :

8,4 - 8,37 - 8,127 - 7,1502 - 8,037 - 0,8127 .

0,8127 - 8,127 - 8,037 - 8,37 - 8,4 - 7,1502 (inverser)

Exercice 3 :

a- Sur la graduation ci-dessous, à quels nombres correspondent les flèches ?



b- Places lorsque cela est possible les nombres suivants sur la graduation :

50,1 ; 51 ; 50,01 ; 50,25 ; 50,025 ; 50,3 .

c- Quel sont les nombres impossibles à placer ? Pourquoi ?

51 est impossible à placer car il n'y a pas de grande assez gradu

Exercice 4 :

a- Peux-tu citer 3 nombres compris entre 1,8 et 2,4 ? si oui, écris les :

1,9 - 2,3, 2,2

b- Même question entre 2,5 et 2,6 ?

on peut pas

c- Même question entre 2 et 2,01 ?

on peut pas

ANNEXE 1 C

Prénom : Nahuen Classe : CM2

Exercice 1 :

Compte quatre fois de 2 dixièmes en 2 dixièmes à partir de 13,61.

13,61 - 13,63 - 13,65 - 13,67 -

Exercice 2 :

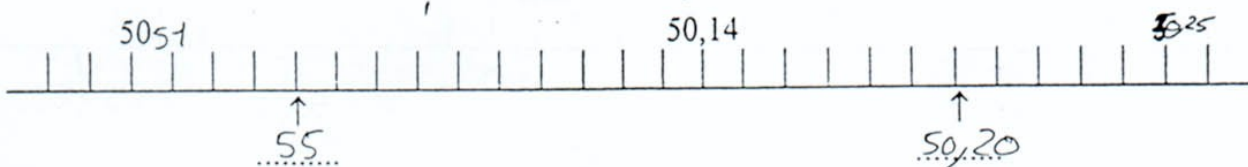
Range les nombres suivants du plus petit au plus grand :

8,4 - 8,37 - 8,127 - 7,1502 - 8,037 - 0,8127 .

0,8127 - 7,1502 - 8,037 - 8,127 - 8,37 - 8,4

Exercice 3 :

a- Sur la graduation ci-dessous, à quels nombres correspondent les flèches ?



b- Place lorsque cela est possible les nombres suivants sur la graduation :
50,1 ; 51 ; 50,01 ; 50,25 ; 50,025 ; 50,3 .

c- Quels sont les nombres impossibles à placer ? Pourquoi ?

50,1 - 50,01 - 50,025 - 50,3 ~~50,25~~ Parce qu'il n'y avait pas assez de nombre pour écrire.

Exercice 4 :

a- Peux-tu citer 3 nombres compris entre 1,8 et 2,1 ? si oui, écris les :

1,9 - 2,00 - 2,01

b- Même question entre 2,5 et 2,6 ?

S'est pas possible

c- Même question entre 2 et 2,01 ?


2,00 - 2,01

ANNEXE 2

Extrait N°1 : "J'APPRENDS LES MATHS" Rémi BRISSIAND
Manuel de CM1 chez RETZ.

Je découvre

1 Voici le tarif des photocopies d'une librairie :



75 centimes
LA PHOTOCOPIE

*Combien coûtent 5 photocopies ?
Combien coûtent 9 photocopies ?
Calcule de 2 façons le prix de 14 photocopies.
Calcule de 2 façons le prix de 90 photocopies.*

2 Voici le tarif d'une autre librairie :

PHOTOCOPIES	
Quantité achetée	Prix à l'unité
De 1 à 6	85 c.
De 7 à 10	80 c.
De 11 à 20	70 c.
Plus de 21	60 c.

A. Calcule le prix de 5 photocopies.
M. Dubois fait 9 photocopies. Le libraire lui demande 7,20 F. Vérifie que le libraire ne s'est pas trompé.
M. Diot fait 15 photocopies. Le libraire lui demande 10,50 F. Vérifie que le libraire ne s'est pas trompé.
Combien coûtent 25 photocopies ?

B. On a vu que le prix de 5 photocopies est de 4,25 F et que celui de 9 photocopies est de 7,20 F. *Cela permet-il de calculer le prix de 14 photocopies ?*

C. On a vu que le prix de 9 photocopies est de 7,20 F. *Cela permet-il de calculer le prix de 90 photocopies ?*

J'ai appris

- Si le prix d'un objet diminue quand le nombre d'objets achetés augmente, on dit que le prix est **dégressif**.
- Si le prix d'un objet est le même quel que soit le nombre d'objets achetés, on dit que le prix est **proportionnel** au nombre d'objets achetés.
- C'est seulement quand le prix est proportionnel au nombre d'objets qu'on peut calculer facilement le prix de 13 objets si on connaît déjà celui de 5 et celui de 8 objets.

3 Dans chacun de ces exemples, détermine si le prix est proportionnel au nombre d'objets achetés. Justifie tes réponses.

- Un lot de 3 paquets de café Mélior coûte 27 F. Un lot de 7 paquets de ce même café coûte 63 F.
- Six places de cinéma coûtent 258 F. Une carte pour 15 places coûte 585 F.
- Un lot de 4 litres d'eau minérale Clara coûte 17 F. Un lot de 10 litres d'eau Clara coûte 40 F.

4 Dans ces deux problèmes, le prix est proportionnel au nombre d'objets achetés. Calcule le prix demandé. Quand il y a plusieurs méthodes, choisis la plus facile.

- Sept chaises sont vendues 1 092 F. Combien valent 14 chaises ?
- Huit fauteuils sont vendus 2 472 F. Combien valent 13 fauteuils ?

ANNEXE 3

Extrait N°2 : "MATHS" Nouvelle Collection Thévenet
Manuel de CM1 chez BORDAS.



61. La proportionnalité (1)

JE DÉCOUVRE

1. Voici la recette d'une tarte aux pommes.

Recopie et complète le tableau avec les quantités nécessaires pour 2, 3 ou 4 tartes.

Tarte aux pommes	
•	200 g de farine
•	100 g de beurre
•	1/2 verre d'eau
•	une pincée de sel
•	1 kg de pommes

Nombre de tartes		1	2	3	4
Quantités					
farine en g		200	400
beurre en g		100	200
eau en verre		$\frac{1}{2}$	1
sel en pincée		1	2
pommes en kg		1	2

m 3
m 2
m 2

2. Les yaourts sont vendus par paquets de 6.

- Construis un tableau pour trouver le nombre de yaourts dans 2 paquets, 6 paquets, 5 paquets, 11 paquets.
- Combien de paquets peut-on faire avec 18 yaourts ? 24 yaourts ?

JE M'ENTRAÎNE

1. Avec sa bicyclette, Pierre parcourt 15 km en une heure.

- Recopie et complète le tableau.

temps en h	1	2	3	4	12	
distance en km	15	75	150	...	m...

2. Complète les tableaux suivants.

m...	3	8	20	
	12	...	24	60	...	m...

m...	7	12	18	36	...	
	...	36	33	m...

m...	...	10	20	
	8	40	...	240	400	m...

