

Corrigé

Premier volet (12 points)

Première épreuve (8 points)

Exercice 1

1) La matière grasse représente 10 % du poids de fromage. D'où :

Poids de matière grasse, en kg, contenu dans le sachet : $\frac{10}{100} \times 0,217 = 0,0217$

Il y a donc 0,0217 kg (= 21,7 g) de matière grasse dans le sachet.

2) Les 0,0217 kg de matière grasse contenus dans le sachet représentent 45 % du poids du produit sec, soit :

$$0,0217 = \frac{45}{100} \times \text{Poids du produit sec}$$

D'où : Poids du produit sec, en kg : $0,0217 \times \frac{100}{45}$

Or : Poids de l'eau = Poids du sachet - Poids du produit sec, en kg :

$$= 0,217 - 0,0217 \times \frac{100}{45} = 0,217 \times \frac{7}{9} \approx 0,169$$

Il y a donc environ 0,169 kg (169 g) d'eau dans le sachet de fromage.

Exercice 2

Question 1

Tableau de marche des cyclistes

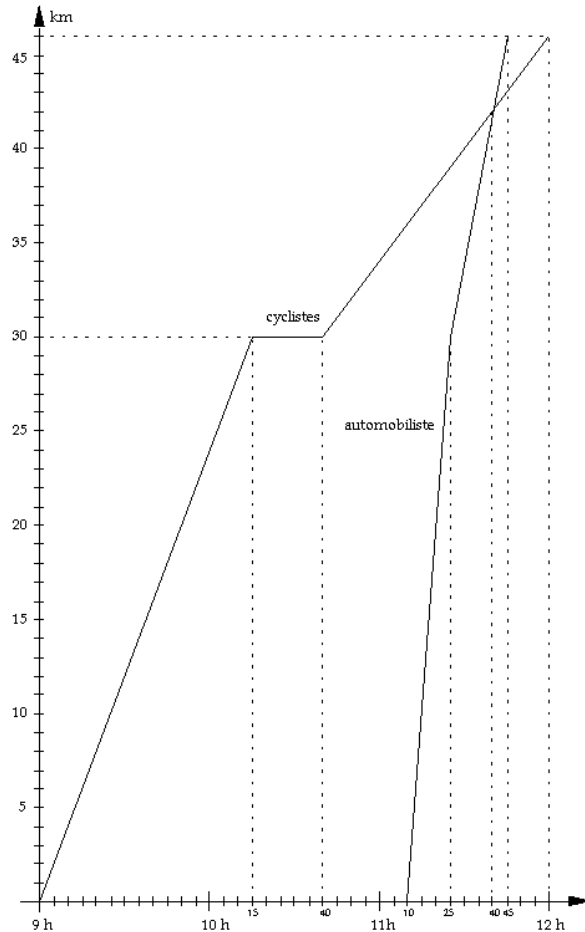
Horaire	Distance parcourue	Commentaires
9 h	0 km	Départ
10 h 15	30 km	30 km parcourus en 1 h 15 min (vallée) 25 min d' arrêt
10 h 40	30 km	16 km parcourus à 12 km/h (côte) Durée = $(16/12) h = (4/3) h$ = 1 h + 1/3 h = 1 h 20 min
12 h	46 km	Arrivée

Question 2

Tableau de marche de l' automobiliste (construit à partir de l' heure d' arrivée)

Horaire	Distance parcourue depuis le départ	Commentaires
11 h 45 min	46 km	Arrivée (15 min avant les cyclistes) 16 km parcourus à 48 km/h (côte) Durée = $16/48 h = 1/3 h = 20 min$
11 h 25 min	30 km	30 km parcourus à 120 km/h (vallée) Durée = $30/120 h = 1/4 h = 15 min$
11 h 10 min	0 km	Départ

Question 3



Question 4

a) On lit sur le graphique (au point d' intersection des deux courbes représentatives) que l' automobiliste a doublé les cyclistes à 11 h 40 en un lieu situé à 42 km du point de départ (soit à 4 km de l' arrivée).

b) A 11 h 25 l' automobiliste a parcouru 30 km alors que les cyclistes ont parcouru plus de 30 km. L'automobiliste a donc doublé les cyclistes après 11 h 25 puisqu' il est arrivé avant eux. Si d désigne la distance parcourue après le dépassement, l' automobiliste a parcouru cette distance en $d/48$ h, et les cyclistes en $d/12$ h. Or les cyclistes ont mis $1/4$ h de plus pour terminer le trajet, d' où :

$$\frac{d}{12} = \frac{d}{48} + \frac{1}{4} \Leftrightarrow d = \frac{d}{4} + 3 \Leftrightarrow d = 4$$

L' automobiliste a donc dépassé les cyclistes à 4 km de l' arrivée (soit à 42 km du départ).

Le dépassement a eu lieu avant l' arrivée de l' automobiliste, c' est à dire à 11 h 40 (11 h 45 min - 5 min).

Exercice 3

1) On sait d'après l'énoncé que le point E est sur le cercle de diamètre [AB] donc le triangle AEB est rectangle en E, donc $(AE) \perp (EB)$.
De même, en utilisant le triangle AFD, on démontre que $(AF) \perp (FD)$.
Du fait que les points A, E, F sont alignés donc $(AF) \perp (EB)$ et $(AF) \perp (FD)$, donc les droites (EB) et (FD) sont parallèles.

2) Par une démonstration analogue à celle de la question 1, on démontre que les triangles ABG et ADH sont rectangles de sorte que $(BG) \perp (AH)$ et $(DH) \perp (AH)$, ainsi $(BG) \parallel (DH)$.

Du fait que $(EB) \parallel (FD)$, d'après la propriété de Thalès on tire : $\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AD}$

De même, du fait que $(BG) \parallel (DH)$ on tire : $\frac{AB}{AD} = \frac{AG}{AH}$

Nous avons prouvé que $\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AD}$ et que $\frac{AB}{AD} = \frac{AG}{AH}$, par conséquent $\frac{AE}{AF} = \frac{AG}{AH}$.

En utilisant maintenant la réciproque de la propriété de Thalès, on en déduit que $(EG) \parallel (FH)$.

Deuxième épreuve : travaux d'élèves (4 points)

Analyse de productions d'élèves

Question 1

Objectif principal de chaque exercice.

Exercice 1 : connaître la valeur de chaque chiffre dans une écriture à virgule, en fonction de sa position.

Exercice 2 : savoir ranger des nombres décimaux écrits avec une virgule.

Exercice 3 : savoir situer exactement des nombres décimaux sur une droite graduée.

Question 2

Bertrand

Exercice 1 : Bertrand repère le chiffre des dixièmes. Il considère la partie décimale comme un nombre entier autonome. D'où : $13,61 + 2/10 = 13,81$ est correcte alors que de $13,81$ au suivant il additionne bien $2/10$ à $8/10$ et trouve $10/10$ mais il n'intègre pas ce résultat à la partie entière. Il en va de même pour la suite.

Exercice 2 : Bertrand signale qu'il a inversé le rangement ; il faut donc lire :

7,1502 - 8,4 - 8,37 - 8,037 - 0,8127 - 8,127.

0,8127 apparaît comme une anomalie dans le raisonnement de Bertrand (possible prégnance des écritures contenant le chiffre 8 ? ressemblance à 8,127 ?).

Il range correctement les nombres lorsque les parties entières sont différentes (sauf l'anomalie).

Règle (incorrecte) que semble appliquer Bertrand :

En cas de parties entières égales, le nombre le plus grand est celui qui a le plus de chiffres après la virgule : $8,4 < 8,37 < 8,037$.

Et si les parties décimales ont le même nombre de chiffres, elles sont comparées comme des nombres entiers. Par exemple $037 < 127$.

Exercice 4 :

a) Le résultat est correct ; il n'était pas demandé de mettre les trois nombres dans l'ordre.

Il est possible que Bertrand cite le "suivant" de 1,8 c'est à dire pour lui 1,9 et le "précédent" de 2,4 soit 2,3. Comme il faut un troisième nombre, il ne peut citer que le "suivant" ou le "précédent" d'un même format, c'est à dire ici, le précédent de 2,3 soit 2,2.

Rappel : un nombre décimal n'a pas de successeur ; on peut toujours trouver un nombre décimal compris entre deux nombres décimaux.

b) Bertrand dit « on peut pas » parce qu'il n'y a pas de nombre entier entre 5 et 6.

c) L'item c a peut être encore moins de sens pour Bertrand car les deux nombres de l'énoncé ne sont pas écrits avec le même format : format entier pour 2 et deux chiffres après la virgule pour 2,01. De plus la formulation de la question autorise une réponse négative.

Conclusion pour Bertrand : les erreurs de Bertrand sont cohérentes, elles relèvent de sa conception erronée des nombres décimaux : couple de nombres entiers séparés par une virgule.

Nolwenn

Exercice 1 : elle ne sait pas reconnaître le chiffre des dixièmes ; elle prend le chiffre des centièmes. De plus elle ne compte que trois fois à partir de 13,61.

Exercice 2 : Le rangement est correct.

Exercice 4 :

a) Les réponses sont correctes mais Nolwenn éprouve le besoin d'écrire le nombre entier 2 à l'aide d'une virgule (2,00). Est-ce que pour Nolwenn 2 et 2,00 sont bien le même nombre ?

b) Nolwenn commet la même erreur que Bertrand.

c) La réponse 2,00 confirme les interrogations du a). Pour Nolwenn 2 et 2,00 ne sont certainement pas des nombres identiques.

Elle ne trouve pas de nombre entre 2,00 et 2,01 parce qu'elle s'en tient à des nombres à deux décimales.

Conclusion pour Nolwenn : sa réussite à l'exercice 2 et ses difficultés dans l'exercice 4 montrent bien que ranger des décimaux et intercaler des décimaux sont deux compétences différentes. Par ailleurs, au vu de ses réponses à l'exercice 4, son erreur de l'exercice 1, portant sur les centièmes, n'est peut être pas le seul fait d'une confusion entre dixième et centième, mais expriment une représentation des décimaux comme nombres à deux chiffres après la virgule (prix et mesures usuelles).

Fayza

Exercice 1 : même procédure erronée que Nolwenn ; cependant elle compte cinq fois au lieu de quatre.

Exercice 2 : son rangement est correct.

Exercice 4 :

a) Le résultat n'est pas correct. Fayza ajoute 1 à 8 dans 1,8. Elle continue ce mécanisme mais considère la partie décimale comme un nombre entier autonome.

b) Le résultat n'est pas correct. Fayza considère peut-être qu'à partie entière identique le plus grand nombre est celui qui a le plus de chiffre après la virgule.

Ce qui est contradictoire dans certains cas avec l'autonomie de la partie décimale, « autonomie » au sens du a).

c) Comme Fayza a répondu au b) et pas au c), on peut penser que l'analyse proposée pour Bertrand (différence de format) s'applique à nouveau.

Conclusion pour Fayza : les contradictions relevées dans l'exercice montrent que ses représentations des décimaux ne sont pas encore très stables.

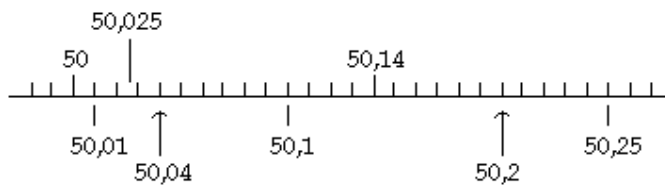
Question 3

Ces exercices révèlent que souvent, les élèves du cycle 3 conçoivent un nombre décimal écrit avec une virgule comme la juxtaposition de deux naturels séparés par une virgule. Cette représentation est confortée par l'oralisation des décimaux, par exemple 2,35 est lu systématiquement « deux virgule trente-cinq » alors qu'il peut être lu « deux et trente-cinq centièmes » ou « deux et trois dixièmes et cinq centièmes ». Voir le document d'application des programmes de cycle 3 de 2002 page 23.

Question 4

Exercice 3 :

a- Sur la graduation ci-dessous, à quels nombres correspondent les flèches ?



b- Place lorsque cela est possible les nombres suivants sur la graduation :

Il est impossible de placer 50,3 et 51.

c- Il est impossible de placer les nombres inférieurs à 49,97 compris et supérieurs à 50,27 compris. Le segment gradué représente l'intervalle $]49,97;50,27[$

Deuxième volet (8 points)

1°) Pour répondre aux questions des exercices 1 et 2, les élèves doivent être capables :

- d'utiliser, en acte, les propriétés de la proportionnalité notamment : propriétés de linéarité, coefficient de proportionnalité
- de calculer le produit de deux entiers inférieurs à 100 (technique opératoire ou calcul réfléchi)
- de convertir des centimes en francs (écriture à virgule)
- de percevoir et d'exploiter des relations arithmétiques entre les nombres ($14 = 9 + 5$; $90 = 9 \times 10$)
- de lire et interpréter un tableau de correspondance.

2°) L'auteur définit une situation de " prix proportionnel " comme une situation où le prix d'un objet reste le même quelle que soit la quantité achetée. Le prix de n objets est alors égal à n fois le prix unitaire :

$p(n) = n \times p(1)$ {notation : $p(n)$ désigne le prix de n objets}

La définition donnée dans le paragraphe " J'ai appris " s'appuie donc sur la notion de coefficient de proportionnalité.

La méthode de résolution proposée s'appuie sur la propriété additive de la linéarité (" l'image de la somme est égale à la somme des images ") : $p(13) = p(8 + 5) = p(8) + p(5)$

3°) Remarque préliminaire non demandée : deux procédures sont favorisées dans l'activité " Je découvre " :

- le retour à l'unité : calcul du prix unitaire
- la propriété additive de la linéarité : $p(x + y) = p(x) + p(y)$.

Exercice 3

- *Un lot de 3 paquets de café Mélior coûte 27 F, un lot de 7 paquets coûte 63 F.*

Un élève peut calculer le prix unitaire, 1 paquet vaut 9 F (calcul mental), donc 7 paquets coûtent bien $7 \times 9 = 63$ F. Cette procédure est favorisée par le choix des nombres puisque 27 et 63 sont dans la table de 3.

- *Six places de cinéma coûtent 258 F. Une carte pour 15 places coûte 585 F.*

Beaucoup d'élèves calculeront le prix unitaire ($258 : 6 = 43$). Puis ils en déduiront le prix de 15 places ($43 \text{ F} \times 15 = 645 \text{ F}$). D'autres élèves calculeront le prix de 3 places (propriété multiplicative de la linéarité), puis le prix de 15 places en utilisant la propriété additive de la linéarité (voir exemple 1). Ces procédures sont favorisées par les relations qui existent entre les nombres de l'énoncé : $258 = 6 \times 43$; $6 = 2 \times 3$; $15 = 6 + 6 + 3$

- *Un lot de 4 litres d'eau minérale Clara coûte 17 F. Un lot de 10 litres d'eau Clara coûte 40 F.*

Le plus simple est de calculer le prix d'un litre à partir du prix d'un lot de 10 litres puisque 40 est un multiple de 10. 1 litre vaut donc 4 F, et 4 litres valent 16 F.

Exercice 4

- *Sept chaises sont vendues 1092 F. Combien valent 14 chaises ?*

14 étant le double de 7, le prix de 14 chaises est égal à $1\ 092 + 1\ 092$ ($2 \times 1\ 092$). Cette procédure s'appuie sur la propriété additive de la linéarité. Le retour à l'unité est cependant possible ($1092 : 7 = 156$) mais maladroit compte tenu de la simplicité de la première procédure.

- *Huit fauteuils sont vendus 2472 F. Combien valent 13 fauteuils ?*

Il n'existe pas de rapport simple entre 8 et 13. La seule procédure réaliste est le retour à l'unité :

$$2472 : 8 = 309$$

$$13 \times 309 = 4017$$

4°)

Avantages des tableaux des ex. 1 et 2 de " Je découvre " et " Je m'entraîne " :

- Ils permettent de présenter de façon claire et condensée les données, les questions (données manquantes) puis les résultats de chaque exercice.
- Ils permettent de représenter les différents opérateurs qui jouent un rôle : la fonction linéaire, multiplication externe (linéarité multiplicative)... et donc de mettre en évidence les propriétés de la proportionnalité.

Inconvénients des tableaux des ex. 1 et 2 de " Je découvre " et " Je m'entraîne " :

- Les tableaux peuvent être complétés indépendamment du contexte de l'énoncé. Il est inutile de lire l'énoncé et de se représenter la situation. Dans les derniers exercices, il n'y a ni énoncé, ni situation : il s'agit de déterminer puis d'appliquer un opérateur multiplicatif.

- Les opérateurs à utiliser pour remplir les tableaux sont donnés. Dans la découverte 1, il suffit d'effectuer les multiplications indiquées pour remplir les colonnes vides.

5°)

La situation proposée est une situation de proportionnalité obtenue à partir d'une situation de non proportionnalité en restreignant implicitement le domaine aux multiples de 3.

Si les élèves s'en tiennent à représenter graphiquement les couples de nombres du tableau, ils obtiendront des points alignés sur une droite passant par l'origine.

Si les élèves placent les points correspondant à 1, 2, 3, 4... 12 boîtes achetées, ils obtiendront des points qui ne sont pas alignés sur une droite passant par l'origine.

L'intention de l'auteur est de mettre en évidence une propriété caractéristique des fonctions de proportionnalité : leur représentation graphique est constituée de points alignés sur une droite passant par l'origine du repère. Si ce n'était pas le cas, la question " Comment sont disposés les points ? " n'aurait pas d'intérêt.

6°)

La séquence extraite de " J'apprends les maths "

Objectif : reconnaître certaines situations de proportionnalité ou de non proportionnalité à l'aide de deux critères :

- problèmes où le prix unitaire ne dépend pas du nombre d'unités
- problèmes où le prix unitaire dépend du nombre d'unités.

Les méthodes de résolution proposées :

- la procédure de retour à l'unité
- la propriété additive de la linéarité.

Une certaine initiative est laissée aux enfants dans la lecture et l'interprétation des énoncés. Les outils et les procédures ne sont pas imposés. Les élèves sont cependant très guidés par les questions et par le choix des données numériques.

La séquence extraite de " Maths " Nouvelle Collection Thévenet

Objectifs : présenter les outils qui permettent de traiter une situation de proportionnalité.

Les méthodes de résolution proposées : tableaux de correspondance, multiplication externe (linéarité multiplicative), fonction linéaire (coefficient de proportionnalité), représentation graphique. Le lien avec le sens des problèmes posés n'est pas explicité.

La place laissée à l'initiative des élèves est peu importante dans l'activité " Je découvre " et dans les premiers exercices de l'activité " Je m'entraîne " : les tableaux, les opérateurs, les représentations graphiques, et en conséquence les procédures, sont imposées aux élèves. En fin de séquence, les élèves doivent appliquer les procédures données pour résoudre les trois problèmes.

Barème**VOLET 1 – PREMIERE EPREUVE 8 points****EXERCICE 1**

1) 0,5 pt 2) 1 pt

EXERCICE 2

1) 0,75 pt

2) 0,75 pt (à partir des résultats du 1)

3) 1,5 pt

4a) 0,5 pt (à partir du graphique du 3)

4b) 1 pt

EXERCICE 3

1) 1 pt 2) 1 pt

VOLET 1 – DEUXIEME EPREUVE (PRODUCTIONS D'ELEVES) 4 points

1) 0,5 pt 2) 3 pt 3) 0,25 pt 4) 0,25 pt

VOLET 2 8 points

1) $5 \times 0,25 = 1,25$ pt

2) $2 \times 0,5 = 1$ pt

3) $5 \times 0,25 = 1,25$ pt

4) avantages 1 pt inconvénients 1 pt soit 2 pts

5) 1 pt

6) $6 \times 0,25 = 1,5$ pt