

Les passages de ce corrigé écrits en italique sont des commentaires qui n'étaient pas attendus de la part des étudiants.

Exercice 1 (4 points)

1) Les faces cachées sont en gras dans le tableau :

Face	ABFE	BCGF	CDHG	DAEH	ABCD	EFGH
Motif	hachures	uni	hachures	uni	points	points

2) Pour répondre à cette question, il est implicite :

- qu'on ne tient pas compte ni du nombre de points de l'original ni du nombre de ses hachures (qui manifestement diffèrent entre la figure n° 1 et les "patrons" proposés) ;
- qu'on ne tient pas compte ni de l'orientation du pointillage (pointillage parallèlement aux côtés du carré pour la figure n° 1 et parallèlement aux diagonales du carré pour la figure n 2), ni de celle de ses hachures.

Patron n° 1 : oui ! Pour le vérifier, il suffit de nommer les points correctement et de vérifier que les motifs coïncident avec ceux proposés dans l'inventaire de la question 1.

Patron n° 2 : non ! Par repliage mental, on s'aperçoit que ce ne sont pas des faces opposées qui ont même motif mais des faces adjacentes.

Patron n° 3 : oui ! Pour le vérifier, il suffit de nommer les points correctement et de vérifier que les motifs coïncident avec ceux proposés dans l'inventaire de la question 1.

Patron n° 4 : non ! Par repliage mental, on s'aperçoit que les faces hachurées sont effectivement opposées, mais que ce n'est le cas ni des faces pointées ni des faces unies qui sont adjacentes.

3)

(3a) On obtient $3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$ petits cubes.

(3b) Le volume du petit cube est le volume du grand cube divisé par le nombre de petits cubes qui composent ce grand cube (le volume est une mesure), donc le volume du petit cube est :

$$216 \text{ cm}^3 \div 27 = 8 \text{ cm}^3$$

(3c) La longueur d'une arête du petit cube est donnée par la racine cubique de son volume, donc le côté du petit cube mesure $\sqrt[3]{8 \text{ cm}^3}$ soit 2cm.

De même, la longueur d'une arête du grand cube est égale à 3 fois la longueur précédente soit 6 cm (on peut aussi calculer la racine cubique de 216 cm^3).

(3d) Aire du cube : 6 faces de $(6 \times 6) \text{ cm}^2$ soit 216 cm^2 .

(3e)

Nombre de faces décorées	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de petits cubes	1(*)	6(**)	12(***)	8(****)	0	0	0

(*) : le cube du centre ;

(**) : les six petits cubes ayant une face qui coïncide avec le cube du centre ;

(***) : les douze petits cubes ayant seulement un côté (en tant que droite) commun avec ceux (toujours en tant que droite) du grand cube ;

(****) : les huit petits cubes ayant trois côtés (en tant que droite) communs avec ceux (toujours en tant que droite) du grand cube (ou ayant un sommet commun avec ceux du grand cube).

(3f) Le nombre de petites faces décorées est six (le nombre de faces du grand cube) fois neuf (le nombre de faces décorées sur une face du grand cube), soit 54. On peut retrouver ce résultat en utilisant le tableau de la question précédente : $0 \times 1 + 1 \times 6 + 2 \times 12 + 3 \times 8 = 54$.

4.

(a) Le nouveau solide est constitué de $27 - 8 = 19$ petits cubes. Il a donc un volume de :
 $19 \times 8\text{cm}^3 = 152 \text{cm}^3$.

(b) Le nouveau solide a une aire latérale égale à celle du cube car l'action "j'enlève un petit cube en l'un des sommets du grand cube" n'a aucun effet sur l'aire latérale (on remplace l'aire de trois des faces d'un petit cube par l'aire des trois autres faces de ce même petit cube). Il a donc une aire latérale de 216cm^2 .

Questions complémentaires (4 points)

1.

Les modalités de la situation proposée qui contraignent les élèves à utiliser le vocabulaire géométrique à connaître à ce niveau sont :

- le fait de placer les élèves dans une situation de communication ;
- la contrainte pour le groupe émetteur (qui pose les questions) de ne pas faire référence au nom de l'objet, à sa couleur, à sa place ;
- la contrainte pour le groupe récepteur de ne faire que des réponses fermées.

Voici quelques exemples de questions qui peuvent être posées :

- "A-t-il six faces ?", "A-t-il huit sommets ?" Utiliser des propriétés des figures fait également appel au vocabulaire de la géométrie dans l'espace. Les termes "face" et "arête" doivent être maîtrisés par les élèves en fin de cycle 3.
- "A-t-il une face carrée ?", "A-t-il une face triangulaire ?", ... Le vocabulaire de la géométrie plane peut également être utilisé dans ce "jeu du portrait" pour décrire certaines faces.

L'élève qui pose une question doit utiliser le vocabulaire géométrique, et l'élève qui répond doit avoir compris le sens de cette question et donc le vocabulaire utilisé. Le "jeu du portrait" permet ainsi de donner du sens au vocabulaire utilisé.

2 (a)

• La compétence "construire un solide". Par les manipulations des cartons, l'élève est amené à construire un solide à partir de ses faces.

• La compétence "reconnaître, construire ou compléter un patron de cube, de parallélépipède rectangle". Les dépliages du cube formé permettent de donner du sens au patron (empreintes de faces accolées par un côté commun) et de créer aussi des images anticipatrices : l'élève qui démonte puis remonte un solide à partir de ses faces pourra plus facilement imaginer le repliage d'un patron rendant la manipulation superflue.

2 (b)

L'annexe 5 précise que « le recours à des matériels variés permet d'insister sur des aspects différents d'un solide etc. ». Faire construire un cube à l'aide de tiges revient à le construire à partir de ses arêtes alors que l'utilisation de cartons le fait construire à partir de ses faces.

Exercice 2 – Partie 1 (2 points)

Résultat n° 1 : L'ordre de grandeur du quotient ne correspond pas.

Le quotient est compris entre 1000 et 10000 ($12 \times 1000 < 40626 < 12 \times 10000$) donc ce n'est pas 348.

Résultat n° 2 : Le reste est trop grand.

Le reste doit être inférieur à 12, donc ce n'est pas 18.

Résultat n° 3 : Les chiffres des unités du quotient et du reste ne conviennent pas.

Considérons l'égalité de la division euclidienne :

$$40\ 626 = 3382 \times 12 + 6$$

Si cette égalité était vraie, on aurait :

$$6 = \text{chiffre des unités de } (2 \times 2 + 6) = 0$$

Résultat n° 4 : Le reste ne peut pas être nul.

Si le reste était nul, 40 626 serait multiple de 12, donc multiple de 4. Le nombre constitué de ses deux derniers chiffres serait alors multiple de 4 (critère de divisibilité par 4), or 26 n'est pas multiple de 4 :

$$6 \times 4 < 26 < 7 \times 4.$$

Exercice 2 – Partie 2 (2 points)

a) Effectuons la division euclidienne de 171 par 8 : $171 = 8 \times 21 + 3$

Les 171 élèves occupent donc 21 tables de 8 (complètes) et 1 table où ils ne sont que 3. Sans utiliser de table supplémentaire, le réfectoire peut encore accueillir 5 élèves.

b) Lorsque Nathalie et ses trois amies entrent au réfectoire, il y a 242 (=246 – 4) élèves déjà installés. Or en divisant 242 par 8 on obtient : $242 = 8 \times 30 + 2$. Il y a donc 30 tables complètes et 1 table où ne sont assis que 2 élèves. Cette table peut recevoir encore 6 élèves, donc Nathalie et ses trois amies seront à la même table.

Question complémentaire : (4 points)

1°) CM2

1a) Les élèves de CM2 peuvent effectuer la division de 135 par 22 : comme le quotient vaut 6, chaque élève aura 6 caramels (et il restera 3 caramels).

1b) Ces capacités sont :

Résoudre des problèmes en utilisant les connaissances sur les nombres naturels et décimaux et sur les opérations étudiées.

Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un nombre entier (d'au plus 4 chiffres) par un nombre entier (d'au plus 2 chiffres), par un calcul posé.

c) Problème de réinvestissement, dont la résolution nécessite la mobilisation de plusieurs catégories de connaissances.

2°) CE2

2a) Les élèves de CE2 peuvent utiliser des méthodes additives ou soustractives, des méthodes mixtes (additions ou soustractions par paquets), une méthode multiplicative (essais multiplicatifs successifs).

Par exemple :

$$22 \times 10 = 220 \text{ trop grand}$$

$$22 \times 5 = 110 \text{ trop petit}$$

$$22 \times 6 = 132 \text{ trop petit}$$

$$22 \times 7 = 154 \text{ trop grand}$$

On donnera donc 6 caramels à chacun et il restera 3 caramels ».

2b) Réponse possible pour la capacité mise en oeuvre : utilisation de procédures personnelles basées sur la maîtrise des 3 opérations (addition, soustraction, multiplication).

Exercice 3 (4 points)

1) Soit N le nombre d'enfants .

Traduisons les informations de l'énoncé :

(a) $4 \leq N \leq 100$

(b) $N = 3k + 2$ avec k entier naturel

(c) $N = 4p + 1$ avec p entier naturel

(d) $N = 5q + 2$ avec q entier naturel

D'où $N - 2 = 3k$ et $N + 2 = 5q$, c'est à dire $N - 2$ est un multiple commun à 3 et 5.

Comme 3 et 5 sont premiers entre eux, $N - 2$ est un multiple de leur PPCM qui est égal à 15.

Les valeurs possibles de $N - 2$ sont donc : 15, 30, 45, 60, 75, 90

D'où les valeurs possibles de N : 17, 32, 47, 62, 77, 92

La contrainte (c) dit que le reste de la division euclidienne de N par 4 est égal à 1.

Étude des restes :

$$17 = (4 \times 4) + 1 \text{ donc } 17 \text{ est possible}$$

$$32 = 4 \times 8$$

$$47 = (4 \times 11) + 3$$

$$62 = (4 \times 15) + 2$$

$$77 = (4 \times 19) + 1 \text{ donc } 77 \text{ est possible}$$

$$92 = 4 \times 23$$

Comme le moniteur peut former plusieurs équipes d'au moins 2 enfants cela veut dire que

$$N = u \times v, \text{ } u \text{ et } v \text{ entiers naturels avec } u \geq 2 \text{ et } v \geq 2$$

Cela est impossible pour 17 car c'est un nombre premier.

Donc, la seule solution possible est : 77 enfants.

2) La décomposition de 77 en produit de facteurs premiers est $77 = 7 \times 11$

Il y a donc deux possibilités : 7 équipes de 11 enfants ou 11 équipes de 7 enfants.