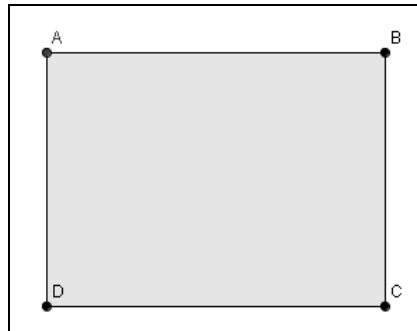


### Exercice 1 (Arithmétique) (4,5 points)

Chacune des deux questions de cet exercice peut être traitée de manière indépendante.  
Tous les résultats doivent être justifiés de manière précise.

Un pépiniériste souhaite aménager l'espace vert rectangulaire ABCD schématisé ci-dessous. Il sait que :  
 $AB = 444$  m et que  $BC = 333$  m.



#### 1°) Aménagement du pourtour

Il souhaite d'abord planter, sur le pourtour du terrain, des arbustes qu'il veut régulièrement espacer, avec un arbuste à chaque coin A, B, C et D.

- Démontrez que tout nombre de la forme  $\overline{aaa}$  écrit en base dix (par exemple 444 ou 333) est divisible par 37. Calculez les quotients des divisions de 444 et 333 par 37.
- Quelle distance doit séparer deux arbustes sachant qu'elle doit dans tous les cas représenter un nombre entier de mètres ? (Vous justifierez soigneusement et vous indiquerez toutes les possibilités).
- Déterminez le nombre d'arbustes nécessaires pour chacun des projets de plantations possibles (vous pourrez utilement disposer l'ensemble des possibilités et des résultats dans un tableau).
- En prenant 1,5 cm pour représenter 37 m tracez sur votre copie l'aménagement qui nécessite le moins d'arbustes.

#### 2°) Implantation d'une roseraie

Il délimite ensuite une parcelle rectangulaire EBCF, E et F étant respectivement situés sur [AB] et [DC] de telle manière que  $AE = \frac{5}{12} AB$  et  $DF = \frac{5}{12} DC$ . Sur cette parcelle, il souhaite planter des rosiers tous distants de 1 mètre.

Pour cela il démarre à un mètre des cotés [EF] et [EB], parallèlement à (AB) et plante le dernier pied de rosier de la rangée à un mètre de (BC).

Il fait de même pour finir de remplir la parcelle, aucun rosier n'étant planté sur le pourtour.

- Placez les points E et F sur le schéma précédent. (1° d).
- Déterminez, en le justifiant, le nombre total de pieds de rosiers plantés.

### Questions complémentaires (4 points)

L'activité suivante est proposée dans une classe d'école élémentaire :

Travail de groupes. Chaque groupe dispose d'une boîte contenant un jeu de cartes (images, jetons, ...) et d'une feuille. Sur cette feuille, doivent être indiqués le nombre de cartes du jeu (A) et le nombre de joueurs dans le groupe (B). On donnera par exemple, pour une classe de 26 enfants, répartis en cinq groupes, les nombres suivants :

Pour le 1 <sup>er</sup> groupe :	A = 40	B = 6
Pour le 2 <sup>ème</sup> groupe :	A = 31	B = 4
Pour le 3 <sup>ème</sup> groupe :	A = 32	B = 5
Pour le 4 <sup>ème</sup> groupe :	A = 39	B = 5
Pour le 5 <sup>ème</sup> groupe :	A = 41	B = 6

Le maître donne la consigne suivante : « Il faut distribuer les cartes de façon à ce que chaque joueur en reçoive autant. Les cartes qui restent sont remises dans la boîte. On peut arrêter la distribution quand on veut. Cherchez toutes les distributions possibles. Après chacune d'elles, écrivez sur la feuille ce que vous avez trouvé de façon à le communiquer à toute la classe ».

Après recherche, les travaux des différents groupes sont présentés à l'ensemble de la classe par un rapporteur.

Les productions obtenues sont jointes en annexe 1.

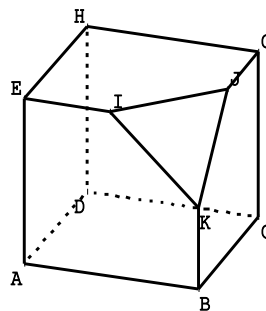
1. a) Dans quel cycle, et à quelle année du cycle selon vous, cette activité a-t-elle été proposée ?  
b) Quel est, selon vous, l'objectif de cette séance ?
2. Quel est, selon vous, l'objectif général à long terme, dont cette première séance est l'amorce ?
3. Justifiez, en quelques lignes, l'intérêt d'une étape de manipulation dans l'enseignement des mathématiques.
4. Sans oublier que les élèves peuvent utiliser le matériel, pour chaque groupe, proposez une analyse du travail effectué, susceptible de conduire aux productions de l'annexe 1.

### Exercice 2 (Géométrie) (4,5 points)

ABCDEFGH est un cube de 4 cm d'arête. Le point F n'apparaît pas sur la représentation ci-dessous.

I, J et K sont les milieux respectifs des segments  $[EF]$ ,  $[FG]$  et  $[BF]$ .

On sectionne le cube par le plan (IJK) et on obtient le solide représenté ci-dessous :



Partie A :

- 1) Dessinez un patron de ce solide.  
Les tracés de construction devront rester apparents.
- 2) Recopiez puis complétez le tableau suivant :

Le triangle	Est-il rectangle ?	Est-il isocèle ?	Est-il équilatéral ?
ADC			
IJK			
AEG			
KJC			

Partie B :

On découpe de la même façon les huit coins du cube.

- 1) Précisez le nombre F de faces, le nombre S de sommets et le nombre A d'arêtes de ce solide. Justifiez vos réponses.  
*Pour vous aider, utilisez la représentation ci-dessus pour dessiner, tout ou partie, de la représentation du nouveau solide obtenu. (Cette représentation n'est pas demandée.)*
- 2) Le volume total des huit morceaux découpés est-il égal au volume du solide restant ? Justifiez votre réponse.

**Questions complémentaires (4 points)**

*Dans une classe de CMI, l'enseignant a distribué différents polyèdres, avec la consigne suivante : « Vous devez décrire le polyèdre que vous avez reçu du mieux que vous pouvez, afin que d'autres enfants puissent le construire en vraie grandeur sans le voir. On ne tient pas compte de la couleur et de la matière du polyèdre ».*

*Au cours d'une première séance, les élèves ont travaillé en groupe de quatre. Nous appellerons « émetteur » un élève engagé dans cette tâche. Vous trouverez en annexe 2, une copie des messages élaborés par les enfants au bout d'une heure de travail (groupes de 1 à 5).*

*Au cours d'une autre séance, l'enseignant a distribué les messages dans la classe, et les élèves groupés comme précédemment, ont eu pour tâche de construire les objets décrits dans les messages. Nous appellerons « récepteur » un élève engagé dans cette nouvelle tâche.*

**Question 1**

Dans les instructions officielles, on trouve « Espace et géométrie : *reproduction, description, représentation, construction* d'objets géométriques ou de configurations spatiales »  
Définissez (en deux ou trois lignes au maximum) les termes en italique de manière à mettre en évidence leurs différences.

**Question 2**

Pour chacun des messages de l'annexe 2, nommez un polyèdre simple pouvant correspondre à la description.

---

### Question 3

Elle concerne la deuxième séance, les élèves sont donc récepteurs d'un message. Le maître a donné la consigne suivante: "*Vous allez recevoir un message, notez sur une feuille les renseignements qui vous manquent pour construire le polyèdre*".

Pour les messages 2, 3, 4 et 5 donnez votre réponse à la consigne (si certains messages permettent de construire le polyèdre sans difficulté indiquez-le).

*Nous nous intéressons maintenant plus particulièrement au groupe des récepteurs du message du groupe 1. Vous trouverez en annexe 3 le résumé des observations de ce groupe.*

### Question 4

Lors de la *phase 2 (annexe 3)*, les récepteurs ont posé une question. Comment des élèves de CM1 peuvent-ils répondre à cette question?

### Exercice 3 (Arithmétique) (3 points)

Soit  $N = \overline{mcd u}$  un nombre entier naturel écrit en base dix pour lequel  $m > c > d > u > 0$ .

- 1) Dressez la liste des nombres  $N$  pour lesquels le chiffre des milliers est 6.

On appelle  $N'$  le nombre entier obtenu à partir de  $N$  en permutant le chiffre des unités avec celui des unités de mille et le chiffre des centaines avec celui des dizaines.

On appelle  $D$  le nombre obtenu en faisant la différence  $N - N'$ .

- 2) Exprimez  $D$  en fonction de  $m$ ,  $c$ ,  $d$  et  $u$ .
- 3) Montrez que  $D$  est un multiple de 9.
- 4) Quelle est la valeur maximum de  $D$  ? Pour quelle(s) valeur(s) de  $N$ ,  $D$  est-il maximum ?
- 5) Quelle est la valeur minimum de  $D$  ? Pour quelle(s) valeur(s) de  $N$ ,  $D$  est-il minimum ?

ANNEXE 1 (1)

Travail du 1er groupe

nombre de carte = 40  
nombre de joueurs = 6  
il reste 4 carte

Travail du 2ème groupe

Léopoldine  
et  
philippe  
et  
mathilde  
et  
myriam

nombre de cartes = 31 cartes  
nombre de joueurs = 4 joueurs  
carte sur la table      carte dans la boîte

①	$0 + 4 = 4$	
②	$4 + 4 = 8$	
③	$8 + 4 = 12$	
④	$12 + 4 = 16$	
⑤	$16 + 4 = 20$	
⑥	$20 + 4 = 24$	
⑦	$24 + 4 = 28$	

$31 - 4 = 27$	
$27 - 4 = 23$	
$23 - 4 = 19$	
$19 - 4 = 15$	
$15 - 4 = 11$	
$11 - 4 = 7$	
$7 - 4 = 3$	

Remarque :

Il suffit d'ajouter par exemple  
à la première partie  
le résultat qui est entouré en bleu  
à l'autre résultat entouré en bleu  
et on trouvera toujours le nombre 31  
ex :

$$4 + 27 = 31$$
$$8 + 23 = 31$$

$$12 + 19 = 31$$
$$16 + 15 = 31$$

ANNEXE 1 (2)

Travail du troisième groupe

nombre de cartes : 39 cartes  
nombre de joueurs : 5 joueurs

Nephtalie	$39 - 5 = 27$	$5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30$
Marica	$27 - 5 = 22$	$(6 \times 5) + 2 = 32$
Lejidi	$22 - 5 = 17$	
Henri	$17 - 5 = 12$	
	$12 - 5 = 7$	
	$7 - 5 = 2$	

Travail du quatrième groupe

nombre de cartes : 39  
nombre de joueurs : 5

boite cartes hors de la boite

39	-	5	=	34
39	-	10	=	29
39	-	15	=	24
39	-	20	=	19
39	-	25	=	14
39	-	30	=	9
39	-	35	=	4
reste		4		

Travail du cinquième groupe

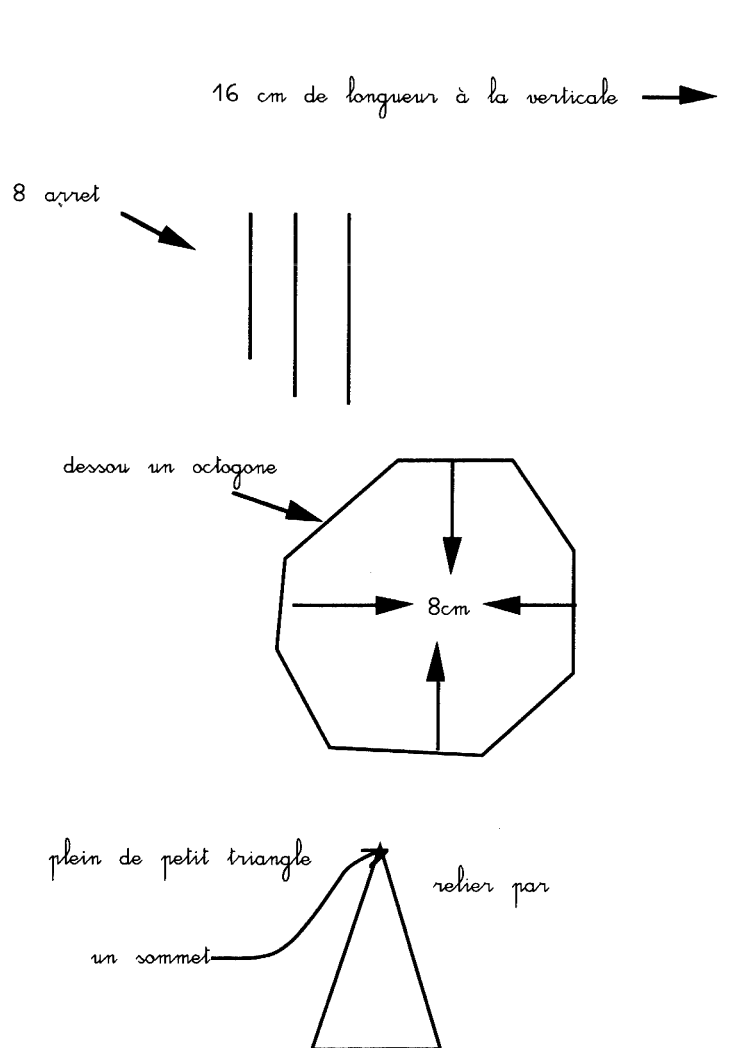
nombre de cartes : 41  
nombre de joueurs : 6

table boite

$(6 \times 1) + 36 = 41$
$(6 \times 2) + 29 = 41$
$(6 \times 3) + 23 = 41$
$(6 \times 4) + 17 = 41$
$(6 \times 5) + 11 = 41$
$(6 \times 6) + 5 = 41$
$(6 \times 7) + 1 = 41$

**ANNEXE 2 (1)**

Groupe 1 message recopié à l'identique



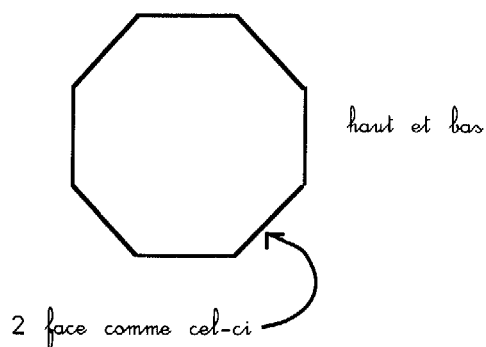
## ANNEXE 2 (2)

Groupe 2 message recopié à l'identique

- 5 faces dont 4 faces triangulaires ; 1 faces carré.
- Sur ce solide, il y a 8 arrêts.
  - 16 cm de longueur
  - 8 cm de largeur

Groupe 3 message recopié à l'identique

8 faces Rectangulaire  
Largeur de face 3,2 cm  
longueur de face 14,9 cm

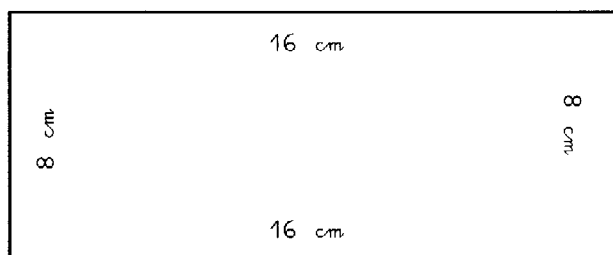


**ANNEXE 2 (3)**

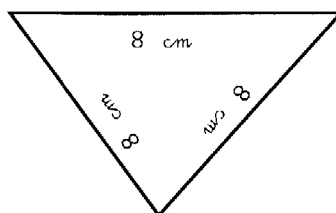
Groupe 4 message recopié à l'identique

nombre d'arêtes : 9

3 faces rectangulaires



2 faces triangulaires



Groupe 5 message recopié à l'identique

Il a trois faces triangulaire + un triangle en dessous  
son hauteur et de 15 cm,  
il a 4 sommets.

### ANNEXE 3

Notes d'observation du groupe de récepteurs du message écrit par le groupe 1  
Le maître donne la consigne et dit "vous allez noter sur une feuille les renseignements qui vous manquent". Nous avons recopié en caractère italique ce que les élèves ont écrit sur cette feuille, et résumé les échanges oraux qui ont été observés (par un observateur muet qui a pris des notes).

#### Phase 1

Avant de commencer à construire, les élèves ont cherché à comprendre, avec succès, de quel polyèdre il s'agissait. Ils ont émis des jugements (orthographe, en particulier) sur le message et ont écrit :

*Inutile : 8 arêtes parce que si on a la forme du dessous on peut trouver le nombre d'arêtes.*

#### Phase 2

Les élèves ont alors commencé à réaliser le dessin, le problème de la construction de l'octogone s'est alors posé. Les élèves réalisent assez vite que le dessin ne se "refermera" pas si l'on ne s'occupe pas de la façon dont les côtés sont "penchés" les uns par rapport aux autres (selon leurs formulations). Le maître intervient alors pour demander une formulation en termes plus mathématiques, ce qui conduit à parler d'écartement, puis d'angle. Ils formulent alors leur question :

*Il manque l'écartement des angles.*

Réponse écrite par le groupe 1 :

*3cm 4mm.*

Cette réponse a été interprétée comme étant la longueur du côté de l'octogone.

#### Phase 3

*Que signifie 8 cm ?*

Il n'y a pas eu de réponse écrite à cette question car un membre du groupe 1 s'est levé, a été jusqu'à la table des récepteurs, et a montré sur leur dessin en cours de réalisation ce que signifiait le 8 centimètre.

Réponse donnée par le groupe 1 :

*geste.*

#### Phase 4

Les récepteurs ont demandé par geste à un membre du groupe 1 de leur donner une dimension (la hauteur du triangle). La réponse (15 cm) a été donnée oralement. Le maître est alors intervenu pour demander une rédaction écrite de la question posée. Les élèves écrivent alors :

*Combien y-a-t-il de cm entre le haut et le bas du triangle ?*