Puissances, racines carrées et cubiques

Remise à niveau / Maths / Chapitre 4

I) Carré d'un nombre:

- produit de ce nombre par lui-même

exemple : carré de 5 = 5 X 5 = 5^2 = 25, se dit « 5 au carré » ou « 5 puissance 2 »

II) Cube d'un nombre:

- produit de ce nombre par 3

exemple : cube de 5 =5 X 5 X 5 = 5^3 = 125, se dit « 5 au cube » ou « 5 puissance 3 »

III) Puissance d'un nombre :

exemple : 5^4 = 5 X 5 X 5 X 5 = 625

$1{,}26^6$ = 1,26 X 1,26 X 1,26 X 1,26 X 1,26 X 1,26 = 4,001

1^{15} = 1 X 1 X 1 X 1 X 1 X 1 X 1 X 1 X 1 X 1 X 1 X 1 X 1 X 1 X 1 = 1

Puissance de 10

- permet de simplifier des grands nombres

exemple : 3000 = 3 X 1000

1000 = 10 X 10 X 10 = 10^3 donc 3000 = 3 X10^3

215 000 000 = 215 X 10^6

10^0 = 1 et 10^1 = 10

Propriétés des puissances

Propriétés	Exemples
$a^1 = a$	$57^1 = 57$
$a^0 = 1$	$14^0 = 1$
An x am = a($^{n+m}$)	3^2 X $3^5 = 3^{(2+5)} = 3^7$
$(a^n)^m = a^{n}x^{m}$	$(10^2)^5 = 10^{10}$
$(a \times b \times c)^n = a^n \times b^n \times c^n$	$(5x3x8)^7 = 5^7x3^7x8^7$
$\left(\frac{a}{b}\right)$ **n =** $\frac{an}{bn}$ **(a^n / b^n)**	$\left(\frac{6}{5}\right)$ 3 = $\frac{63}{53}$ (6^3 / 5^3)
$\frac{an}{bn}$ **= a^{n-m}**	$\frac{109}{105} = 10^{9-5} = 10^4$

IV) Racine carrée d'un nombre

Rappel :

- chercher un nombre qui multiplié par lui-même redonne la même grandeur
- mesure d'un côté d'un carré quand on connaît la surface
- opération inverse de l'élévation au ²
- racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas
- résultat toujours positif car 1^2 est toujours positif

exemple :

$\sqrt{81}$ = 9 car 9^2 = 81

$\sqrt{225}$ = 15 car 15^2 = 225

$\sqrt{0}$ = 0 car 0^2 = 0

Tableau des carrés des 15 nombres entiers

Entiers	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Carré	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225

Carré d'une racine

exemple : $(\sqrt{9})^2 = \sqrt{9} X \sqrt{9}$ = 3 X 3 = 9

exemple : $\sqrt{9^2} = \sqrt{81}$ = 9

- racine carrée élevée au carré est = au nombre

Multiplication et division d'une racine carrée

- racine carrée d'une multiplication est égale à la multiplication des racines de chacun des facteurs
- racine carrée d'un division est égale à la division des racines carrées (numérateur et dénominateur)

Multiplication : $\sqrt{a} X \sqrt{b} = \sqrt{a X b}$

exemple : $\sqrt{19} X \sqrt{41} = \sqrt{19 X 41} = \sqrt{779}$

exemple : $\sqrt{17} X \sqrt{9} = \sqrt{17} X 3 = 3\sqrt{17}$

Division : $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{b}$

exemple : $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{147}}{\sqrt{7}} = \sqrt{21}$

exemple : $\frac{\sqrt{296}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{296}}{2} = \sqrt{148} = \sqrt{4 X 37} = 2\sqrt{37}$

Addition et soustraction d'une racine carrée

exemple : $\sqrt{7} + \sqrt{7} = 2 X \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$

radicande commun = 7

exemple : $\sqrt{9} + \sqrt{9} = 2\sqrt{9} = 2 X 3 = 6$

exemple : $5\sqrt{7} - \sqrt{7} + 4\sqrt{7} = 8\sqrt{7}$

Additions et soustractions possibles si radicandes sont en commun : $n\sqrt{a} + p\sqrt{a} = (n+p)\sqrt{a}$

Radicandes différents : décomposer en produits de facteurs afin de rendre les radicandes communs

exemple : $2\sqrt{28} - 3\sqrt{7} + \sqrt{343}$

$2\sqrt{2 X 2 X 7} - 3\sqrt{7} + \sqrt{7 X 7 X 7}$

$2 X 2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + 7\sqrt{7}$

$4\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + 7\sqrt{7}$

$11\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 8\sqrt{7}$

exemple : $2\sqrt{27} - 3\sqrt{108} - \sqrt{675}$

$2\sqrt{27} - 3\sqrt{2 X 2 X 54} - \sqrt{5 X 5 X 27}$

$2\sqrt{27} - 3 X 2\sqrt{27} - 5\sqrt{27}$

$2\sqrt{27} - 6\sqrt{27} - 5\sqrt{27}$

$-9\sqrt{27} = -9\sqrt{9 X 3} = -9 X 3\sqrt{3} = -27\sqrt{3}$

III) Racine cubique

- chercher le nombre qui multiplié par lui-même à 2 reprises redonne la quantité
- sert au calcul d'arête d'un cube dont on connaît le volume
- inverse de l'opération cube

exemple : $\sqrt{125}$ = 5 car 5^3 = 125

exemple : $3\sqrt{1000} = 10$ car 10^3 = 1000

exemple : $\sqrt{64} - 3\sqrt{8} = 8 - 2 = 6$