

Puissances, racines carrées et cubiques

Remise à niveau / Maths / Chapitre 4

I) Carré d'un nombre.

- produit de ce nombre par lui-même

exemple : carré de 5 = $5 \times 5 = 5^2 = 25$, se dit « 5 au carré » ou « 5 puissance 2 »

II) Cube d'un nombre.

- produit de ce nombre par 3

exemple : cube de 5 = $5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$, se dit « 5 au cube » ou « 5 puissance 3 »

III) Puissance d'un nombre :

exemple : $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$

$1,26^6 = 1,26 \times 1,26 \times 1,26 \times 1,26 \times 1,26 \times 1,26 = 4,001$

$1^{15} = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

Puissance de 10

- permet de simplifier des grands nombres

exemple : $3000 = 3 \times 1000$

$1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$ donc $3000 = 3 \times 10^3$

$215\,000\,000 = 215 \times 10^6$



$10^0 = 1$ et $10^1 = 10$

Propriétés des puissances

<u>Propriétés</u>	<u>Exemples</u>
$a^1 = a$	$57^1 = 57$
$a^0 = 1$	$14^0 = 1$
$a^n \times a^m = a^{(n+m)}$	$3^2 \times 3^5 = 3^{(2+5)} = 3^7$
$(a^n)^m = a^n \times m$	$(10^2)^5 = 10^{10}$
$(a \times b \times c)^n = a^n \times b^n \times c^n$	$(5 \times 3 \times 8)^7 = 5^7 \times 3^7 \times 8^7$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (a^n / b^n)$	$\left(\frac{6}{5}\right)^3 = \frac{6^3}{5^3} \quad (6^3 / 5^3)$
$\frac{a^n}{b^m} = a^{n-m}$	$\frac{10^9}{10^5} = 10^{9-5} = 10^4$

IV) Racine carrée d'un nombre

Rappel :

- chercher un nombre qui multiplié par lui-même redonne la même grandeur
- mesure d'un côté d'un carré quand on connaît la surface
- opération inverse de l'élevation au ²
- racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas
- résultat toujours positif car 1^2 est toujours positif

exemple :

$$\sqrt{81} = 9 \text{ car } 9^2 = \underline{81}$$

$$\sqrt{225} = 15 \text{ car } 15^2 = \underline{225}$$

$$\sqrt{0} = 0 \text{ car } 0^2 = \underline{0}$$

Tableau des carrés des 15 nombres entiers

Entiers	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Carré	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225

Carré d'une racine

exemple : $(\sqrt{9})^2 = \sqrt{9} \times \sqrt{9} = 3 \times 3 = \underline{9}$

exemple : $\sqrt{9}^2 = \sqrt{81} = \underline{9}$

- racine carrée élevée au carré est = au nombre

Multiplication et division d'une racine carrée

- racine carrée d'une multiplication est égale à la multiplication des racines de chacun des facteurs
- racine carrée d'un division est égale à la division des racines carrées (numérateur et dénominateur)

Multiplication : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

exemple : $\sqrt{19} \times \sqrt{41} = \sqrt{19 \times 41} = \sqrt{779}$

exemple : $\sqrt{17} \times \sqrt{9} = \sqrt{17 \times 3} = 3\sqrt{17}$

Division : $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{b}$

exemple : $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{147}}{\sqrt{7}} = \sqrt{21}$

exemple : $\frac{\sqrt{296}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{296}}{2} = \sqrt{148} = \sqrt{4 \times 37} = 2\sqrt{37}$

Addition et soustraction d'une racine carrée

exemple : $\sqrt{7} + \sqrt{7} = 2 \times \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$



radicande commun = 7

exemple : $\sqrt{9} + \sqrt{9} = 2\sqrt{9} = 2 \times 3 = 6$

exemple : $5\sqrt{7} - \sqrt{7} + 4\sqrt{7} = 8\sqrt{7}$

Additions et soustractions possibles si radicandes sont en commun : $n\sqrt{a} + p\sqrt{a} = (n+p)\sqrt{a}$

Radicandes différents : décomposer en produits de facteurs afin de rendre les radicandes communs

exemple : $2\sqrt{28} - 3\sqrt{7} + \sqrt{343}$
 $2\sqrt{2 \times 2 \times 7} - 3\sqrt{7} + \sqrt{7 \times 7 \times 7}$
 $2 \times 2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + 7\sqrt{7}$
 $4\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + 7\sqrt{7}$
 $11\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 8\sqrt{7}$

exemple : $2\sqrt{27} - 3\sqrt{108} - \sqrt{675}$
 $2\sqrt{27} - 3\sqrt{2 \times 2 \times 54} - \sqrt{5 \times 5 \times 27}$
 $2\sqrt{27} - 3 \times 2\sqrt{27} - 5\sqrt{27}$
 $2\sqrt{27} - 6\sqrt{27} - 5\sqrt{27}$
 $-9\sqrt{27} = -9\sqrt{9 \times 3} = -9 \times 3\sqrt{3} = -27\sqrt{3}$

III) Racine cubique

- chercher le nombre qui multiplié par lui-même à 2 reprises redonne la quantité
- sert au calcul d'arête d'un cube dont on connaît le volume
- inverse de l'opération cube

exemple : $\sqrt[3]{125} = 5$ car $5^3 = 125$

exemple : $3\sqrt[3]{1000} = 10$ car $10^3 = 1000$

exemple : $\sqrt[3]{64} - 3\sqrt[3]{8} = 4 - 3 = 1$