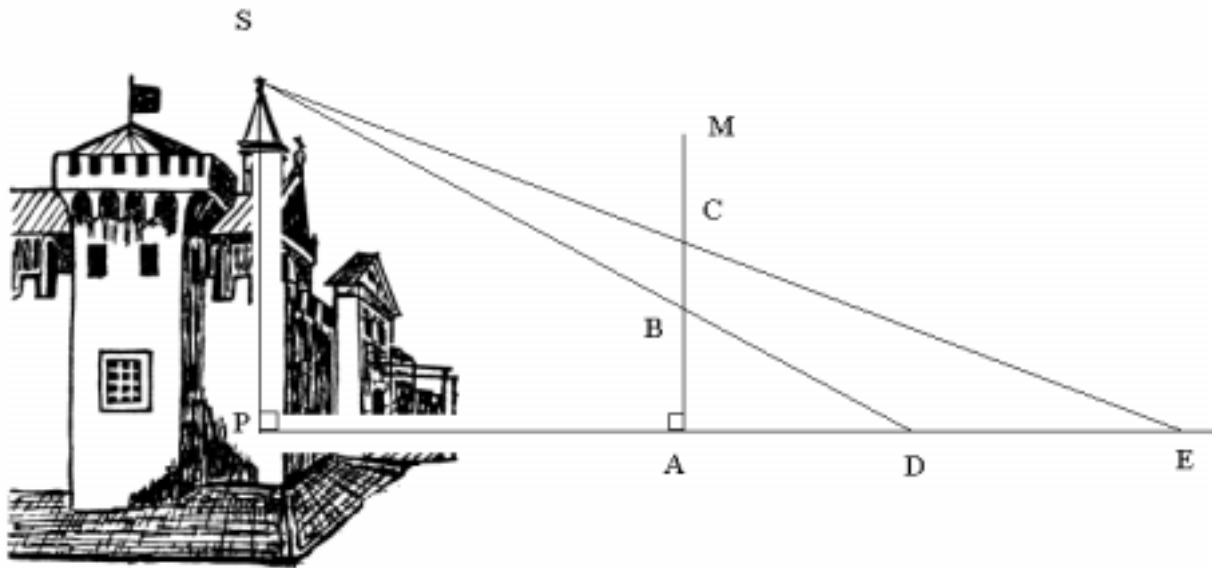


## Devoir d'entraînement n°3

### Problème 1



Pour mesurer la hauteur d'une tour dont on ne peut apercevoir que le sommet S, on plante verticalement un bâton rectiligne [AM]. On prend deux visées du sommet S à partir des points D et E. On note les points B et C de [AM] tels que S, B et D d'une part et S, C et E d'autre part soit alignés. (SP) représente la verticale qui joint le pied de la tour à son sommet S. (AE) est horizontale.

On sait que  $AD = 1 \text{ m}$ ,  $AE = 2 \text{ m}$ ,  $AB = 1,25 \text{ m}$  et  $AC = 2,4 \text{ m}$ .

Calculez en justifiant la hauteur SP de la tour

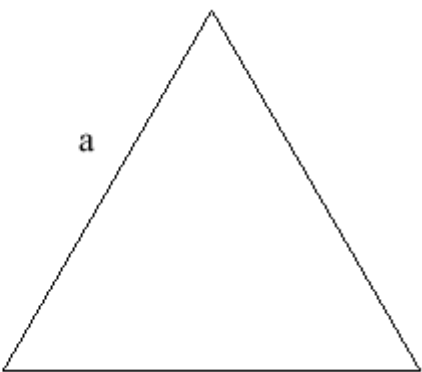


### Problème 2

1°) 1<sup>ère</sup> étape de la construction

Ce triangle équilatéral a pour côté a.

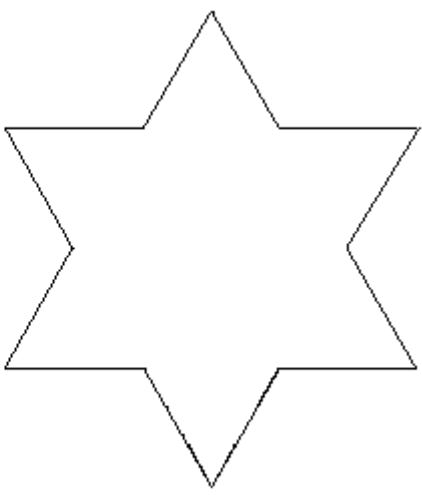
Exprime le périmètre de ce triangle en fonction de a.



2°) 2<sup>ème</sup> étape de la construction

Sur chaque côté on construit un triangle équilatéral comme l'indique la figure.

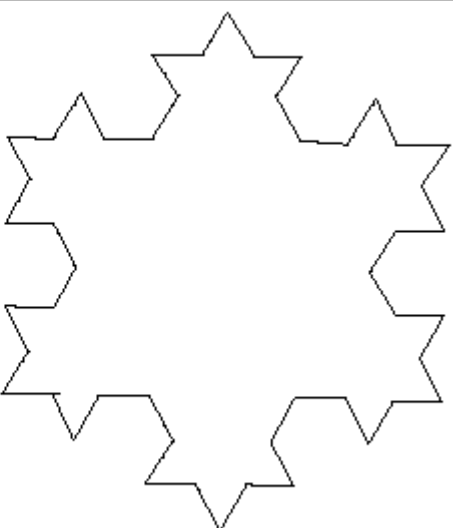
Exprime le périmètre de cette figure en fonction de  $a$ .



3°) 3<sup>ème</sup> étape de la construction

Sur chaque côté des triangles on continue à construire des triangles équilatéraux.

Exprime le périmètre de cette figure en fonction de  $a$ .



4°) Exprimer le périmètre de la figure obtenue à la 20<sup>ème</sup> étape de la construction.

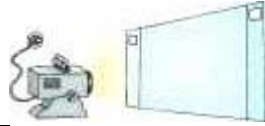
**Problème 3** (dit problème de Newton)



3 bœufs ont mangé en 2 semaines l'herbe contenue dans 2 arpents de pré plus l'herbe qui y a poussé pendant ses 2 semaines.  
 2 bœufs ont mangé en 4 semaines l'herbe contenue dans 2 arpents de pré plus l'herbe qui y a poussé pendant ses 4 semaines.  
 Combien faudrait-il de bœufs pour manger en six semaines l'herbe contenue dans 6 arpents de pré plus l'herbe qui y a poussé pendant ses 6 semaines. Justifier la réponse.  
 On suppose qu'un arpent contient initialement une quantité d'herbe déterminée, que l'herbe croît uniformément et que les bœufs mangent également



## Didactique



En fin de CM1, un maître conçoit, pour sa classe de 22 élèves, un dispositif expérimental lui permettant de travailler sur les ombres. Pour cela, il dispose d'une lampe, d'un support sur lequel il fixera des formes carrées découpées dans du carton et d'un écran sur lequel seront projetées les ombres des formes carrées.

On supposera que :

- ▶ le dispositif est opérationnel et permet d'obtenir des ombres aux contours nets, sur lesquelles il est possible d'effectuer des mesures de longueurs précises au mm près ;
- ▶ les élèves ont déjà travaillé sur les ombres d'un point de vue géométrique. Ils savent, en particulier, qu'il existe des positions relatives de la lampe, du carton carré et de l'écran pour lesquelles l'ombre d'un carré est un carré ;
- ▶ les distances, d'une part entre la lampe et le carton, d'autre part entre le carton et l'écran, sont maintenues constantes tout au long de la séance ;
- ▶ dans cette classe, les élèves recourent librement à la calculatrice.

**1.** La lampe est éteinte. Le maître dispose sur le support un carré en carton de 9 cm de côté. Il dit:

*« Lorsque j'allumerai l'ampoule vous verrez apparaître sur l'écran l'ombre de ce carré. Cette ombre sera de forme carrée. Ecrivez sur vos cahiers la longueur que mesurera le côté de l'ombre ».*

Il interroge quelques élèves sur leurs prévisions. Les élèves ont fait des estimations qui varient de 12 cm à 43 cm. Toutes les prévisions sont notées au tableau. Le maître invite un élève à effectuer l'expérimentation: allumage de l'ampoule, mesure du côté de l'ombre. Cet élève trouve 24 cm.

Le maître demande: « Qui a fait la meilleure prévision ? Rangez vos prévisions de la moins bonne à la meilleure » .

**1.1.** Pourquoi aucun élève n'a-t-il répondu au maître qu'il était impossible de prévoir la mesure du côté de l'ombre ?

**1.2.** Quelle est la notion mathématique dont le maître a le projet de se servir comme modèle mathématique permettant de prévoir les dimensions des ombres en fonction des dimensions des carrés en carton ? Justifier la réponse par une analyse mathématique, éventuellement accompagnée d'un schéma, de la situation expérimentale

**1.3** En admettant que 24 cm soit la bonne mesure du côté de l'ombre, comment procéder mathématiquement pour ranger les estimations des élèves de la moins bonne à la meilleure ?

**2.**

La lampe est éteinte. Le maître remplace, sur le support, le carré de 9 cm de côté par un carré de 6 cm de côté. Cette nouvelle mesure est écrite au tableau. Le maître demande: « Et

*maintenant, quelle est la mesure de la longueur du côté de l'ombre* » ? Toujours, sans allumer la lampe, le maître demande rapidement quelques anticipations, sans leurs justifications.

**2.1.** Certains élèves proposent 21 cm; d'autres, 15 cm. Analyser ces deux réponses.

**2.2.** Le maître refuse que les élèves discutent des raisons qui ont motivé leurs anticipations. Pourquoi ?

**2.3.** Les élèves pouvaient-ils, à ce moment de la séance, « deviner juste » ?

Le maître fait effectuer par un élève la vérification expérimentale. La lampe est allumée, l'ombre mesurée. L'élève expérimentateur trouve 16 cm de côté.

Un seul élève, avait proposé 16 cm. Le maître lui demande comment il a procédé. Il répond:

*« J'ai deviné. C'est le hasard si je suis tombé juste. On peut y arriver en devinant ».*

**2.4.** Quel problème rencontrent alors les élèves ?

**2.5.** Quel problème rencontre le maître ? Quels choix s'offrent à lui ? Argumenter sur la pertinence de ces choix.

**3.**

La lampe est de nouveau éteinte. Le maître remplace le carré de 6 cm de côté par un carré de 18 cm de côté. Le maître demande: *« Et maintenant, quelle est la mesure de la longueur du côté de l'ombre ? »* Certains élèves (la majorité) calculent; d'autres pensent qu'on peut trouver en devinant. Une douzaine d'élèves -tous des calculateurs -proposent un même résultat: 48 cm.

**3.1.** Sur quelles propriétés de la notion mathématique mise en jeu, pouvaient s'appuyer les élèves pour justifier la réponse 48 cm ?

Le maître fait effectuer par un élève la vérification expérimentale. La lampe est allumée, l'ombre mesurée. L'élève expérimentateur trouve 47,9 cm de côté. Parmi les élèves qui avaient trouvé 48 cm, certains contestent la mesure tandis que d'autres s'accommodent de la différence de 1 mm. Aucun de ceux qui voulaient trouver le résultat en devinant n'est parvenu à donner une bonne anticipation.

**3.2.** Comment expliquer la différence entre la mesure effectuée par l'élève et la prévision exacte de certains élèves ?

**3.3.** Quelle difficulté pose au maître l'écart entre le prévu et le mesuré ?

A ce point de la séance, un élève dit au maître: *« Au début, le carré de 9 cm donne une ombre de 24 cm. Je me suis dit que l'ombre d'un carré de 1 cm de côté serait neuf fois moins grande. J'ai pris ma calculatrice et j'ai divisé 24 par 9. J'ai trouvé 2,6666666. J'ai multiplié par 18 et j'ai trouvé 47,999999 ».*

**3.4.** Analyser l'intervention de cet élève.

**3.5.** Etudier les problèmes que rencontre le maître suite à l'intervention de cet élève.

Un élève qui utilisait aussi sa calculatrice, remarque: *« Sur ma calculatrice, 24 divisé par 9, cela fait 2,6666667. Un autre élève, dit: « Sur ma calculatrice, j'ai tapé à la suite*

$24 : 9 \times 8 = \text{et j'ai trouvé } 48 \gg$ .

**3.6.** Expliquer brièvement les résultats différents donnés par les calculatrices.

**3.7.** Le maître demande alors à tous les élèves de ranger leurs calculatrices. Analyser cette décision.

**4.**

La lampe est éteinte. Le maître place un carré de 15 cm de côté sur le support. Il demande de nouveau de trouver la mesure de l'ombre lorsqu'on allumera la lampe. Les élèves débattent de leurs méthodes.

**4.1.** Caractériser une telle situation sur le plan didactique.

Au tableau figurent toutes les mesures obtenues au cours des quatre expérimentations successives.

**4.2.** Le maître conduit l'inventaire des procédures proposées par les élèves. Pourquoi ?

**4.3** Donner deux cadres possibles de traitement de la notion étudiée.

**4.4.** Si le maître avait, en maintenant constante la distance entre la lampe et le carton fait varier la distance entre le carton et l'écran, aurait-il aussi obtenu un tableau de proportionnalité entre les distances carton-écran et les longueurs des côtés des ombres correspondantes ? Justifier votre réponse.