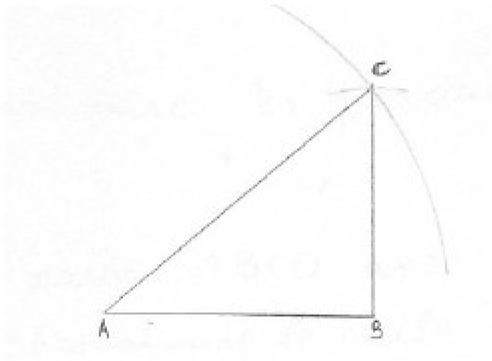
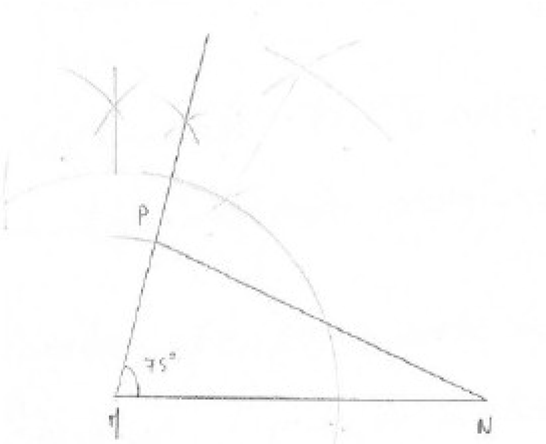
TD 3 Géométrie

Correction

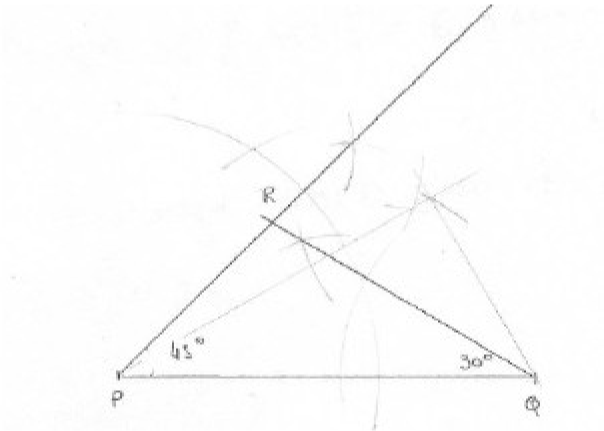
1)



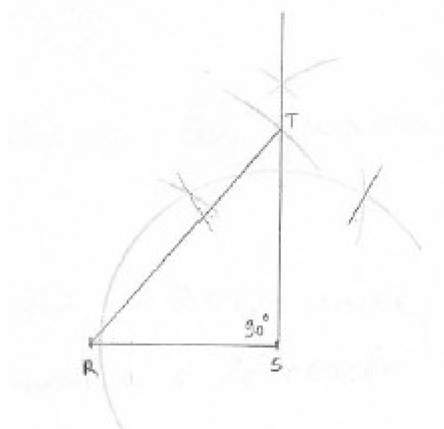
2)



3)

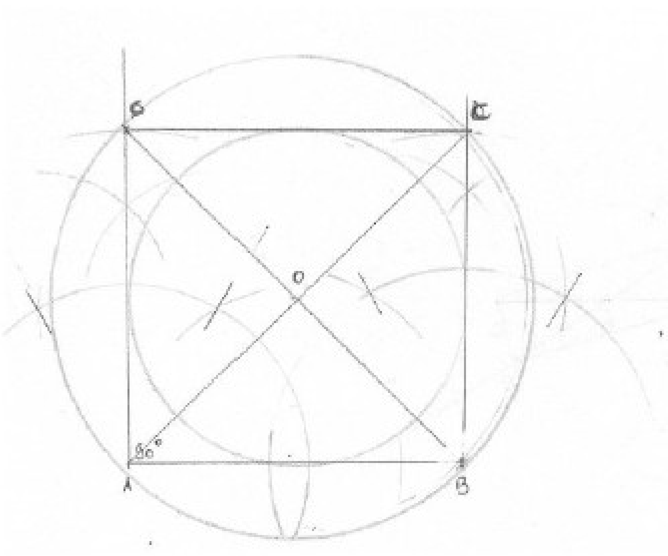


4)

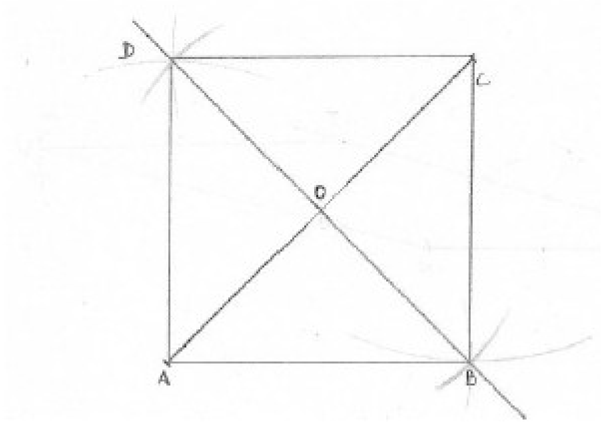


Exercice 2

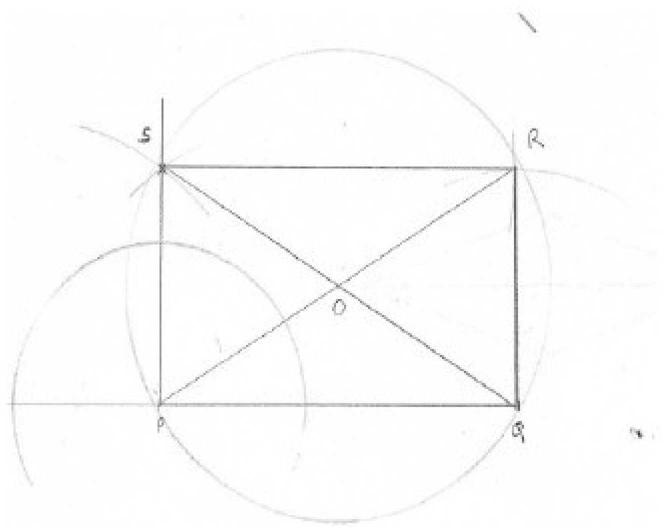
1)



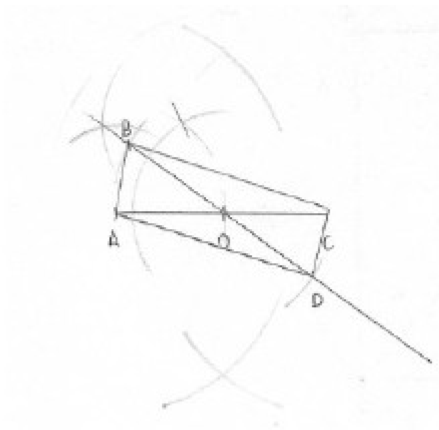
2)



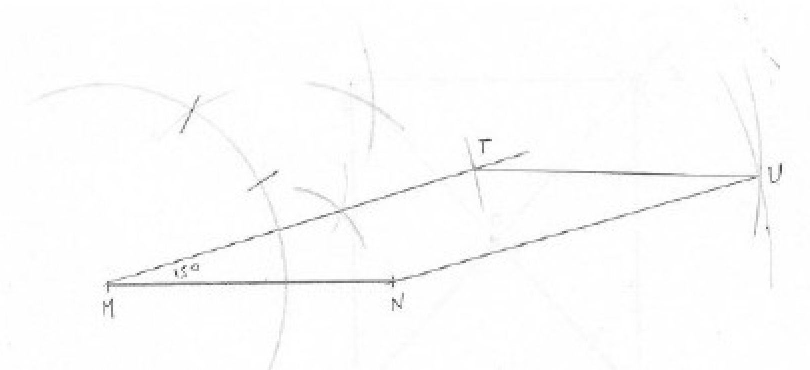
3)



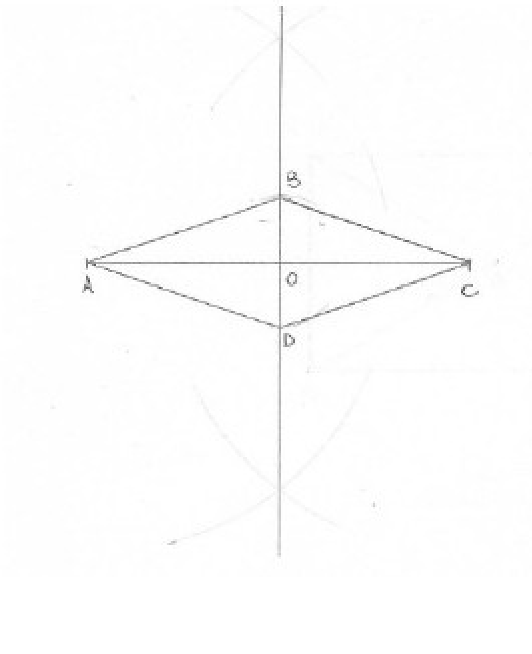
4)



5)



6)



Exercice 3

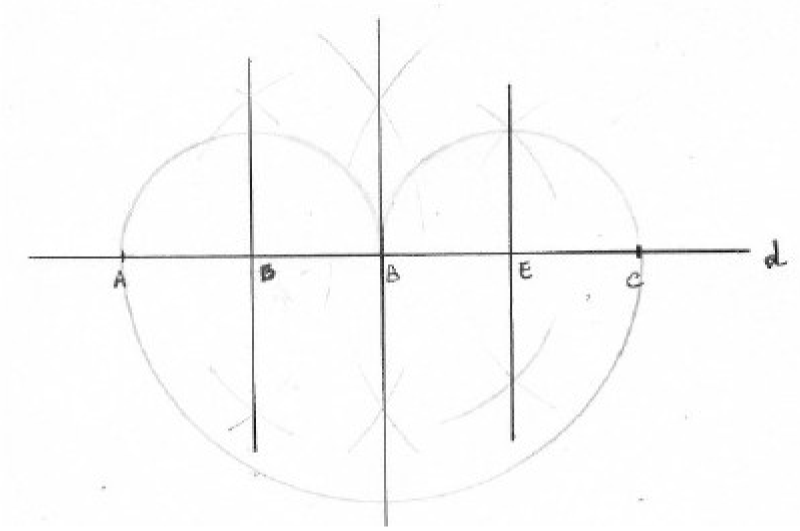
Tracer une droite d et y placer deux points A et C.

Construire la médiatrice du segment [AC]. Elle coupe d en B.

Tracer le demi cercle C de centre B et d'extrémités A et C.

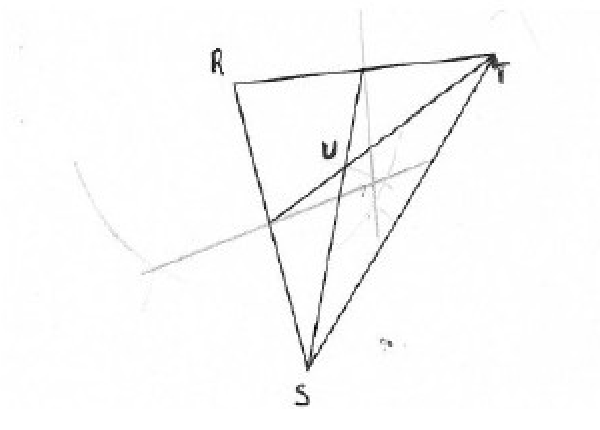
Construire la médiatrice du segment [AB]. Elle coupe d en D.
Dans le demi-plan limité par d et ne contenant pas le demi-cercle C, tracer le demi cercle de centre D et d'extrémités A et B.

Construire la médiatrice du segment [BC]. Elle coupe d en E.
Dans le demi-plan limité par d et ne contenant pas le demi-cercle C, tracer le demi cercle de centre E et d'extrémités B et C.



Exercice 4

Pour construire U, il suffit de tracer deux médianes. Il faut donc construire les milieux de deux côtés en traçant leur médiatrice. Elle coupe d en D



Exercice 5

Soit Q le milieu de [EH]. S'il existe un point P répondant à la question, on sait que le centre de gravité du triangle PEH est le point de la médiane [QP] tel que PT = $\frac{2}{3}$ PQ.

Cette égalité peut s'écrire QP = 3 PT ce qui permet de construire le point P.

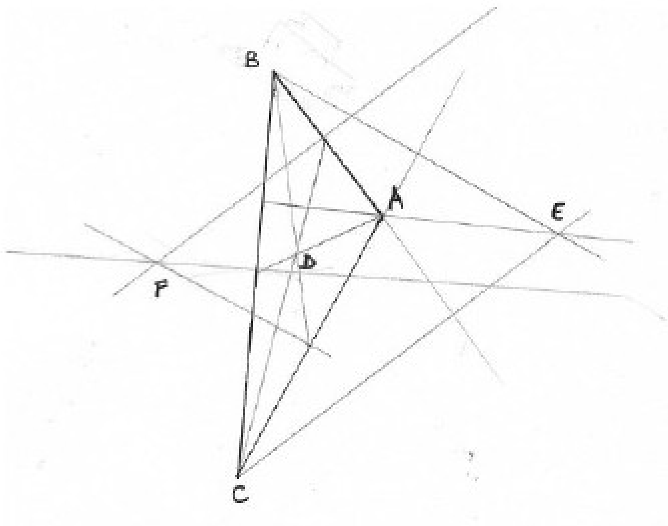
Construire la médiane de [EH]. Elle coupe [EH] en son milieu Q.

Tracer la droite (QT).

Le cercle de centre T passant par Q coupe (QT) en R.

Le cercle de centre R passant par T coupe (QT) en P.

Exercice 6



Exercice 7

On commence par placer deux points A et B distants de 3 cm.

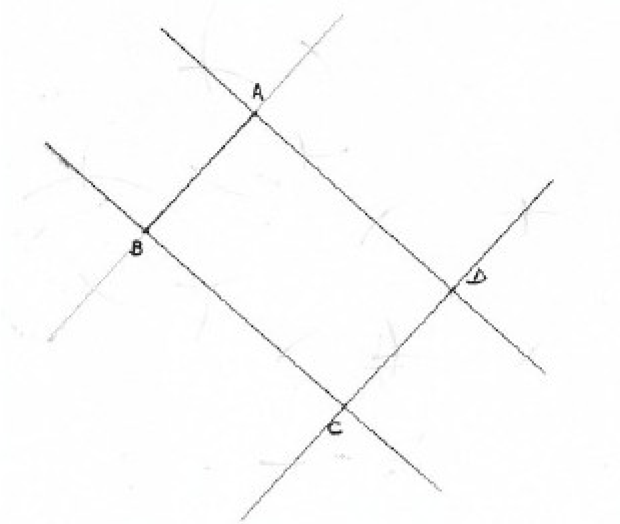
Tracer la perpendiculaire à (AB) passant par A.

Tracer la perpendiculaire à (AB) passant par B.

Sur ces deux perpendiculaires, placer dans le même demi-plan les points C et D à 5 cr de A et de B.

La figure obtenue a deux angles droits (en A et en B) et deux côtés parallèles et d même longueur [AD] et [BC]. Les droites (AD)et (BC) sont parallèles car elles son perpendiculaires à (AB).

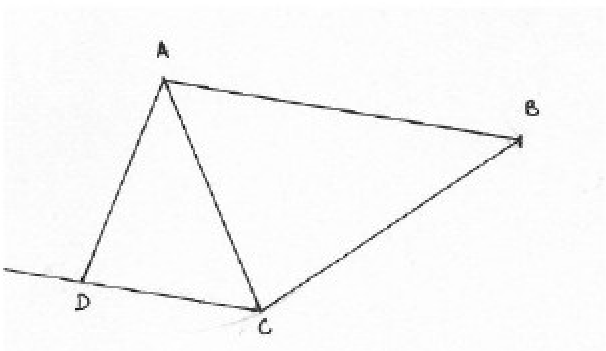
ABCD est donc un rectangle.



Exercice 8

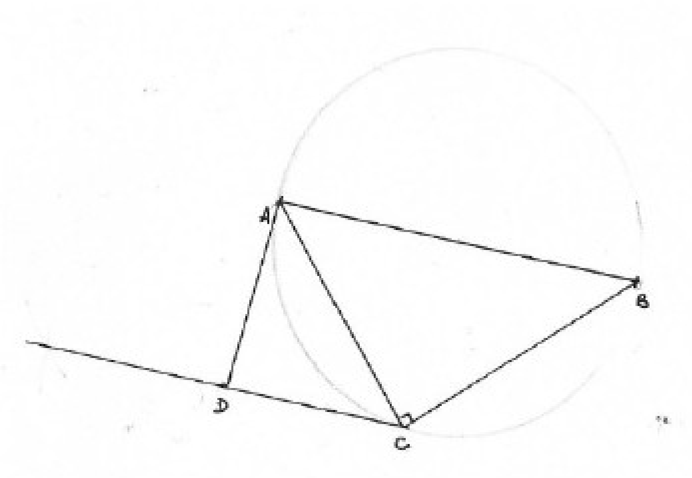
On considère un trapèze ABCD vérifiant les conditions suivantes : AB = 6 cm, AC = 4 cm et DC = 3 cm.

1) Tracer un triangle ABC tel que AB = 6 cm et AC = 4 cm. Par C, tracer la droite parallèle à (AB). Sur cette droite, placer un point D à 3 cm de C.



2) Tracer un segment [AB] tel que AB = 6 cm. Tracer le cercle de diamètre [AB]. Sur ce cercle, placer le point C tel que AC = 4 cm.

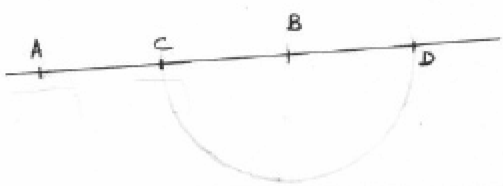
Par C, tracer la droite parallèle à (AB). Sur cette droite, placer un point D à 3 cm de C.



Exercice 9

1) Les points A, B et C sont alignés. C est le milieu de [AB] si et seulement si AC = CB.

2)



3) Comme C est le milieu de [AB], on a AC = CB. Comme B est le milieu de [CD], on a aussi CB = BD. Donc AC = BD.

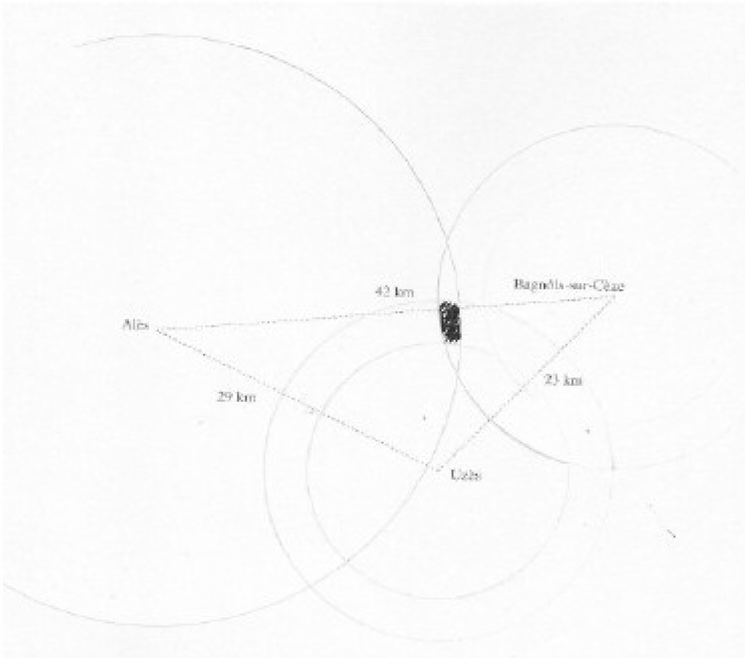
Exercice 10

On sait que si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une et perpendiculaire à l'autre.

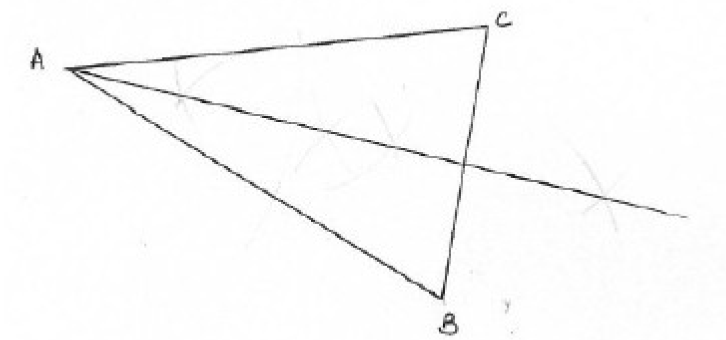
Ici, d et d' sont parallèles et Ð est perpendiculaire à d. Par conséquent, Ð est perpendiculaire à d'.

De plus Ð et Ð' sont parallèles. Comme Ð est perpendiculaire à d', on en déduit que Ð' est perpendiculaire à d'.

Exercice 11

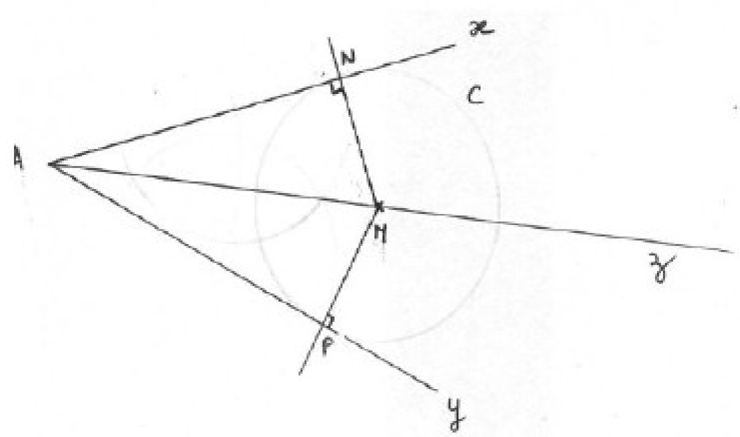


Exercice 12



Exercice 13

1)



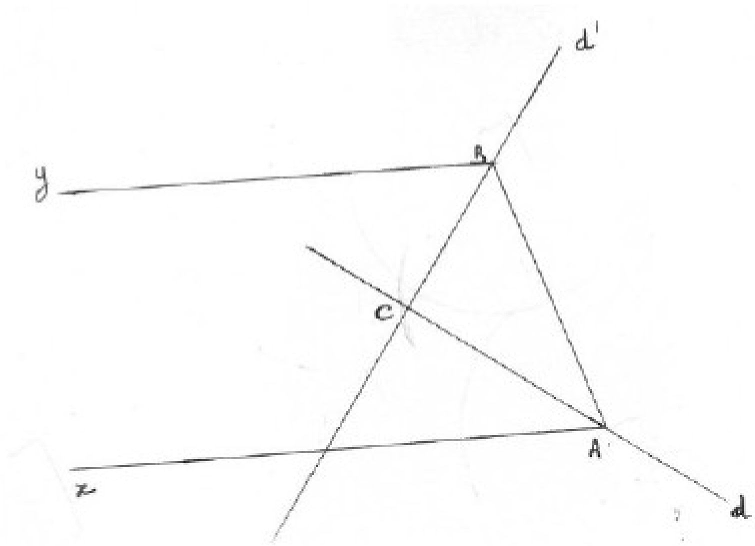
2) Le point N est par hypothèse un point du cercle C et [MN] en est un rayon.

Comme [MN] est perpendiculaire à [Ax), C est tangent à [Ax) en N.

Soit P le pied de la perpendiculaire à [Ay) issue de M. Comme M est un point de la bissectrice de l'angle $x\hat{A}y$, on sait que MP = MN. Par conséquent, P est un point du cercle C.

[MP] est donc un rayon de ce cercle. Comme (MP) est perpendiculaire à [Ay), le cercle C est tangent à [Ay) en P.

Exercice 14



(AC) est la bissectrice de l'angle $x\hat{A}B$ qui mesure 70°. On a donc $C\hat{A}B = 35°$.

(BC) est la bissectrice de l'angle $A\hat{B}y$ qui mesure 110°. On a donc $C\hat{B}A = 55°$.

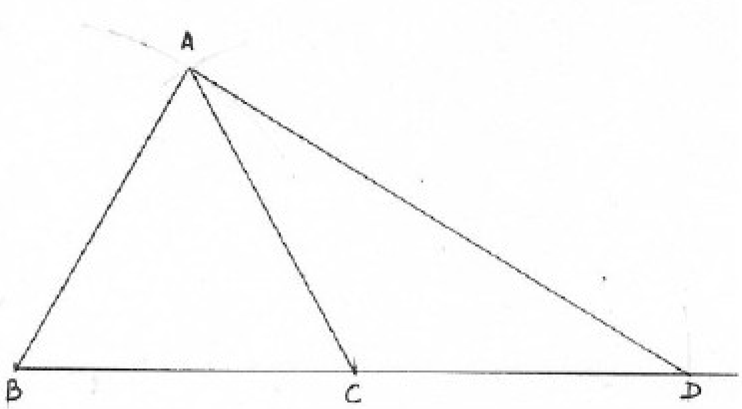
La somme des angles d'un triangle vaut 180°. Dans le triangle ABC, on a :

$C\hat{A}B + C\hat{B}A + A\hat{C}B = 180°$.

Par conséquent $ACB = 180° - (C\hat{A}B + CBA) = 180° - (35° + 55°) = 90°$.

Le triangle ABC est donc rectangle en C.

Exercice 15



1) ABC est un triangle équilatéral. Chacun de ses angles mesure 60° (en particulier $A\hat{C}B$).

L'angle $A\hat{C}B$ et l'angle $A\hat{C}D$ sont supplémentaires, donc $A\hat{C}D = 120°$ (180 – 60).

Comme par hypothèse $AC = CD$, le triangle ACD est isocèle de sommet C. Ses angles à la base $C\hat{A}D$ et $C\hat{D}A$ et sont égaux. On a donc :

$A\hat{C}D + C\hat{A}D + C\hat{D}A = 180°$.

$\Leftrightarrow$ $C\hat{A}D + C\hat{D}A = 180 - A\hat{C}D = 180° - 120° = 60°$.

$\Leftrightarrow$ $C\hat{A}D = C\hat{D}A = 30°$.

Par conséquent, $B\hat{A}D = B\hat{A}C + C\hat{A}D = 60° + 30 = 90°$. Le triangle ABD est donc rectangle en A.

2) $A\hat{D}B = A\hat{D}C$.

La somme des angles du triangle ACD est égale à 180°.On a donc :

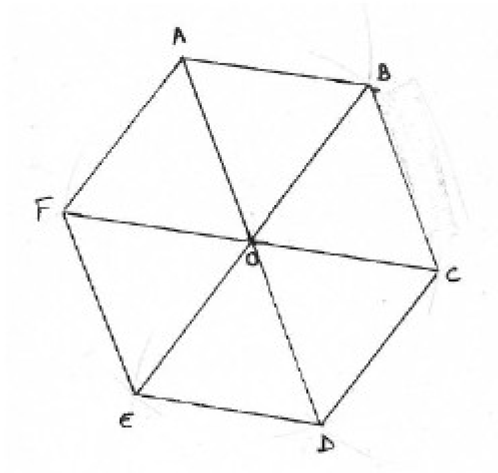
$A\hat{D}C + D\hat{C}A + C\hat{A}D = 180°$.

$\Leftrightarrow$ $A\hat{D}C = 180° - (D\hat{C}A + C\hat{A}D) = 180° - (120° + 30°)$

$\Leftrightarrow$ $A\hat{D}C = 30° = A\hat{D}B$

Exercice 16

Comme l'hexagone $ABCDEF$ est régulier, les angles au centre O sont tous égaux. Il y en a 6 et la somme de leur mesure vaut 360° donc chacun d'eux mesure 60° : $A\hat{O}F = 60°$.

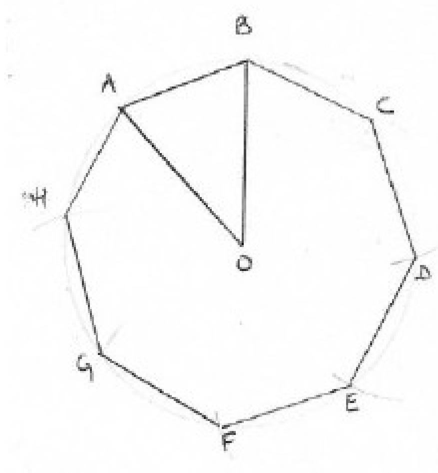


$ABCDEF$ étant régulier $OA = OF$. Le triangle OAF est isocèle de sommet O.

Le triangle OAF est isocèle et à un angle de 60°. Il est donc équilatéral.

Exercice 17

1) Tous les angles au centre sont égaux. La somme de leur mesure vaut 360°. Pour un octogone, chacun eux, en particulier $A\hat{O}B$, mesure $\frac{360°}{8}$ soit 45°.



2) $A\hat{B}C = A\hat{B}O + O\hat{B}C$.

ABCDEFGH est un octogone régulier donc OA = OB. Le triangle OAB est isocèle de sommet O. Par conséquent, les angles à la base ($O\hat{A}B$ et $A\hat{B}O$) ont la même mesure.

La somme des angles de ce triangle vaut :

$A\hat{O}B + O\hat{A}B + A\hat{B}O = 180°$

$\Leftrightarrow\ O\hat{A}B + A\hat{B}O = 180° - A\hat{O}B = 180° - 45° = 135°$

$\Leftrightarrow\ O\hat{A}B = A\hat{B}O = \frac{135°}{2} = 67,5°$

En appliquant le même raisonnement dans le triangle OBC, la mesure de l'angle $O\hat{B}C$ vaut 67,5°.

Donc $A\hat{B}C = A\hat{B}O + O\hat{B}C = 2 \times 67,5° = 135°$.