TD 1 Proportionnalité

Corrigé

Exercice 1

Lorsqu'il roule, l'automobiliste roule à 70 km/h. Il parcourt les 100 km en $\frac{100}{70}$ h.

Il s'est arrêté pendant 10 min. La durée totale a été de $\frac{100}{70} + \frac{10}{60}$ h.

Sa vitesse moyenne a donc été de $\dfrac{100}{\frac{100}{70}+\frac{10}{60}}$ km/h.

$$\dfrac{100}{\frac{100}{70}+\frac{10}{60}} = \dfrac{100}{\frac{10}{7}+\frac{1}{6}} = \dfrac{100}{\frac{60}{42}+\frac{7}{42}} = \dfrac{100}{\frac{67}{42}} = 100 \times \frac{42}{67} \approx 62{,}69.$$

Sa vitesse moyenne a été d'environ 63 km/h.

Exercice 2

1) L'automobiliste parcourt 100 km (60 + 40) en 2 heures. Sa vitesse moyenne est donc de : $\frac{100}{2}$ = **50 km/h.**

2) La randonneuse parcourt 2 km en $\frac{1}{6} + \frac{1}{4}$ soit $\frac{5}{12}$ d'heure.

   Sa vitesse moyenne est donc : $\dfrac{2}{\frac{5}{12}} = 2 \times \frac{12}{5} = \frac{24}{5}$ = **4,8 km/h.**

3) Soit v la vitesse moyenne du cycliste au retour.

   Pour parcourir les 30 premiers kilomètres, il met $\frac{30}{18}$ soit $\frac{5}{3}$ heure.

   Il met $\frac{30}{v}$ heure pour parcourir les 30 derniers kilomètres. Pour l'aller et le retour, il met donc $\frac{5}{3} + \frac{30}{v}$ heure.

   Sa vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours est de :

$$\dfrac{2 \times 30}{\frac{5}{3}+\frac{30}{v}} = \dfrac{60}{\frac{5v+90}{3v}} = 60 \times \frac{3v}{5v+90} = \frac{36v}{v+18} \text{ km/h}$$

   Pour que la vitesse moyenne soit de 24 km/h, v doit vérifier :

$$\frac{36v}{v+18} = 24 \Leftrightarrow 36v = 24v + 24 \times 18$$

$$\Leftrightarrow 12\,v = 24 \times 18$$

$$\Leftrightarrow v = \frac{24 \times 18}{12} = \mathbf{36\ km/h}$$

Exercice 3

1 mm sur la carte correspond à 25 000 mm sur le terrain. La route a donc 25 m de large.

15,2 km = 15 200 000 mm. $\frac{15200000}{25000} = 608$.

Florac et Ste-Enimie sont donc séparées sur la carte par 608 mm.

Exercice 4

Agrandir de 200% revient à doubler toutes les longueurs.

L'échelle de l'agrandissement est donc $\frac{1}{100000} \times 2$, soit 1/50 000.

Exercice 5

Pour une carte au 1/100 000, 1 km = 100 000 cm correspond à 1 cm sur la carte.

Pour une carte au 1/25 000, 1 km = 100 000 cm correspond à $\frac{100000}{25000}$ = 4 cm sur la carte. Elle est donc un agrandissement de la première. Le taux d'agrandissement est de 4.

Exercice 6

Le 31 décembre 2001, le prix de la baguette en euros aurait été de $\frac{6,2}{6,55957}$.

L'augmentation est de $0,95 - \frac{6,2}{6,55957}$.

Le pourcentage d'augmentation est de : $\dfrac{0,95-\frac{6,2}{6,55957}}{\frac{6,2}{6,55957}} \times 100 \approx 0,5095$.

L'augmentation est donc d'environ 0,5%.

Exercice 7 **(*Caen*, 1989)**

Soit a la longueur de l'arête du cube.

- Si on l'augmente 10%, la nouvelle longueur de l'arête est égale à $1,1 \times a$.

  Le volume initial est a^3. Le volume du nouveau cube est :

  $(1,1 \times a)^3 = 1,1^3 \times a^3 = 1,331 \times a^3 = (1 + 0,331) \times a^3$.

  Le nouveau volume est donc supérieur au premier de 33,1%.

- Si on l'augmente 50%, la nouvelle longueur de l'arête est égale à $1,5 \times a$.

  Le volume initial est a^3. Le volume du nouveau cube est :

  $(1,5 \times a)^3 = 1,5^3 \times a^3 = 3,375 \times a^3 = (1 + 2,375) \times a^3$.

  Le nouveau volume est donc supérieur au premier de 237,5%.

- Si on la diminue de 50%, la nouvelle longueur de l'arête est égale à $0,5 \times a$.

  Le volume initial est a^3. Le volume du nouveau cube est :

  $(0,5 \times a)^3 = 1,5^3 \times a^3 = 0,125 \times a^3 = (1 - 0,875) \times a^3$.

  Le nouveau volume est donc inférieur au premier de 87,5%.

Exercice 8 **(Montpellier, 2003)**

Augmenter une quantité de a% équivaut à multiplier cette quantité par $(1 + \frac{a}{100})$.

Soit p le prix initial.

En 2001, le prix augmente de 5%, il devient donc $(1 + \frac{5}{100}) \times p$

En 2002, le prix augmente de 6%, il devient donc $(1 + \frac{5}{100}) \times (1 + \frac{6}{100}) \times p$

Soit $1,05 \times 1,06 \times p = 1,113 \times p = (1 + \frac{11,3}{100}) \times p$.

Le prix a été augmenté de **11,3%** sur les deux années écoulées.

Exercice 9 (Bordeaux, 2003)

1) Soient n le nombre d'ordinateurs du lot et p le prix d'un ordinateur. Le prix d'achat du lot est égal à n x p. *Calculons* le prix de vente.

$$\text{Prix de vente} = \frac{n}{3}\times(1+\frac{20}{100})p + \frac{n}{4}\times(1+\frac{16}{100})p + (n-\frac{n}{3}-\frac{n}{4})\times(1-\frac{7}{100})p$$

$$= \frac{n}{3}\times\frac{120}{100}p + \frac{n}{4}\times\frac{116}{100}p + \frac{5n}{12}\times\frac{93}{100}p$$

$$= \frac{40}{100}\times n\times p + \frac{29}{100}\times n\times p + \frac{155}{400}\times n\times p$$

$$= (\frac{40}{100}+\frac{29}{100}+\frac{155}{400})\times n\times p$$

$$= (\frac{160}{400}+\frac{116}{400}+\frac{155}{400})\times n\times p = \frac{431}{400}\times n\times p$$

$$= (\frac{400}{400}+\frac{31}{400})\times n\times p$$

$$= (1+\frac{31}{400})\times n\times p = (1+\frac{7{,}75}{100})\times n\times p$$

Soit prix de vente = $(1+\frac{7{,}75}{100})$ x prix d'achat

Or augmenter une quantité de a% équivaut à multiplier cette quantité par $(1+\frac{a}{100})$.

Le prix de vente est donc égal au prix d'achat augmenté de 7,75%, ce qui fait un bénéfice de 7,75% sur la totalité de la vente.

2) Soit P_A le prix d'achat du lot. Le bénéfice étant de 7,75% du prix d'achat, on a :

$2\,976 = \frac{7{,}75}{100}\times P_A$ soit $P_A = \frac{2976}{7{,}75}\times 100 = 38\,400$ €

Le montant des achats du responsable commercial est de 38 400 €

Exercice 10 **(Montpellier, 2003)**

1) En 1 heure, la première fontaine remplit $\frac{1}{9}$ du bassin et la deuxième fontaine $\frac{1}{7}$ du bassin.

En 1 heure, les deux fontaines remplissent $\frac{1}{9} + \frac{1}{7}$ soit $\frac{16}{63}$ du bassin.

Pour remplir la totalité du bassin, les deux fontaines mettent $\frac{63}{16}$ d'heure (car $\frac{16}{63} \times \frac{63}{16} = 1$).

Convertissons $\frac{63}{16}$ en heures, minutes et secondes.

$\frac{63}{16} = \frac{3 \times 16 + 15}{16} = 3 + \frac{15}{16}$ soit 3 h et $\frac{15}{16}$ h

$\frac{15}{16}$ h = $\frac{15}{16} \times 60 = \frac{900}{16} = \frac{16 \times 56 + 4}{16} = 56 + \frac{4}{16}$ soit 56 min et $\frac{4}{16}$ min

$\frac{4}{16} = \frac{4}{16} \times 60 = \frac{240}{16} = 15$ s.

Le temps mis par les deux fontaines pour remplir le bassin est donc de **3 h 56 min et 15 s**.

2)

a) $((4 \times \frac{1}{9}) + (3 \times \frac{1}{7})) \times V = 550$ litres.

$\Rightarrow (\frac{4}{9} + \frac{3}{7}) \times V = 550$

$\Rightarrow \frac{55}{63} \times V = 550$

$\Rightarrow V = 550 \times \frac{63}{55} =$ **630 litres**

b) Débit (fontaine 1) = $\frac{1}{9} \times 630 =$ **70 litres/heure**

Débit (fontaine 2) = $\frac{1}{7} \times 630 =$ **90 litres/heure**