

TD 1 Calcul Littéral

Exercices

Exercice 1

Factoriser et résoudre les équations suivantes :

1) $(2x - 1)(x + 1) + (2x - 1)(3x - 7) = 0$

2) $(3x + 1)^2 - (5x + 8)(6x + 2) = 0$

3) $(2x + 3)^2 - (x - 1)^2 = 0$

4) $3(x + 2)^2(x - 1) - (x + 2)(x - 1)^2 = 0$

5) $-4(3x - 1)^2 + (2x + 3)^2 = 0$

6) $2x^2 - 5x = (2x - 5)(2x + 4)$

7) $4x^2 - 9 = 3(2x + 3)^2$

8) $4x^2 = 2x$

9) $x^2 - 9 = 0$

Exercice 2

On considère l'expression suivante : $A = (x - 2)^2 + (x - 2)(3x + 1)$

1) Développer et réduire A

2) Factoriser A

3) Résoudre l'équation $(x - 2)(4x - 1) = 0$

4) Calculer A pour $x = -1/2$

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

1) $(5x + 3)^2 = 4(2x - 3)^2$

2) $3x^2 = 5x$

3) $\frac{3x+1}{3} - \frac{2x-1}{2} = \frac{1}{6}$

4) $x - 3(x + 1) = 2 - x$

5) $2(x - 1) = 2(x + 1) - 1$

6) $100x^2 - 0,16 = 0$

7) $4x^2 = 250\,000$

8) $121x^2 - 44x = 275x - 100$

Exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

$$1) \frac{4x-3}{x-1} = 0$$

$$3) \frac{5x-3}{x-1} = \frac{-3}{x}$$

$$2) \frac{x^2-2x}{2+x} = 0$$

$$4) 1 - \frac{x+2}{2x-3} = 0$$

Exercice 5

1) Vérifier les égalités suivantes, puis dégager une règle générale.

$$2^2 - 1^2 = 2 + 1$$

$$3^2 - 2^2 = 3 + 2$$

$$4^2 - 3^2 = 4 + 3$$

2) Démontrer la règle.

3) Ecrire 2003 sous la forme de la différence de deux carrés.

Exercice 6

1) Montrer que l'expression $x^2 - 2x + 2$ peut s'écrire sous la forme $(x - 1)^2 + 1$. En déduire que l'équation $x^2 - 2x + 2 = 0$ n'admet pas de solution dans \mathbb{R} .

2) Factoriser l'expression $(x^2 + 1)^2 - (2x - 1)^2$

3) Déterminer toutes les solutions de l'équation $(x^2 + 1)^2 - (2x - 1)^2 = 0$

Exercice 7 (Lille, 2001)

1) Un élève dit : « Moi, je sais comment calculer le carré des nombres de 2 chiffres qui se terminent par 5. Par exemple pour 65^2 on prend le 6, on le multiplie par 7, ça fait 42, le carré de 65 ça fait 4225 ».

- Vérifier le bien fondé de cette procédure en développant $(60 + 5)^2$.

- Formuler cette procédure dans le cas général (on ne demande pas de démonstration).

- Utiliser cette procédure pour le calcul de 35^2 .

2) Soit n un nombre naturel, prouver que $(n + 1)^2 = n^2 + n + (n + 1)$. Compléter la phrase suivante : « Pour passer du carré d'un nombre entier à celui du nombre suivant... ».

Utiliser cette procédure pour le calcul de 101^2 et 36^2 .

Exercice 8

Soit n un nombre entier naturel non nul. Si au carré de n on ajoute les carrés des deux nombres précédant n et l'on retranche les carrés des deux nombres suivant n , on obtient 0. Trouver n .

Exercice 9 (Lille, 2000)

Déterminer les années de naissance et de décès de Dürer sachant que leur somme est égale à 2 999 et que la différence de leurs carrés est égale à 170 943.

Exercice 10

On souhaite résoudre l'équation suivante :

$$x^2 + 6x - 36 = 0 \quad (1)$$

1) Développer $(x + 3)^2$

2) En déduire que x est solution de l'équation (1) si et seulement si $x + 3 = 3\sqrt{5}$ ou

$$x + 3 = -3\sqrt{5}$$

3) Donner toutes les solutions de l'équation (1).

Exercice 11

Trouver tous les nombres entiers naturels u et v tels que $u^2 - v^2 = 28$.

Exercice 12

1) Développer les expressions suivantes :

$$(1 - x)(1 + x)$$

$$(1 - x)(1 + x + x^2)$$

$$(1 - x)(1 + x + x^2 + x^3)$$

2) Dégager une règle générale. Vérifier sur un exemple.

3) Utiliser l'identité remarquable établie à la question précédente pour résoudre le problème suivant.

Une personne place 1000 €, tous les ans, à la même date, pendant cinq ans, au taux de 3,5 % l'an. A la date anniversaire du dépôt, les intérêts acquis pendant l'année sont ajoutés au capital et deviennent porteurs d'intérêt. Combien cette personne possèdera-t-elle au bout de 5 ans ?