Cauchy

Résumé des leçons sur le calcul infinitésimal
Les cours historiques de l'Ecole polytechnique
Ellipses

Calcul infinitésimal

Première leçon :
Des variables, de leurs limites, et des quantités infiniment petites

On nomme quantité *variable* celle que l'on considère comme devant recevoir successivement plusieurs valeurs différentes les unes des autres. On appelle au contraire quantité *constante* toute quantité qui reçoit une valeur fixe et déterminée. Lorsque les valeurs successivement attribuées à une même variable s'approche indéfiniment d'une valeur fixe, de manière à finir par en différer aussi peu que l'on voudra, cette dernière est appelée la limite de toutes les autres. Ainsi, par exemple, la surface du cercle est la limite vers laquelle convergent les surfaces des polygones réguliers inscrits, tandis que le nombre de cotés croît de plus en plus ; et le rayon vecteur, mené du centre de l'hyperbole à un point de la courbe qui s'éloigne de plus en plus de ce centre, forme avec l'axe des x un angle qui a pour limite l'angle formé par l'asymptote avec le même axe ; &c… Nous indiquerons la limite vers laquelle converge une variable donnée par l'abréviation *lim* placée devant cette variable.

Fin de la première leçon

Lorsque les valeurs numériques successives d'une même variable décroissent indéfiniment de manière à s'abaisser au dessous de tout nombre donné, cette variable devient ce qu'on nomme un infiniment petit ou une quantité infiniment petite. Une variable de cette espèce a zéro pour limite.
….
Lorsque les valeurs numériques successives d'une même variable croissent de plus en plus, de manière à s'élever de plus en plus, de manière à s'élever au dessus de tout nombre donné, on dit que cette variable a pour limite l'infini positif indiqué par le signe (infini), s'il s'agit d'une variable positive ; et l'infini négatif est noté (-infini), s'il s'agit d'une variable négative….

Seconde leçon
Des fonctions continues et discontinues.
Représentation géométrique des fonctions continues.

Lorsque des quantités variables sont tellement liées entre elles, que, la valeur de l'une d'elles étant donnée, on puisse en conclure les valeurs de toutes les autres, on conçoit d'ordinaire ces diverses quantités exprimées au moyen de l'une d'entre elles, qui prend alors le nom de *variable indépendante* ; et les autres quantités, exprimées au moyen de la variable indépendante, sont ce qu'on appelle des *fonctions* de cette variable.
Lorsque des quantités variables sont tellement liées entre elles, que, les valeurs de quelques unes d'elles étant données, on puisse en conclure celles de toutes les autres, on conçoit ces diverses quantités exprimées au moyen de plusieurs d'entre elles, qui prennent alors le nom de *variables indépendantes* ; et les quantités restantes, exprimées au moyen des variables indépendantes, sont ce qu'on appelle des *fonctions* de ces mêmes variables.