# LES NOMBRES EN ÉGYPTE

## 1 Sources historiques

Les Grecs considéraient que l'origine des mathématiques était égyptienne. Aristote l'attribuait à la caste des prêtres, tandis qu'Hérodote pensait que les crues périodiques du Nil avaient conduit les Égyptiens à inventer la géométrie. En fait, lorsqu'on étudie les textes mathématiques égyptiens, on constate qu'il s'agit essentiellement de problèmes pratiques de répartition de nourriture, de salaires, de calcul de matériaux de construction, de problèmes de mesure de surface, de volume.

Les sources disponibles pour l'étude des mathématiques égyptiennes sont essentiellement deux documents datant d'entre $-2000$ et $-1800$, le papyrus Rhind et le papyrus de Moscou, complétés par un rouleau de cuir et quelques autres papyrus (Kahun...). Le papyrus Rhind qui date de $-1650$ est la copie par un scribe nommé Ahmès d'un document plus ancien de deux cents ans environ ; il porte le nom de celui qui l'a rapporté d'Égypte. C'est un rouleau de 5 mètres de long dont une partie se trouve au British Museum et l'autre à New York. Il comporte une introduction, une table de décomposition de fractions de type $\frac{2}{n}$, et une liste de 86 problèmes avec leurs solutions. Le papyrus de Moscou comporte 15 problèmes. Le papyrus de Kahun est plus ancien. Le rouleau de cuir comporte des décompositions de fractions.

L'essentiel de ces documents consiste donc en techniques sur des exemples de calculs (multiplication, division et calculs avec des fractions), ainsi que des listes de problèmes.

## 2 Notation des nombres chez les Égyptiens

Nous avons présenté déjà le système de notation hiéroglyphique. Il s'agit d'un système à base 10, qui possède un symbole pour 1, 10, 100, 1 000, 10 000, 100 000 et 1 000 000. Ces symboles sont répétés de 1 à 9 fois. Il s'agit donc d'un système de notations primitif et assez fastidieux pour l'écriture des nombres. Ainsi, le nombre 9 999 nécessitait l'écriture de 36 symboles différents.

En fait l'écriture hiéroglyphique était réservée à la gravure sur pierre. Deux autres systèmes dérivés de celui-là étaient utilisés sur les papyrus. On les appelle écriture hiératique et écriture démotique. On trouve dans *History of mathematical notations* de Cajori des tableaux qui montrent dans ces différentes écritures, les symboles nécessaires pour la notation des nombres. Un symbole est créé pour chacune des unités, des dizaines, des centaines, des milliers, à la manière de la numération grecque ultérieurement. Ce système permet d'écrire un nombre comme 9 999 avec 4 symboles seulement.

# 3 Les techniques de calcul des Égyptiens

## 3.1 La multiplication égyptienne

Le système de numération rend les additions complètement évidentes, puisqu'il s'agit de compter le nombre de symboles de chaque sorte, en tenant compte des retenues éventuelles. La technique de la multiplication repose entièrement sur la duplication qui est aussi extrêmement simple, et quelquefois sur la multiplication par 10, qui nécessite un simple décalage dans les symboles. Parallèlement le processus de division par 2 était utilisé. Cette technique par duplication était appelée « multiplication égyptienne »et enseignée dans les écoles grecques. Elle figurait aussi dans les traités de calcul du Moyen Âge en Europe, ainsi que la division par 2. Dans le papyrus Rhind le calcul de 12 au carré s'effectue comme suit :

$$\begin{array}{rrl} 1 & 12 & \\ 2 & 24 & \\ 4 & 48 & / \\ 8 & 96 & / \end{array}$$

On additionne les lignes marquées du signe / et on obtient la somme $144$. $12$ est donc obtenu comme somme $12 = 8 + 4$ de puissances de $2$.
Dans le papyrus de Kahun le calcul du carré de 16 est effectué de la façon suivante :

$$\begin{array}{rrl} 1 & 16 & / \\ 10 & 160 & / \\ 5 & 80 & / \end{array}$$

On obtient la somme $256$.

Dans ce calcul on voit apparaître la multiplication par 10 et la division par 2. Pour comprendre leurs calculs, il est nécessaire de se familiariser un peu avec cette technique pour acquérir le point de vue des Égyptiens. Pour cela il suffit de faire quelques opérations soi-même : faites par exemple $47 * 63$, $125 * 97$, $54 * 43$.

On peut se poser deux questions intéressantes. Comment les égyptiens pouvaient-ils être convaincus que ce procédé leur donnerait toujours le résultat ? Comment nous-mêmes pouvons nous justifier cette opération ? Bien sûr cette dernière justification repose sur la décomposition des nombres en base $2\ldots$

## 3.2 La division

La division est ramenée par les Égyptiens à la multiplication. Le problème par exemple de trouver le quotient de 1 120 par 80 était formulé de la façon suivante : « *Ajoute en commençant à* $80$ *jusqu'à ce que tu obtiennes* $1\,120$ ». La solution de ce problème se présente dans le papyrus Rhind de la façon suivante :

$$\begin{array}{rrl} 1 & 80 & \\ 10 & 800 & / \\ 2 & 160 & \\ 4 & 320 & / \end{array}$$

Pour nous le résultat est 14. Pour les Égyptiens, c'est 1 120 qui est explicitement indiqué comme résultat.

Pour comprendre leurs calculs de division, il est nécessaire de se familiariser un peu avec cette technique pour acquérir le point de vue des Égyptiens. Pour cela il suffit de faire quelques opérations soi-même.

# 4 Les fractions égyptiennes

Lorsque le calcul de la division ne tombe pas juste, les Égyptiens avaient recours aux fractions. Pour nous, ce terme est trompeur. Il faut revenir à l'état d'esprit des Égyptiens pour lesquels seuls avaient un sens les parts, que nous notons aujourd'hui $\frac{1}{n}$, $n$ étant un entier. Ce que nous notons $\frac{p}{n}$ n'avait pas de sens pour les Égyptiens. Tous les calculs fractionnaires se faisaient à l'aide de fractions unitaires distinctes. On peut montrer que toute fraction $\frac{p}{n}$ peut se décomposer en une somme d'un entier et de fractions unitaires distinctes mais que cette décomposition n'est pas unique. Certaines fractions possèdent de multiples décompositions. Le calcul avec ces fractions se faisait avec l'aide de tables établies suivant des règles *ad hoc* qu'il n'a pas été possible de reconstituer entièrement avec certitude. Une partie du papyrus Rhind est consacré à l'établissement de tables. Puisque toutes les multiplications se ramènent à des duplications, il faut disposer de règles permettant de décomposer les fractions que nous écrivons $\frac{2}{n}$ en fractions unitaires. Suivant Neugebauer, nous utiliserons la notation $\bar{n}$ pour noter la fraction unitaire de dénominateur $n$ et la notation $\bar{\bar{3}}$ pour noter la fraction $\frac{2}{3}$ qui était aussi utilisée par les Égyptiens.

## 4.1 Calcul avec des fractions

Dans le rouleau de cuir on trouve trois relations entre fractions dont on peut déduire une série de relations qui seront ensuite utilisées systématiquement.

$$\begin{aligned} \bar{6} + \bar{6} &= \bar{3} \\ \bar{6} + \bar{6} + \bar{6} &= \bar{2} \\ \bar{3} + \bar{3} &= \bar{\bar{3}} \end{aligned}$$

On en déduit les relations classiques qui apparaissent dans le papyrus Rhind :

$$\begin{aligned} \bar{3} + \bar{6} &= \bar{2} \\ \bar{2} + \bar{3} + \bar{6} &= 1 \\ \bar{\bar{3}} &= \bar{2} + \bar{6} \\ \bar{\bar{3}} + \bar{6} &= \bar{2} + \bar{3} \\ \bar{2} + \bar{\bar{3}} &= 1 + \bar{6} \end{aligned}$$

En divisant la première relation successivement par la suite des entiers 2, 3, . . ., on établit une liste de relations qui figurent dans le papyrus de Rhind. Les Égyptiens savaient aussi doubler une fraction de dénominateur pair. À l'aide de la troisième relation, il est possible d'obtenir le double de n'importe quelle fraction dont le dénominateur est divisible par 3 par la règle :

$$\frac{2}{3n} = \frac{1}{2n} + \frac{1}{6n}$$

Cette même règle permet d'obtenir les deux tiers de n'importe quelle fraction unitaire $\frac{1}{n}$, ce qui est important, car cette fraction joue un rôle privilégié dans les calculs égyptiens, comme nous le constaterons par la suite. Donnons l'exemple de doublement successifs à partir de la fraction $\bar{9}$ :

$$\begin{array}{ll} 1 & \bar{9} \\ 2 & \bar{6} + \overline{18} \\ 4 & \bar{3} + \bar{9} \\ 8 & \bar{\bar{3}} + \bar{6} + \overline{18} \end{array}$$

## 4.2 Retour sur les divisions

Voici quelques exemples extraits du papyrus Rhind :

Calcul du quotient de 19 par 8 :

$$\begin{array}{rrl} 1 & 8 & \\ 2 & 16 & / \\ \bar{2} & 4 & \\ \bar{4} & 2 & / \\ \bar{8} & 1 & / \end{array}$$

Le quotient est $2 + \bar{4} + \bar{8}$
Calcul du quotient de 16 par 3 :

$$\begin{array}{rrl} 1 & 3 & / \\ 2 & 6 & \\ 4 & 12 & / \\ \bar{\bar{3}} & 2 & \\ \bar{3} & 1 & / \end{array}$$

Le quotient est $5 + \bar{3}$. Il peut sembler paradoxal pour nous que les Égyptiens passent d'abord par $\bar{\bar{3}}$ pour obtenir $\bar{3}$ ; c'est pourtant ce qui est fait dans les documents égyptiens. Cela indique que $\bar{3}$ est vu principalement comme la moitié de $\bar{\bar{3}}$.
Autre exemple utilisant une multiplication par $\overline{10}$ : division de 4 par 15 :

$$\begin{array}{rrl} 1 & 15 & \\ \overline{10} & 1 + \bar{2} & \\ \bar{5} & 3 & / \\ \overline{15} & 1 & / \end{array}$$

Le quotient est $\bar{5} + \overline{15}$

Pour vous entraîner à de telles divisions, vous pouvez répondre aux problèmes 3 à 6 du papyrus de Rhind. On demande de partager 6, 7, 8, 9 pains entre 10 hommes. Il est intéressant de faire d'abord ces calculs soi-même. Vous constaterez certainement que vos résultats ne coïncident pas avec ceux du papyrus de Rhind et sont plus simples. Les réponses données dans le papyrus sont :

$6$ pains entre $10$ hommes : $\bar{2} + \overline{10}$ chacun ;
$7$ pains entre $10$ hommes : $\bar{\bar{3}} + \overline{30}$ chacun ;
$8$ pains entre $10$ hommes : $\bar{\bar{3}} + \overline{10} + \overline{30}$ chacun ;
$9$ pains entre $10$ hommes : $\bar{\bar{3}} + \bar{5} + \overline{30}$ chacun.

Dans ces décompositions, la fraction $\bar{\bar{3}}$ joue un rôle privilégié, ce qui explique la forme des résultats donnés. Prendre les deux tiers d'un entier ou d'une fraction est ici privilégié. Gillings émet l'hypothèse que les Égyptiens ont pu établir facilement une table de multiplication par $1 + \frac{1}{2}$, et que la lecture de cette même table dans l'autre sens leur donnait la table de multiplication par $\bar{\bar{3}}$.

### 4.3 La table des fractions $\frac{2}{n}$

Au début du papyrus de Rhind, se trouve une liste de décompositions de fractions $\frac{2}{n}$. Cette table est la plus complète qui soit parvenue jusqu'à nous. Il nous paraît évident que doubler $\bar{5}$ et calculer le quotient de 2 par 5 est la même chose. Ce n'était pas du tout évident pour les anciens Égyptiens, puisqu'un problème de duplication et une division sont totalement différents.

La table contient toutes les fractions $\frac{2}{n}$ de $n = 3$ à $n = 101$, pour $n$ impair. Elle est composée de différentes parties calculées selon des méthodes différentes. La plus ancienne partie contient les fractions dont le dénominateur est divisible par 3. Certaines divisions sont menées explicitement. Dans certains cas, on fait de préférence appel à une décomposition à l'aide de la suite $\bar{\bar{3}}$ ; $\bar{3}$ ; $\bar{6}$ ; $\overline{12}$ ; dans d'autres cas à la suite formée des puissances négatives de 2, c'est-à-dire à la suite $\bar{2}$, $\bar{4}$, $\bar{8}$, $\overline{16}$…

Beaucoup d'historiens des sciences ont travaillé sur cette table pour découvrir les règles qui avaient présidé à son élaboration. On connaît quelques formules du genre :

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{\frac{n+1}{2}} + \frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}$$

On peut remarquer que toute fraction $\frac{2}{n}$ admet une décomposition en au plus quatre fractions égyptiennes, en utilisant la décomposition :

$$2 = 1 + \bar{2} + \bar{3} + \bar{6}$$

dont on déduit immédiatement :

$$\frac{2}{n} = \overline{n} + \overline{2n} + \overline{3n} + \overline{6n}$$

qui est la seule possible pour $n = 101$. La recherche de décompositions peut donner lieu à des exercices intéressants de programmation.

Nous utilisons une étude faite par Gillings, *Mathematics in the time of pharaons*. Il a fait appel à un ordinateur pour calculer toutes les décompositions de ces fractions en deux, trois ou quatre fractions égyptiennes, afin de comprendre les choix faits par le papyrus, tout en étant conscient que cet inventaire n'était bien sûr pas à la disposition des scribes égyptiens.

**Règles de choix :**

– n'utiliser que des fractions différentes ;
– classer les fractions par ordre décroissant ;
– entre deux décompositions, choisir celle avec les plus petits entiers, ne jamais dépasser 1 000 ;

– une égalité comportant deux fractions est préférée à une égalité comportant trois fractions ; une égalité comportant trois fractions est préférée à une égalité comportant quatre fractions ; ne jamais dépasser quatre fractions ;
– en général, on utilise pour le premier nombre le plus petit possible, sauf si un nombre légèrement plus grand réduit beaucoup le dernier dénominateur ;
– préférer les nombres pairs aux nombres impairs.

Pour illustrer ces règles, voici l'exemple donné par Gillings. L'ordinateur a listé 1 967 décompositions possibles de $\frac{2}{45}$ en somme d'au plus quatre fractions égyptiennes.

– 7 décompositions avec deux fractions égyptiennes,
– 134 décompositions avec trois fractions,
– 1 826 avec quatre fractions.

Les sept décompositions avec deux fractions sont :

1. $\overline{24}\,\overline{360}$,
2. $\overline{25}\,\overline{225}$,
3. $\overline{27}\,\overline{135}$,
4. $\overline{30}\,\overline{90}$,
5. $\overline{35}\,\overline{63}$,
6. $\overline{36}\,\overline{60}$,
7. $\overline{45}\,\overline{45}$.

Les décompositions $(5)$, $(3)$, $(2)$ sont éliminées par la règle de parité. La décomposition $(1)$ s'élimine si on choisit le deuxième nombre pas trop grand. Il reste la décomposition $(4)$ est celle du papyrus probablement car elle s'obtient aussi par la règle des deux tiers de $\frac{1}{15}$.

Ces décompositions en deux fractions égyptiennes peuvent faire l'objet d'exercices d'arithmétique intéressants. Prenons l'exemple précédent. On sait que $45$ peut se décomposer en produit de facteurs premiers $45 = 3^2 * 5$. Combien $45$ a-t-il de diviseurs ? Ses diviseurs sont tous de la forme : $3^\alpha * 5^\beta$, avec $0 \leq \alpha \leq 2$ et $0 \leq \beta \leq 1$. Cela fait donc $6$ diviseurs que nous pouvons associer par paires de quinze façons différentes. Montrons qu'à chaque couple de diviseurs, on peut associer une décomposition de la fraction $\frac{2}{45}$. Prenons par exemple : $5$ et $9$, on a alors $9 + 5 = 14$ et on peut écrire :

$$\frac{2}{45} = \frac{2 * 7}{45 * 7} = \frac{9}{9 * 5 * 7} + \frac{5}{9 * 5 * 7} = \frac{1}{35} + \frac{1}{63}$$

On peut facilement obtenir en suivant le même principe sept décompositions différentes en deux fractions égyptiennes, (les autres couples donnent les mêmes résultats).

1. Avec le couple $1$, $15$, $\overline{24}\,\overline{360}$,
2. Avec le couple $1$, $9$, $\overline{25}\,\overline{225}$,
3. Avec le couple $1$, $5$, $\overline{27}\,\overline{135}$,
4. Avec le couple $1$, $30$, $\overline{30}\,\overline{90}$,
5. Avec le couple $5$, $9$, $\overline{35}\,\overline{63}$,
6. Avec le couple $3$, $5$, $\overline{36}\,\overline{60}$,
7. Avec le couple $1$, $45$, $\overline{23}\,\overline{1035}$.

## 4.4 L'usage des auxiliaires rouges

Dans certains de ces calculs figurent des nombres écrits en rouge appelés auxiliaires rouges. Ces nombres seraient les numérateurs des fractions si elles avaient été réduites au même dénominateur. Par exemple dans l'exemple de la division de 2 par 35, les nombres écrits en rouge sont 6, 7, 5 sous les nombres $\overline{35}$, $\overline{30}$, $\overline{42}$. En notations modernes, cela conduit au calcul :

$$\frac{2}{35} = \frac{2*6}{210} = \frac{7}{210} + \frac{5}{210} = \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$$

Un autre problème souvent rencontré dans ces calculs est le suivant : comment trouver le complément à 1 d'une somme de fractions unitaires. Donnons des exemples.
**Problème 21**, nous trouvons la question suivante : comment compléter à $1$ la somme $\bar{\bar{3}} + \overline{15}$ ? Les auxiliaires rouges sont $10$ et $1$, de somme $11$. Il manque $4$ pour obtenir $15$. La question est donc suivie de la consigne : « *calculer avec* $15$ *jusqu'à obtenir* $4$ », c'est-à-dire trouver le quotient de $4$ par $15$.

$$\begin{array}{rrl} 1 & 15 & \\ \overline{10} & 1+\bar{2} & \\ \bar{5} & 3 & / \\ \overline{15} & 1 & / \end{array}$$

Le complément cherché est $\bar{5} + \overline{15}$
**Problème 22**, compléter à $1$ la somme $\bar{\bar{3}} + \overline{30}$ ? Les auxiliaires rouges sont $20$ et $1$, de somme $21$. Il manque $9$ pour obtenir $30$, il faut trouver le quotient de $30$ par $9$. Le complément cherché est $\bar{5} + \overline{10}$

Il faut remarquer que le « dénominateur commun » n'est pas toujours un entier mais peut être un nombre avec une partie fractionnaire, suivant une règle qui s'énoncerait à peu près de la façon suivante : quand une somme de fractions compliquées doit être comparée à une autre somme, ou lorsqu'elle doit être complémentée à 1, la plus petite fraction peut être considérée comme unité et les autres

fractions évaluées en fonction de celle-là. Ainsi, dans le problème 23 qui demande de compléter $\overline{4}\ \overline{8}\ \overline{10}\ \overline{30}\ \overline{45}$ à $\overline{\overline{3}}$, c'est $\overline{45}$ qui est pris comme référence. Les auxiliaires rouges associés sont respectivement :
Pour $\overline{4}$, auxiliaire $11\ \overline{4}$
Pour $\overline{8}$, auxiliaire $5\ \overline{2}\ \overline{8}$
Pour $\overline{10}$, auxiliaire $4\ \overline{2}$
Pour $\overline{30}$, auxiliaire $1\ \overline{2}$
Pour $\overline{45}$, auxiliaire $1$.
La somme de auxiliaires vaut $23\ \overline{2}\ \overline{4}\ \overline{8}$. Il faut donc diviser $6\ \overline{8}$ par $45$.

On voit donc que les égyptiens n'avaient pas encore le concept de fraction, même si ces auxiliaires rouges pouvaient constituer un pas vers cette notion.

# 5 L'algèbre des anciens Égyptiens

Pour l'essentiel les calculs faits dans les problèmes du papyrus de Rhind se ramènent à des équations du premier degré.
Par exemple le problème 26 demande :
« *Une quantité et son quart font* $15$. *Quelle est la quantité ? La solution est la suivante :*
*calculer avec* $4$ *; prends le quart,* $1$ *; ensemble* $5$ *;*
*calculer avec* $5$ *pour obtenir* $15$ *:* $3$ »
enfin est faite la multiplication $4 \times 3 = 12$
Le principe de cette méthode a été appelé plus tard la méthode de fausse position. Mais cette explication est sujette à controverses entre les spécialistes des mathématiques égyptiennes.
Soit la résolution de l'équation : $a \times x = b$.
On part d'une valeur $x_0$ telle que le calcul de $a \times x_0$ soit facile. Ici $x_0 = 4$
et on ramène le calcul de $x$ à $\frac{b}{a \times x_0} \times x_0$, (en termes modernes).
Donnons une série de problèmes du papyrus de Rhind qui utilisent la même technique et se présentent sous la forme : « une quantité et son $n^e$ vaut $p$. Quelle est cette quantité » ? La technique de résolution est toujours en trois étapes, que nous pouvons dans nos notations, décrire ainsi.

- Opérer avec $n$, faire le $n^e$, obtenir le total $n + 1$.
- Calculer avec $n + 1$ pour obtenir $p$. On obtient $q = \frac{p}{n+1}$
- Multiplier $q$ par $n$.

**Problème 24 :** « une quantité et son $7^e$ vaut $19$. Quelle est cette quantité » ?

- Opérer avec $7$, faire le $7^e$, total $8$.
- Calculer avec $8$ pour obtenir $19$. Cela fait $2\ \overline{4}\ \overline{8}$
- Multiplier $2\ \overline{4}\ \overline{8}$ par $7$. On obtient $16\ \overline{2}\ \overline{8}$

**Problème 25 :** « une quantité et son demi vaut $16$. Quelle est cette quantité » ?

– Opérer avec $2$, faire le demi, total $3$.
– Calculer avec $3$ pour obtenir $16$. Cela fait $5\ \overline{3}$
– Multiplier $5\ \overline{2}$ par $2$. On obtient $10\ \overline{\overline{3}}$

**Problème 27 :** « une quantité et son $5^e$ vaut $21$. Quelle est cette quantité » ?
– Opérer avec $5$, faire le $5^e$, total $6$.
– Calculer avec $6$ pour obtenir $21$. Cela fait $3\ \overline{2}$
– Multiplier $3\ \overline{2}$ par $5$. On obtient $17\ \overline{2}$

On trouve des problèmes plus compliqués dans la suite. Donnons l'exemple du problème 34 : « une quantité son demi et son quart vaut $10$. Quelle est cette quantité » ? La réponse trouvée est : $5\ \overline{2}\ \overline{7}\ \overline{14}$

Même si on trouve quelques extractions de racines pour des nombres bien choisis, les Égyptiens n'ont guère dépassé le stade des équations du premier degré, vu les obstacles très grands causés par des notations de nombres inadéquates. On peut remarquer que les calculs sur des équations du premier degré ne sont pas vraiment des problèmes concrets. Il y avait donc début de spéculation intellectuelle désintéressée.

# 6 Calcul de $\pi$

Le seul point sur lesquels les Égyptiens aient apporté par rapport aux Babyloniens est la découverte d'une valeur approchée de $\pi$ plus précise que la valeur 3 en usage chez les Babyloniens. Le calcul de l'aire du cercle se faisait à l'aide de la formule $(\frac{8}{9}d)^2$, $d$ étant le diamètre du cercle. Cela revient à donner à $\pi$ la valeur $4 \times (\frac{8}{9})^2 = 3{,}1605\cdots$, et représente une avancée remarquable.

La méthode de découverte ou de justification est la suivante en utilisant des notations modernes. Un cercle de diamètre $d$ est inscrit dans un carré de côté $d$ tangent au cercle en quatre points. Ce carré est partagé en 9 carrés égaux en partageant chaque côté en 3. Les carrés des coins sont divisés en deux suivant les diagonales et on enlève les quatre triangles des coins.

On approche donc le cercle avec un octogone d'aire les $\frac{7}{9}$ de l'aire du carré. La valeur $\frac{7}{9} = \frac{63}{81}$ est approchée par $(\frac{8}{9})^2 = \frac{64}{81}$, ce qui donne le résultat indiqué plus haut, $(\frac{8}{9}d)^2$. Bien entendu, les Égyptiens ne donnent pas le calcul sous cette forme. Ils retranchent à $d$, son neuvième, puis élèvent au carré le résultat obtenu.

# 7 Conclusion

Si nous voulons esquisser le développement des conceptions des Égyptiens sur les nombres, nous pouvons d'abord remarquer que les Égyptiens, comme d'autres peuples, ont disposé d'entiers en nombre limité.

Le caractère dominant du système de calcul des Égyptiens est qu'il repose entièrement sur l'addition. La multiplication égyptienne est un calcul écrit qui ne peut précéder la notation écrite des nombres. L'inverse de la multiplication, la division nécessite le développement des calculs avec les fractions et l'établissement de tables de relations entre fractions. Cela a occupé une grande partie du temps. On voit apparaître, avec la nécessité de reconnaître si deux sommes de fractions unitaires sont égales, un développement avec les auxiliaires rouges qui pouvait conduire à un élargissement vers la conception des nombres rationnels ; mais ce pas ne fut pas franchi. Cela permet de réfléchir au lien entre les notations et l'avancée dans les techniques de calcul. L'essentiel de l'énergie fut absorbée par des calculs et des techniques sans avenir réel. Cela montre bien que le développement des sciences n'est pas linéaire.

Certains sur la foi des Grecs, ont supposé une science égyptienne plus avancée dont nous aurions perdu les traces. Plus nous connaissons les sciences babylonienne et grecque, moins cette hypothèse semble plausible. Dans tous les domaines, la science babylonienne était plus avancée que celle des Égyptiens et les sources des mathématiques grecques étaient principalement chez ceux-ci.

# 8 Documentation

## sites web

$http : //www.egypteeternelle.net/index_a.htm$
$http : //www.thebritishmuseum.ac.uk/egyptian/ea/gall/rosetta.html$
$http : //www.bnf.fr/web - bnf/pedagos/dossiecr/in - hiero.htm$
$http : //www-history.mcs.st-and.ac.uk/history/Indexes/Egyptians.html$
$http : //www.saxakali.com/COLOR_ASP/historymaf2.htm$
$http : //www.beaumont.clara.net/egypt/index.htm$
$http : //www.unites.uqam.ca/egypte2/newtxt/grimal01.htm$
$http : //www.ankhonline.com/sciences3.htm$
$http : //www.jura.ch/lcp/cours/nb/liens/hgen/antiq.html$

**L'aventure des écritures** Exposition de la Bibliothèque Nationale de France sur le WEB sur le site de la BNF, CD-Rom « Tous les savoirs du monde, l'aventure des encyclopédies de Sumer au vingt et unième siècle », une vidéo de Pierre Dumayet et Robert Bober sur « La naissance des écritures », une brochure diffusée gratuitement et un livre, intitulé « La naissance des écritures ».

**Bonfante et alii** *La naissance des écritures, du cunéiforme à l'alphabet* Editions du Seuil, 1994.

### 8.0.1 Documentation générale

**Dewachter,** *Champollion, un scribe pour l'Égypte,* Découvertes Gallimard.
**Vercoutter,** *À la recherche de l'Égypte oubliée,* Découvertes Gallimard.
**Lacouture,** *Champollion, une vie de lumières,* Grasset.

### 8.0.2 Les nombres en Égypte

L'IREM de Toulouse a produit un film vidéo *Les comptes de Bastet* sur les mathématiques égyptiennes.

**Cajori,** *A history of mathematical notations,* 2 tomes, The Open Court Publishing Company, Chicago, London, 1928.
**Caveing,** *Essai sur le savoir mathématique dans la mésopotamie et l'Égypte ancienne,* PUL.
**Fargeot,** *De la pente des pyramides,* IREM de Toulouse.
**Gillings,** *Mathematics in the time of pharaons,* The MIT Press, London, 1972.
**Guillemot,** *Les problèmes 24 à 29 du papyrus de Rhind,* Actes de l'université d'été Inter IREM d'histoire des mathématiques, 1984.
**Guillemot,** *De l'arithmétique égyptienne à l'arithmétique arabo-islamique,* Colloque maghrébin sur l'histoire des Mathématiques arabes, Tunis, 1988.
**Guillemot,** *à propos de la géométrie égyptienne des figures,* Colloque sur la géométrie des figures à travers les âges, Oran, 1989.
**Guillemot,** *L'énigme de la mesure de l'aire d'un disque par les anciens égyptiens,* IREM de Toulouse.
**Katz,** *Egyptian mathematics,* Actes du Colloque de Braga 1996 (portugal), Historia e Educaçäo Matemática.
**Keller,** *L'algèbre et le calcul en Égypte antique,* IREM de Lyon.
**Kline,** *Mathematical throught from ancient to modern times,* Oxford University Press, New York, 1972.
**Kline,** *Mathématiques : la fin des certitudes,* Christian Bourgois.
**Neugebauer,** *The exact sciences in Antiquity,* Dover, 1957.
**Pichot,** *La naissance de la science 1. Mésopotamie, Égypte,* Folio Essais.
**Serres,** *Éléments d'histoire des Sciences,* Bordas, 1989. **Ritter** : *Chacun sa vérité : les mathématiques en Égypte et en Mésopotamie.*
**Van der Waerden,** *Science awakening, Egyptian, Babylonian and Greek Mathematics,* Science Editions, 1963, John Wiley, New York.