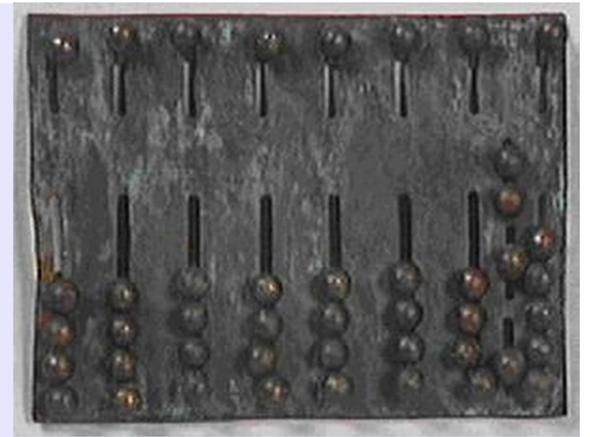


Mathématiques avec des cailloux



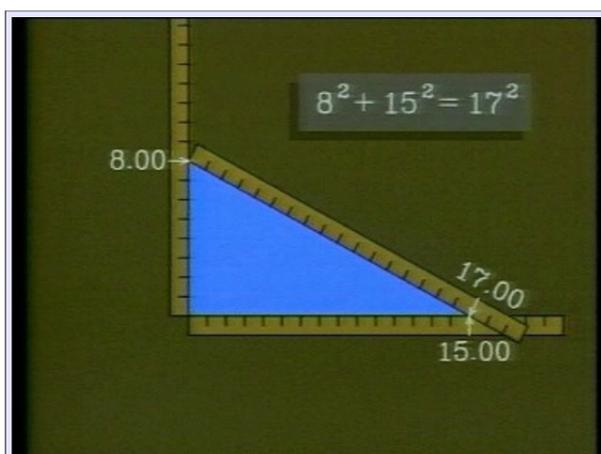
De tout temps, les hommes ont utilisé des cailloux pour compter ou pour calculer comme avec cette abaque.



En Grèce, les pythagoriciens ont utilisé des cailloux pour représenter les nombres et les classer suivant des formes géométriques, appelées nombres polygonaux. On peut trouver à l'aide de ces figures des propriétés intéressantes.

<p>triangles</p> <p>somme des entiers $1+2+3+4+5+\dots$</p>	<p>carrés</p> <p>2^2 3^2 4^2 5^2</p>	<p>rectangles</p> <p>2×3 3×4 4×5</p>
<p>Somme de deux nombres triangulaires</p> <p>$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$</p>	<p>Le carré d'un nombre pair est divisible par 4</p>	<p>Le carré d'un nombre impair diminué de 1 est divisible par 8</p>

Les triplets pythagoriciens



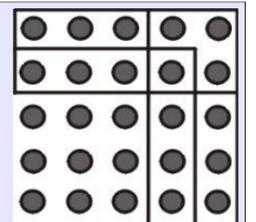
Pythagore a découvert deux formules donnant des triplets pythagoriciens :

pour N impair $N, (N^2-1)/2, (N^2+1)/2$

pour N pair $N, (N/2)^2-1, (N/2)^2+1$

Pythagore a sans doute trouvé ces formules en posant que le gnomon des figures ci-contre était un carré N^2

Pour passer du carré de côté n à celui de côté n+1, on ajoute une sorte d'équerre appelée gnomon qui vaut $2n+1$.



Pour passer du carré de côté n à celui de côté n+2, on ajoute une sorte d'équerre appelée gnomon qui vaut $4n+4$



Cette tablette d'argile babylonienne écrite plus de mille ans avant Pythagore contient quinze triplets pythagoriciens : exemple sur ses 4 premières lignes :

119	120	169
3367	3456	4825
4601	4800	6649
12709	13500	18541

Les Babyloniens disposaient plus de mille ans avant Pythagore d'un algorithme.

Il n'a pas été possible de retrouver la formule générale qui a servi à établir cette tablette ; différentes hypothèses ont été avancées sans qu'il soit possible de trancher avec certitude. On sait que les Grecs très tardivement et les Arabes connaissaient une telle formule :

$x = 2pq, y = p^2 - q^2, z = p^2 + q^2$
avec p et q entiers, pour des nombres x, y, z premiers entre eux, et les multiples de ces triplets par un même entier.