Les rapports sont-ils des nombres?

Tout comme les questions d'infini, et pour les mêmes raisons, les controverses entre les mathématiciens sur cette question furent nombreuses du 16 ième au 18 ième siècle. En voici un exemple :

Vrai	Faux
Stevin, dans *Arithmétique universelle* en 1585, défend une série de thèses : • « que l'unité est nombre, • que nombres quelconques peuvent être nombres carrés, cubiques, de quatre quantités, etc..., • qu'une racine quelconque est nombre, • qu'il n'y a aucuns nombres absurdes, irrationnels, inexplicables, ou sourds. »	Arnauld-Nicole dans La logique ou l'art de penser (1662), « Le même Stevin est plein de semblables disputes sur les définitions des mots comme quand il s'échauffe pour prouver que le nombre n'est point une quantité discrète; que la proportion des nombres est toujours arithmétique et non géométrique; que toute racine, de quelque nombre que ce soit, est un nombre. Ce qui fait voir qu'il n'a point compris proprement ce qu'était une définition de mot ...

Réponse positive claire de Newton
Newton dans l'Arithmétique universelle, en 1707 : *« On entend par nombre, moins une collection de plusieurs unités, qu'un rapport abstrait d'un quantité quelconque à une autre de même espèce, qu'on regarde comme l'unité. Le nombre est de trois espèces, l'entier, le fractionnaire et le sourd. L'entier est mesuré par l'unité; le fractionnaire par un sous-multiple de l'unité ; le sourd est incommensurable avec l'unité ».*

Dans l'Encyclopédie D'Alembert est très ambigü. Sa réponse reflète l'état de l'opinion des mathématiciens dans la seconde moitié du 18ième siècle

*NOMBRE, se dit vulgairement dans l'arithmétique, d'une collection ou assemblage d'unités ou de choses de même espèce. ....**Les nombres commensurables sont proprement les seuls et vrais nombres.** En effet, tout nombre renferme l'idée d'un rapport... et tout rapport réel entre deux quantités suppose une partie aliquote qui leur soit commune... **V2 n'est point un nombre proprement dit, c'est une quantité qui n'existe point, et qu'il est impossible de trouver. …** Cette facilité qu'on a de représenter les rapports incommensurables non par des nombres exacts, mais par des nombres qui en approchent aussi près qu'on voudra sans jamais exprimer rigoureusement ces rapports, est cause que les mathématiciens aient étendu la dénomination de nombres aux rapports incommensurables, quoiqu'elle ne leur appartienne qu'improprement, puisque les mots «nombre » et «nombrer » supposent une dénomination exacte et précise dont ces sortes de rapports ne sont pas susceptibles. **Aussi n'y a-t-il à proprement parler que deux sortes de nombres, les nombres entiers et les nombres rompus ou fractions... »***

L'abandon du point de vue grec sur les rapports et leur numérisation a été un processus lent et controversé. Notre notion de nombre ne s'est imposée qu'à la fin du 18ième siècle