Irrationalité et processus infinis chez les grecs

La découverte de l'irrationalité chez les Pythagoriciens à propos de la diagonale et du carré pose une question fondamentale :

Si le rapport de deux longueurs ne peut pas se ramener au rapport de deux entiers, comment définir un tel rapport ?

Une première réponse a été de le définir par la suite des quotients entiers de l'*algorithme d'Euclide*, (alors appelé *algorithme d'antiphérèse)*, ou algorithme de soustraction réciproque.

- Si les deux grandeurs sont commensurables, la suite des quotients entiers est finie.
- Si les deux grandeurs sont incommensurables, cette suite est infinie.

Dès l'origine, **la notion d'irrationalité est associée à celle de processus infini**.
Une théorie géométrique des rapports est exposée dans les Éléments d'Euclide. La mesure relève donc de la géométrie.

Les nombres pour les grecs sont les nombres entiers et les fractions.

Pour les grecs, un rapport n'est pas un nombre.

On peut faire un rapport entre objets géométriques de même nature : deux lignes, deux surfaces, deux volumes, deux angles. *(Une condition : en multipliant l'un des objets par un entier, on peut dépasser l'autre).*

On peut dire qu'on ne fait pas d'opération sur les rapports de grandeurs.
On compare des rapports, en établissant des égalités ou des inégalités de rapports entre objets géométriques.

Problème légué par les grecs à leurs successeurs:

Quelle est la nature de ces rapports géométriques,

qu'on peut encadrer par des nombres,

approcher autant qu'on veut par des nombres ?