

## PÁGINA 213

## ■ EJERCICIOS DE LA UNIDAD

## Operaciones con ángulos y tiempos

1 ▲▲▲ Efectúa las siguientes operaciones:

a)  $27^\circ 31' 15'' + 43^\circ 42' 57''$

b)  $163^\circ 15' 43'' - 96^\circ 37' 51''$

c)  $(37^\circ 42' 19'') \times 4$

d)  $(143^\circ 11' 56'') : 11$

a)  $27^\circ 31' 15''$

$+ 43^\circ 42' 57''$

$$\hline 70^\circ 73' 72'' \rightarrow \boxed{71^\circ 14' 12''}$$

b)  $163^\circ 15' 43''$        $162^\circ 74' 103''$

$- 96^\circ 37' 51'' \rightarrow - 96^\circ 37' 51''$

$$\hline \boxed{66^\circ 37' 52''}$$

c)  $37^\circ \times 4 = 148^\circ$

$42' \times 4 = 168' = 2^\circ 48'$

$19'' \times 4 = 76'' = 1' 16''$

$$\left. \begin{array}{l} 37^\circ \times 4 = 148^\circ \\ 42' \times 4 = 168' = 2^\circ 48' \\ 19'' \times 4 = 76'' = 1' 16'' \end{array} \right\} \rightarrow (37^\circ 42' 19'') \times 4 = \boxed{150^\circ 49' 16''}$$

d)  $143^\circ 11' 56'' \quad \left| \begin{array}{l} 11 \\ \hline \end{array} \right.$

$033 \quad 00 \quad 01'' \quad 13^\circ 1' 5''$

$00$

$$\text{Solución: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Cociente} \rightarrow 13^\circ 1' 5'' \\ \text{Resto} \rightarrow 1'' \end{array} \right.$$

2 ▲▲▲ En el ángulo  $\hat{A} = 80^\circ 42' 56''$ , trazamos su bisectriz. ¿Cuánto mide cada ángulo resultante?

Cada uno mide:  $80^\circ 42' 56'' \quad \left| \begin{array}{l} 2 \\ \hline \end{array} \right.$

$00 \quad 00 \quad 00 \quad 40^\circ 21' 28''$

3 ▲▲▲ Halla el cuarto ángulo de un cuadrilátero sabiendo que los otros tres miden:

$$\hat{A} = 47^\circ 11' 15'', \quad \hat{B} = 96^\circ 51' 33'', \quad \hat{C} = 68^\circ 3''$$

$$\hat{D} = 360^\circ - (47^\circ 11' 15'' + 96^\circ 51' 33'' + 68^\circ 3'') = 147^\circ 57' 9''$$

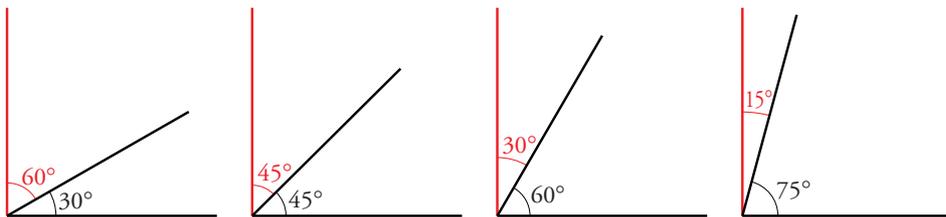
- 4 ▲▲▲ Halla en grados, minutos y segundos el ángulo interior de un heptágono regular.

El ángulo interior de un heptágono regular mide:

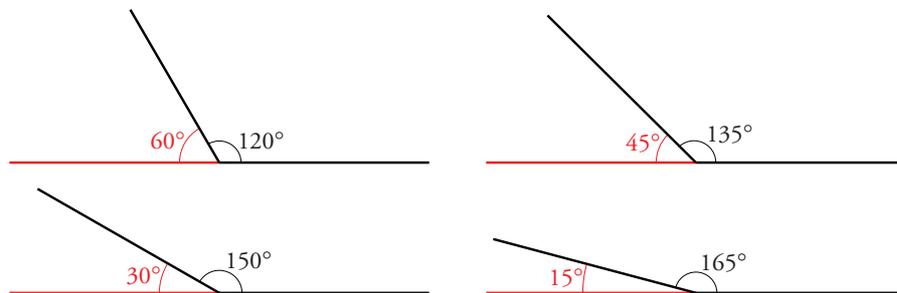
$$\frac{(7-2) \cdot 180^\circ}{7} = 128^\circ 34' 17''$$

### Construcciones

- 5 ▲▲▲ Traza, con el transportador, los ángulos de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $75^\circ$ . Construye sus complementarios y calcula sus medidas.

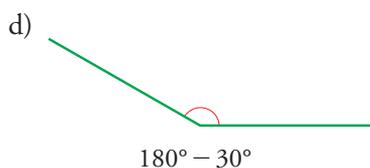
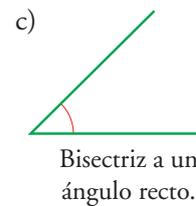
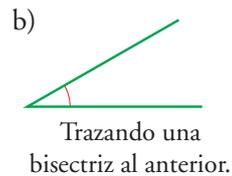
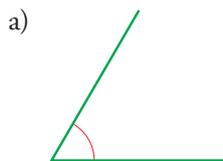


- 6 ▲▲▲ Traza con el transportador los ángulos de  $120^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $150^\circ$  y  $165^\circ$ . Construye sus suplementarios y calcula sus medidas.



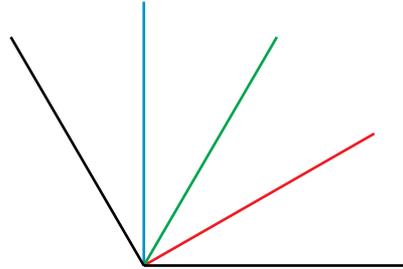
- 7 ▲▲▲ Utilizando exclusivamente el lápiz, la regla y el compás, dibuja los siguientes ángulos:

- a)  $60^\circ$     b)  $30^\circ$     c)  $45^\circ$     d)  $150^\circ$     e)  $75^\circ$



- 8 ▲▲▲ Dibuja un ángulo de  $120^\circ$ . Traza tres rectas de forma que dividan al ángulo en cuatro partes iguales.

$$120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$$

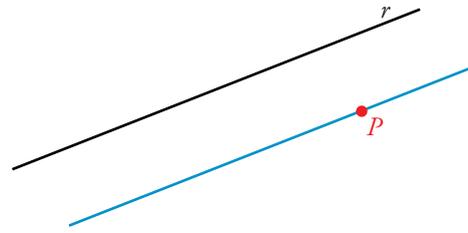


Primero se traza la bisectriz del ángulo de  $120^\circ$  (verde) y luego las dos bisectrices de los ángulos de  $60^\circ$  (azul y rojo).

- 9 ▲▲▲ Dibuja en tu cuaderno una recta  $r$  y un punto  $P$  exterior a ella. ¿Cuántas rectas paralelas a  $r$  que pasen por  $P$  puedes trazar?

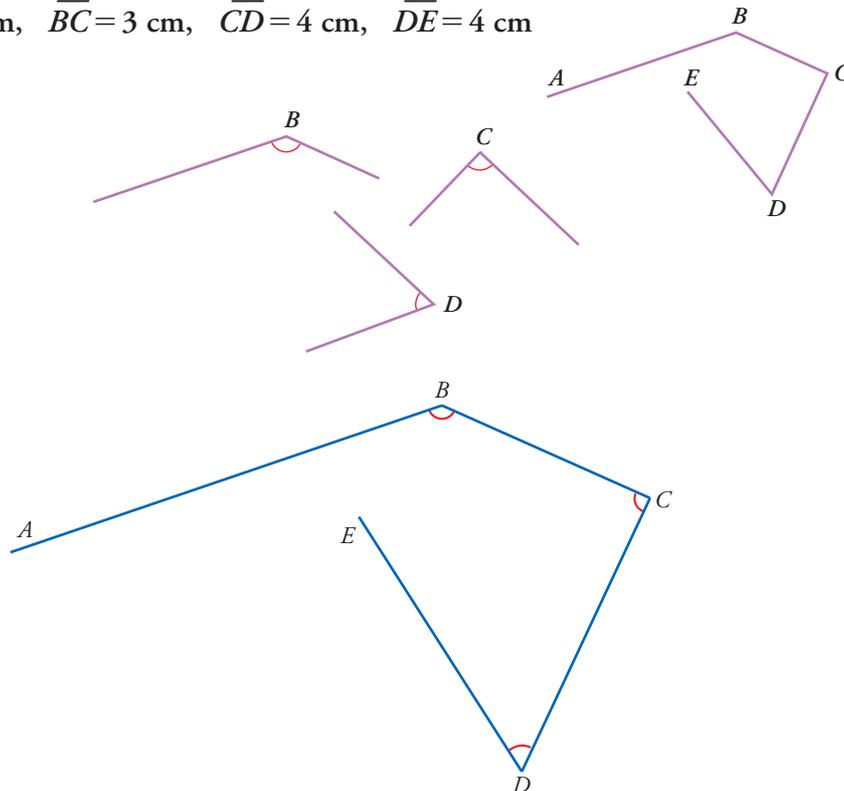
Haz los trazados con regla y escuadra.

Solo puede trazarse una recta paralela.

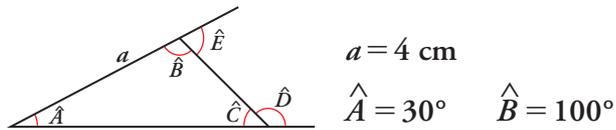


- 10 ▲▲▲ Dibuja en tu cuaderno un itinerario como este con las siguientes medidas:

$$\overline{AB} = 6 \text{ cm}, \quad \overline{BC} = 3 \text{ cm}, \quad \overline{CD} = 4 \text{ cm}, \quad \overline{DE} = 4 \text{ cm}$$



11  $\triangle\triangle\triangle$  Construye un triángulo como este con las siguientes medidas:



Halla los ángulos  $\hat{D}$  y  $\hat{E}$ . ¿Cómo son los ángulos  $\hat{B}$  y  $\hat{E}$ ? ¿Y  $\hat{D}$  y  $\hat{C}$ ?

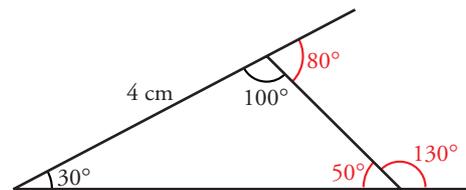
$$\hat{C} = 180^\circ - (30^\circ + 100^\circ) = 50^\circ$$

$$\hat{D} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\hat{E} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

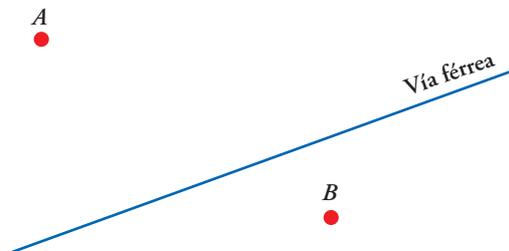
$\hat{B}$  y  $\hat{E}$  son suplementarios  
(y adyacentes).

$\hat{D}$  y  $\hat{C}$  son suplementarios (y adyacentes).



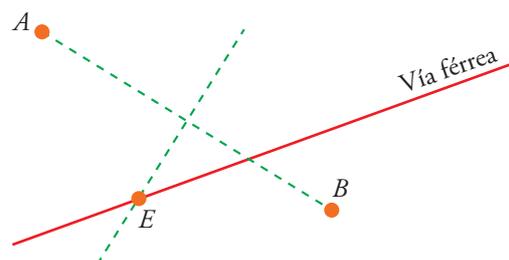
12  $\triangle\triangle\triangle$  Responde a las siguientes preguntas:

- ¿Qué propiedad tiene cada punto de la mediatriz de un segmento?
- ¿En qué punto de la vía férrea hay que situar una estación de modo que se encuentre a la misma distancia de los pueblos  $A$  y  $B$ ?



Copia en tu cuaderno el dibujo y resuélvelo gráficamente.

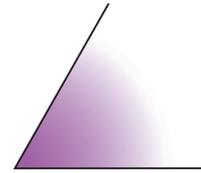
- Que equidista de cada uno de los dos extremos del segmento.
- La estación  $E$  hay que situarla en el punto en que la mediatriz de  $AB$  corta a la vía férrea. De ese modo, equidista de  $A$  y de  $B$ .



## PÁGINA 214

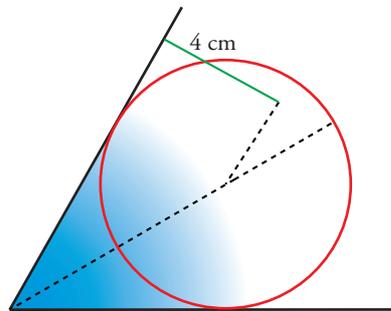
13 ▲▲▲ Contesta y construye:

- a) ¿Qué propiedad tiene cada punto de la bisectriz de un ángulo?  
 b) Copia en tu cuaderno un ángulo como este, alargando sus lados varios centímetros. Sitúa una circunferencia de 4 cm de radio, que sea tangente a los dos lados del ángulo (es decir, que la circunferencia toque en un solo punto a cada lado del ángulo).



a) Que equidista de los lados del ángulo.

b)

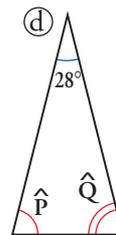
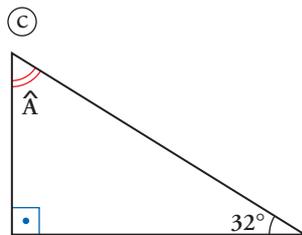
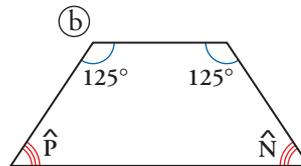
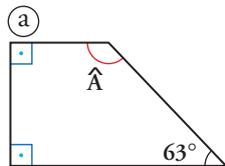


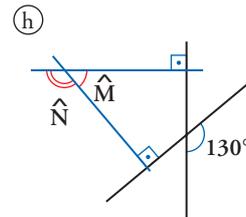
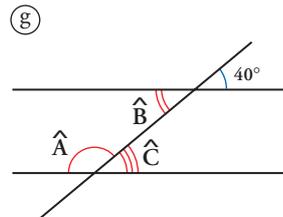
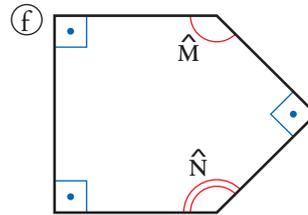
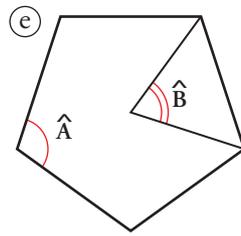
(No construido a su tamaño.)

Trazamos un segmento de 4 cm perpendicular a un lado. Por su extremo trazamos una paralela a este, hasta que corte a la bisectriz. Ahí está el centro de la circunferencia buscada.

## Relaciones angulares

14 ▲▲▲ Calcula el valor del ángulo o de los ángulos que se piden en cada figura:

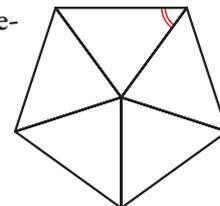




- a)  $\hat{A} = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$
- b)  $\hat{P} = \hat{N} = \frac{360^\circ - (125^\circ + 125^\circ)}{2} = 55^\circ$
- c)  $\hat{A} = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$
- d)  $\hat{P} = \hat{Q} = \frac{180^\circ - 28^\circ}{2} = 76^\circ$
- e)  $\hat{A} = \frac{180^\circ \cdot 3}{5} = 108^\circ$ ;  $\hat{B} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$
- f)  $\hat{M} = \hat{N} = \frac{180^\circ \cdot 3 - 90^\circ \cdot 3}{2} = 135^\circ$
- g)  $\hat{B} = \hat{C} = 40^\circ$ ;  $\hat{A} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$
- h)  $\hat{N} = 130^\circ$ ;  $\hat{M} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

15 **▲▲▲** Averigua cuánto mide el ángulo de un pentágono regular contestando a las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuánto mide el ángulo central?
- b) Por tanto, ¿cuánto mide el ángulo señalado en rojo?
- c) Por tanto, ¿cuánto mide el ángulo del pentágono?



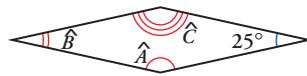
a) Ángulo central =  $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

$$\text{b) } \hat{\text{Angulo}} \text{ señalado} = \frac{180^\circ - 72^\circ}{2} = 54^\circ$$

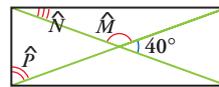
$$\text{c) } \hat{\text{Angulo}} \text{ del pentágono} = 54^\circ \cdot 2 = 108^\circ$$

16 ▲▲▲ Calcula el valor del ángulo o de los ángulos que se piden en cada figura:

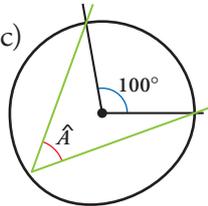
a)



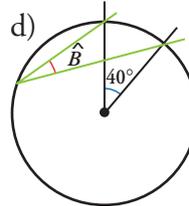
b)



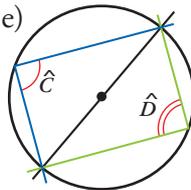
c)



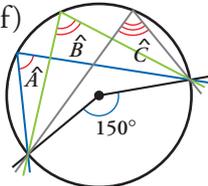
d)



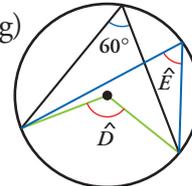
e)



f)



g)



$$\text{a) } \hat{B} = 25^\circ; \hat{A} = \hat{C} = 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$$

$$\text{b) } \hat{M} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ; \hat{N} = \frac{180^\circ - 140^\circ}{2} = 20^\circ; \hat{P} = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

$$\text{c) } \hat{A} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

$$\text{d) } \hat{B} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$$

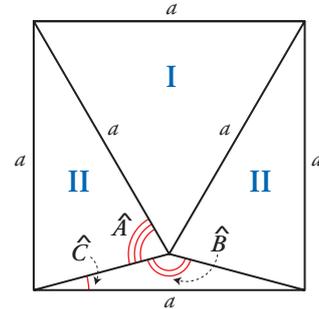
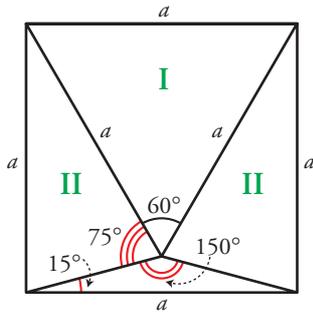
$$\text{e) } \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$$

$$\text{f) } \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 150^\circ : 2 = 75^\circ$$

$$\text{g) } \hat{E} = 60^\circ; \hat{D} = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$$

17 **▲▲▲** El triángulo I es equilátero. Los triángulos II son isósceles.

Halla la medida de los ángulos  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  y  $\hat{C}$ .



$$\hat{A} = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$$

$$\hat{B} = 360^\circ - (60^\circ + 75^\circ \cdot 2) = 150^\circ$$

$$\hat{C} = (180^\circ - 150^\circ) : 2 = 15^\circ$$

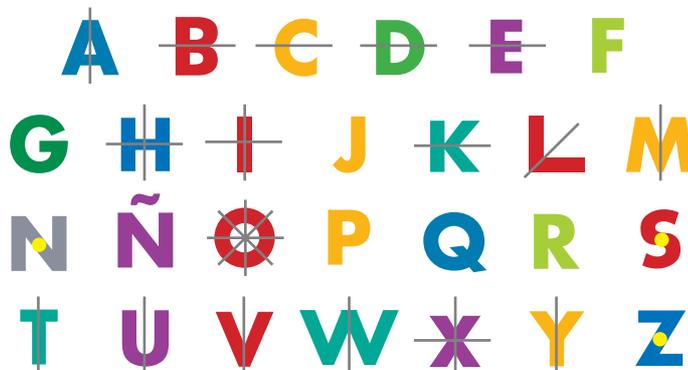
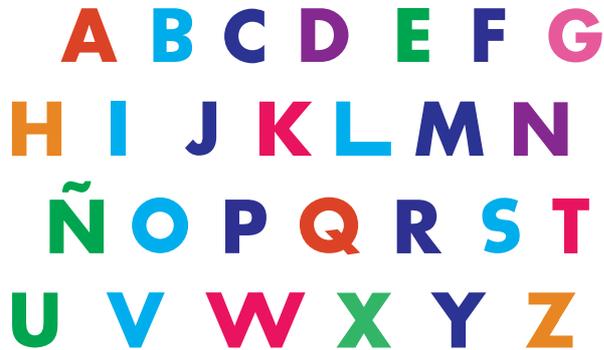
## PÁGINA 215

### Simetrías

18 **▲▲▲** Observa las letras del abecedario:

Di cuáles no tienen ejes de simetría (hay 10), cuáles tienen un eje de simetría (hay 13), cuáles tienen dos (hay 3) y cuál tiene infinitos ejes de simetría.

Dibuja cada una de ellas en tu cuaderno señalando los ejes que tenga.



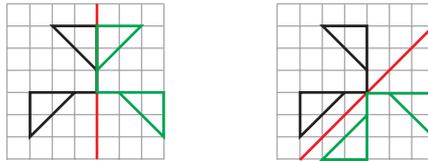
No tienen eje de simetría: F, G, J, N, Ñ, P, Q, R, S, Z.

Tienen un eje de simetría: A, B, C, D, E, K, L (inclinado), M, T, U, V, W, Y.

Tienen dos ejes de simetría: H, I, X. La O tiene infinitos.

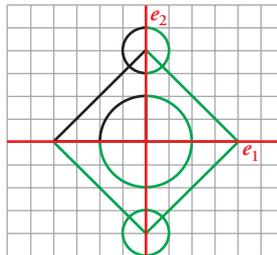
Son simétricas respecto a un punto, además de H, I, X, O, las siguientes: N, S, Z.

- 19    Completa en tu cuaderno cada figura para que sea simétrica respecto al eje señalado:



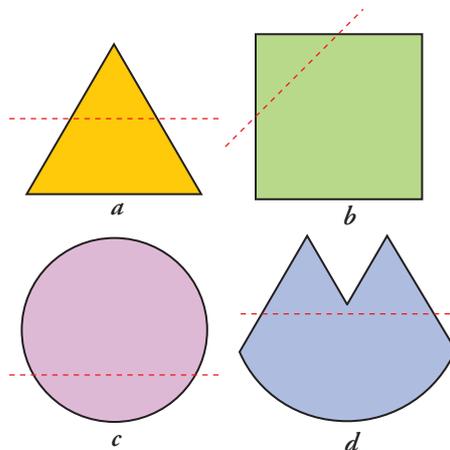
- 20 Completa la siguiente figura para que tenga los dos ejes de simetría que se indican:

Comprueba el resultado con un espejo.



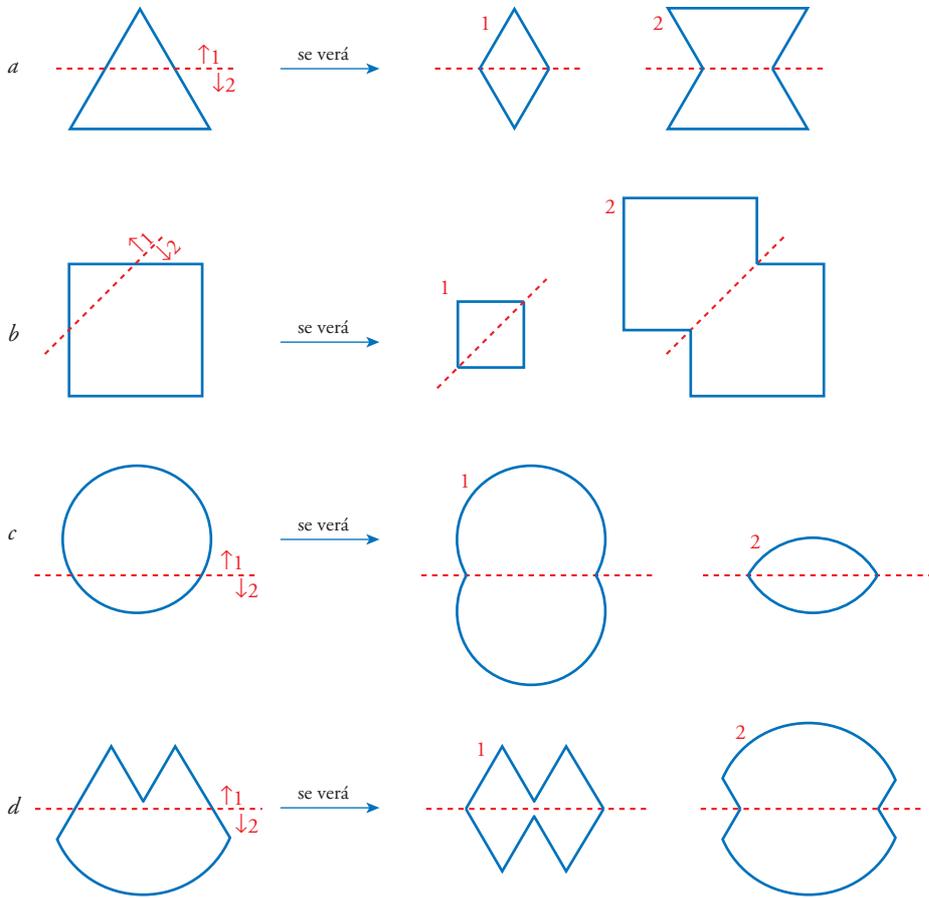
**■ PROBLEMAS DE ESTRATEGIA**

- 21 Imagina que pones un espejo sobre la línea de puntos de las siguientes figuras:

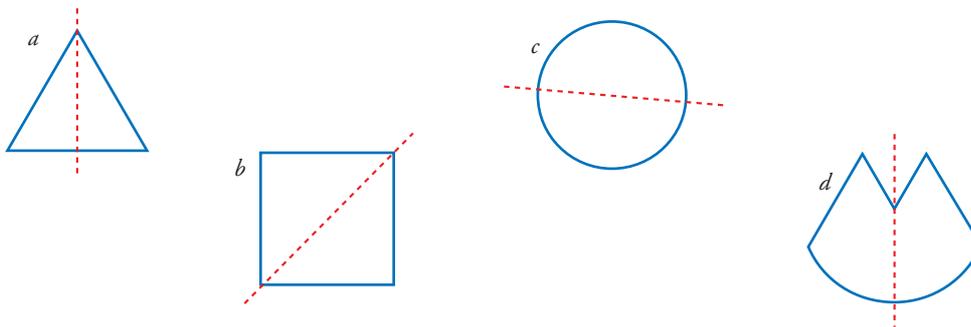


Dibuja en tu cuaderno lo que crees que se verá mirando por cada una de sus dos caras.

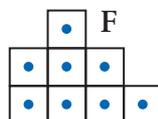
¿Cómo hay que situar el espejo en cada figura para que se vea lo mismo por las dos caras?

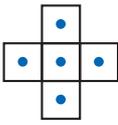


Para que se vea lo mismo por las dos caras hay que situar los espejos así:



22 Vamos a obtener figuras mirando un trozo de esta figura F con un espejo:



Por ejemplo, para obtener esta  hemos de situar el espejo así:



Pero ¡atención!, no tenemos un espejo a mano. Tienes que imaginártelo. Indica cómo hay que situar el espejo sobre F para visualizar cada una de las siguientes figuras:

