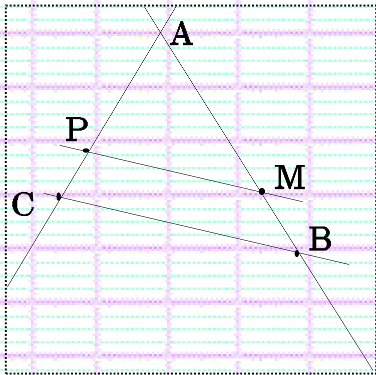
THEME 8

THEOREME DE THALES

EXERCICES CORRIGES

Exercice 1 :

On sait que les droites (BC) et (MP) sont parallèles De plus, on a :
AP = 4   AM = 5 et AC = 6 .
Calculer AB.



Correction :

Dans les triangles ACB et APM

- $P \in [AC]$
- $M \in [AB]$
- Les droites (PM) et (BC) sont parallèles (hypothèse)

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AP} = \frac{BC}{PM}$$

Soit $$\frac{AB}{5} = \frac{6}{4} = \frac{BC}{PM}$$

Calcul de AB :

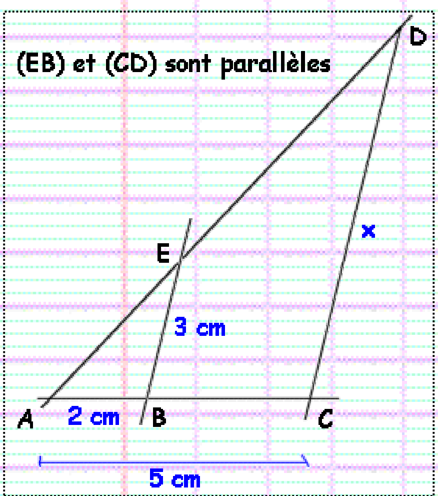
$$\frac{AB}{5} = \frac{6}{4}$$

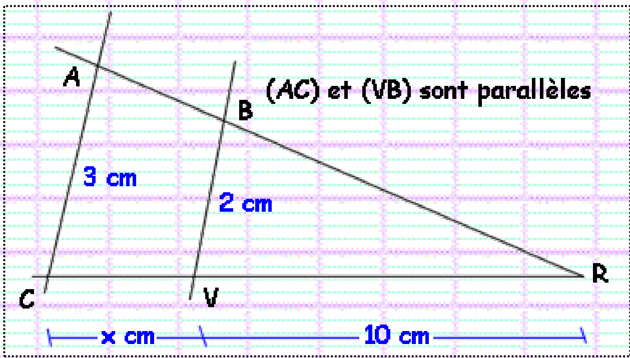
Donc $$AB = \frac{5 \times 6}{4} = \frac{5 \times 3 \times \cancel{2}}{2 \times \cancel{2}} = \frac{15}{2} = 7{,}5$$

$\boxed{AB = 7{,}5}$

Exercice 2 :

Dans les deux cas suivants, déterminer la longueur x .





Correction :

Dessin situé à gauche

Dans les triangles ACD et ABE

- $B \in [AC]$
- $E \in [AD]$
- Les droites (BE) et (CD) sont parallèles (hypothèse)

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{BE}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{AD}{AE} = \frac{x}{3}$$

Calcul de x (c'est à dire CD) :

$$\frac{5}{2} = \frac{x}{3}$$

Donc $\frac{5 \times 3}{2} = x$ soit $x = \frac{15}{2} = 7{,}5$

$$\boxed{x = 7{,}5}$$

Dessin situé à droite

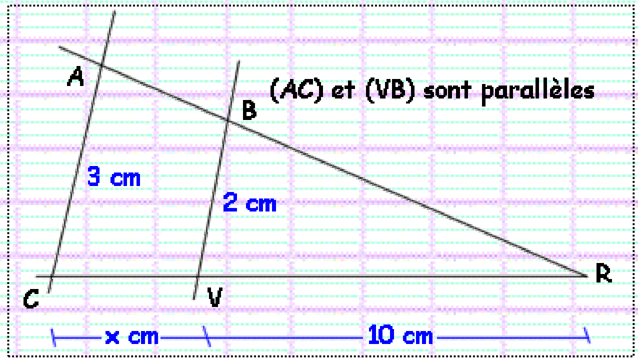
Dans les triangles RCA et RVB

- $B \in [RA]$
- $V \in [RC]$
- Les droites (AC) et (BV) sont parallèles (hypothèse)

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{RC}{RV} = \frac{RA}{RB} = \frac{CA}{VB}$$

Soit $\frac{RC}{10} = \frac{RA}{RB} = \frac{3}{2}$



Calcul de RC :

Nous avons :

$$\frac{RC}{10} = \frac{3}{2}$$

Soit $RC = \frac{10 \times 3}{2} = \frac{\cancel{2} \times 5 \times 3}{\cancel{2}} = 15$

Calcul de x :

$CV = RC - RV = 15 - 10 = 5$

$$\boxed{x = 5}$$

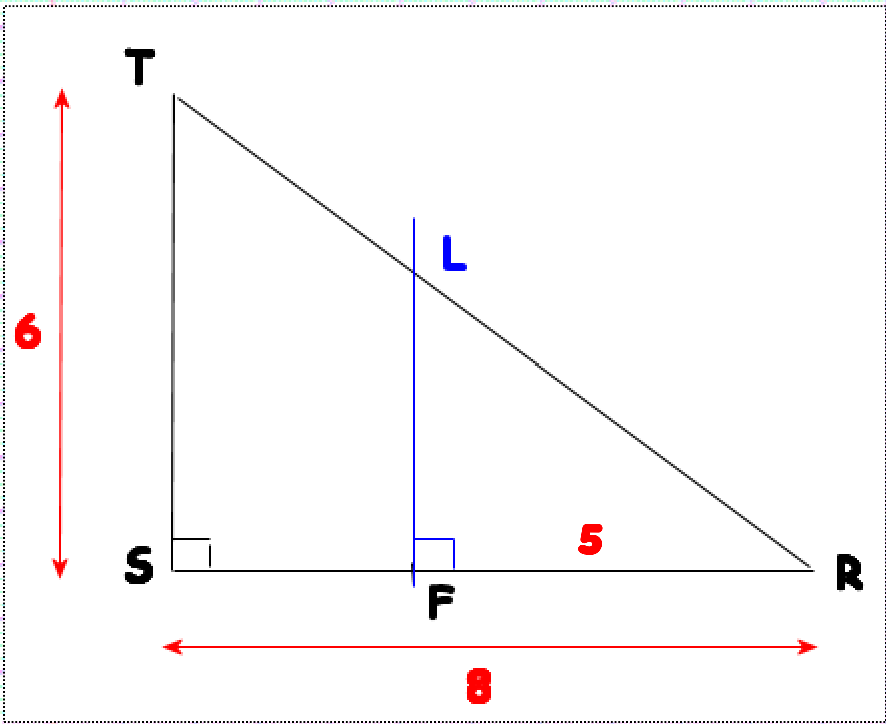
Exercice 3 :

RST est un triangle rectangle en S tel que RS = 8 cm et ST = 6 cm .
F est le point de [RS] tel que RF = 5 cm.
La droite perpendiculaire à la droite (RS) passant par F coupe [RT] en L.

a)Faire un dessin.
b)Calculer LF.

Correction :

a)Dessin :



<u>b)Calcul de LF :</u>

(ST) est perpendiculaire à (SR)   (le triangle SRT est rectangle en S)
(FL) est perpendiculaire à (SR) (hypothèse)
donc (ST) et (LF) sont parallèles

Propriété :
Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors ces deux droites sont parallèles.

Dans les triangles RST et RFL

- $F \in [RS]$
- $L \in [RT]$
- Les droites (ST) et (LF) sont parallèles (démonstration précédente)

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{RF}{RS} = \frac{RL}{RT} = \frac{FL}{ST}$$

Soit $$\frac{5}{8} = \frac{RL}{RT} = \frac{FL}{6}$$

Calcul de FL :

$$\frac{5}{8} = \frac{FL}{6}$$

$$\frac{5 \times 6}{8} = FL$$

$$FL = \frac{5 \times \cancel{2} \times 3}{\cancel{2} \times 4} = \frac{5 \times 3}{4} = \frac{15}{4} = 3{,}75$$

$$\boxed{FL = \frac{15}{4} = 3{,}75}$$

Exercice 4 :

Un arbre poussant verticalement sur le flanc d'une colline a été cassé en R par la foudre. Sa pointe touche le sol à 12 m du pied. Un bâton ST est placé verticalement.

Quelle était la hauteur totale (AR + RE) de l'arbre sachant que :

ST = 2m   ,   ES = 4 m et   ET = 5 m

<u>Correction :</u>

Dans les triangles ERA et ETS

- $S \in [EA]$
- $T \in [ER]$
- Les droites (ST) et (RA) sont parallèles (droites verticales)

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{EA}{ES} = \frac{ER}{ET} = \frac{AR}{ST}$$

$$\frac{12}{4} = \frac{ER}{5} = \frac{AR}{2}$$

▷ Calcul de ER :

$$\frac{12}{4} = \frac{ER}{5}$$

$$\frac{12 \times 5}{4} = ER \quad \text{et donc} \quad ER = = \frac{3 \times 4 \times 5}{4} = 15$$

▷ Calcul de AR :

$$\frac{12}{4} = \frac{AR}{2}$$

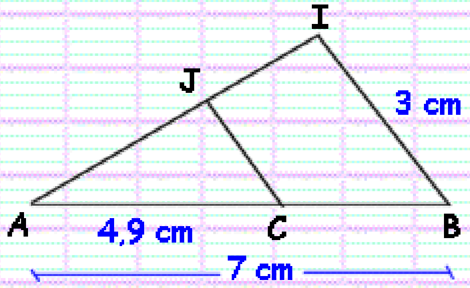
$$\frac{12 \times 2}{4} = AR \quad \text{et donc} \quad AR = \frac{3 \times 4 \times 2}{4} = 6$$

▷ Hauteur de l'arbre :

AR + RE = 6 + 15 = 21

$\boxed{\text{La hauteur de l'arbre était de 21 m}}$

Exercice 5 : Brevet des Collèges – Poitiers – 1997



Sur la figure ci-contre :

AB = 7 cm ; AC = 4,9 cm ; IB = 3 cm

Les droites (JC) et (IB) sont parallèles.

Démontrer que le triangle JCB est isocèle.

Correction :

▷ Calcul de CB :

CB = AB – AC = 7 – 4,9 = 2,1 (cm)

Dans les triangles ABI et ACJ

- $C \in [AB]$
- $J \in [AI]$
- Les droites (JC) et (IB) sont parallèles (hypothèse)

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AI}{AJ} = \frac{BI}{CJ}$$

Soit $$\frac{7}{4,9} = \frac{AI}{AJ} = \frac{3}{CJ}$$

▷ Calcul de CJ :

$$\frac{7}{4,9} = \frac{3}{CJ}$$

$7 \times CJ = 4,9 \times 3$ (produit en « croix »)

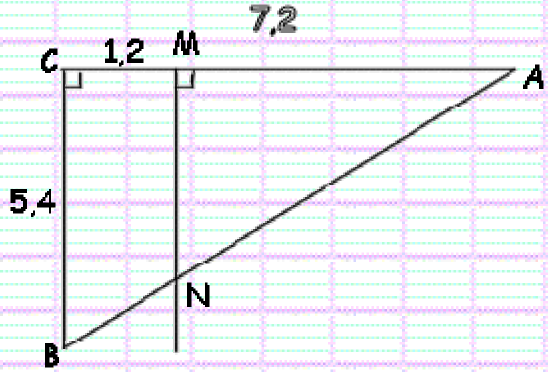
$$CJ = \frac{4,9 \times 3}{7} = \frac{7 \times 0,7 \times 3}{7} = 0,7 \times 3 = 2,1$$

CJ = 2,1 (cm)

▷ Nature du triangle JCB :

CB = CJ = 2,1 donc $\boxed{\text{le triangle JCB est isocèle en C}}$

Exercice 6 :



Soit ABC un triangle rectangle en C tel que AC = 7,2 cm et BC = 5,4 cm.

a)Calculer AB.

b)Soit M un point du segment [AC] tel que CM = 1,2 cm. Par ce point M, on trace la perpendiculaire à la droite (AC). Elle coupe la droite (AB) en N. Calculer MN .

Correction :

▷ Calcul de AB :

Dans le triangle ABC rectangle en C,

D'après le théorème de Pythagore, nous avons :

$AB^2 = BC^2 + CA^2$

$AB^2 = 5{,}4^2 + 7{,}2^2 = 29{,}16 + 51{,}84 = 81$

$AB = \sqrt{81} = 9$

$\boxed{AB = 9}$

▷ Calcul de MN :

(BC) est perpendiculaire à (AC) (le triangle ABC est rectangle en C)

(MN) est perpendiculaire à (AC) (hypothèse)

donc les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Dans les triangles ACB et AMN

- $M \in [AC]$
- $N \in [AB]$
- Les droites (BC) et (MN) sont parallèles (démonstration ci-dessus)

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{CB}$$

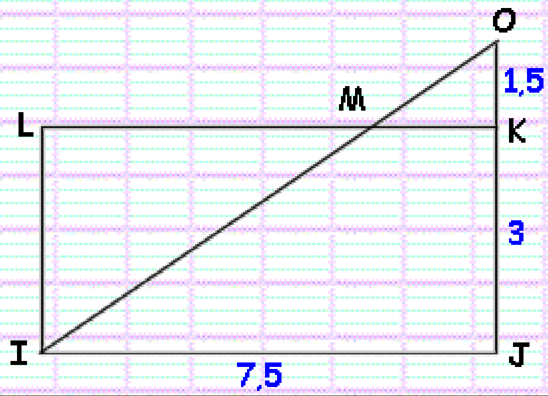
Soit $$\frac{7{,}2 - 1{,}2}{7{,}2} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{5{,}4}$$

$$\frac{6}{7{,}2} = \frac{MN}{5{,}4}$$

$$\frac{6 \times 5{,}4}{7{,}2} = MN \quad \text{donc} \quad MN = 4{,}5$$

$\boxed{MN = 4{,}5}$

Exercice 7 :



On considère la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur.

IJKL est un rectangle.

O, M, I sont alignés ainsi que O , K et J.

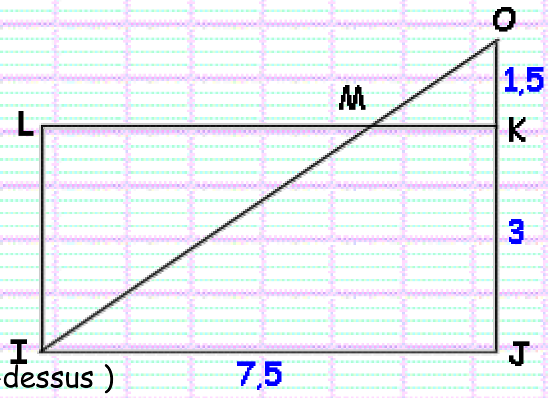
Les mesures en centimètres sont :

IJ = 7,5 ; KJ = 3 et OK = 1,5

Calculer les valeurs exactes de MK et de OI, puis l'arrondi de OI au millimètre près.

Correction :

IJKL est un rectangle.
donc les droites (LK) et (IJ) sont parallèles,
donc les droites (MK) et (IJ) sont parallèles.



▷ Calcul de MK :

Dans les triangles OIJ et OMK

- $M \in [OI]$
- $K \in [OJ]$
- Les droites (MK) et (IJ) sont parallèles (démonstration ci-dessus)

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{OM}{OI} = \frac{OK}{OJ} = \frac{MK}{IJ}$$

Soit $$\frac{OM}{OI} = \frac{1,5}{1,5+3} = \frac{MK}{7,5}$$

$$\frac{1,5}{4,5} = \frac{MK}{7,5}$$

$$\frac{1,5 \times 7,5}{4,5} = MK$$ et donc

$\boxed{MK = 2,5 \quad (cm)}$

▷ Calcul de OI :

IJKL est un rectangle, donc l'angle $I\hat{J}K$ est un angle droit
Donc le triangle IJO est un triangle rectangle en J

Dans le triangle IJO rectangle en J ;
D'après le théorème de Pythagore, nous avons :

$OI^2 = IJ^2 + JO^2$

$OI^2 = 7,5^2 + (3 + 1,5)^2 = 7,5^2 + 4,5^2 = 56,25 + 20,25 = 76,5$

$OI = \sqrt{76,5} \approx 8,7$ (cm) (arrondi au millimètre de 8,746)

$\boxed{OI \approx 8,7 (cm)}$