Logique Floue

I. Truck

Logique Floue : Plan général

- Introduction
- Sous-ensembles flous (SEF)
- Opérations sur SEF
- Relations floues, variables linguistiques, propositions floues
- Raisonnement flou
- Vers la Commande floue

Logique Floue : Bibliographie

- *La logique floue et ses applications*, B. Bouchon-Meunier, Addison Wesley éd., 1995
- *La logique floue*, B. Bouchon-Meunier, Que-sais-je? PUF.
- *The Fuzzy Future : From Society and Science to Heaven in a Chip*, Bart Kosko, Harmony Books.
- *An Introduction to Fuzzy Sets: Analysis and Design*, W. Pedrycz & F. Gomide, Mit Press éd.

Logique Floue : Introduction

- Historique
  - Née en 1965 (Lotfi Zadeh, Berkeley)
  - anecdote : créneau en voiture
  - pour Zadeh, simuler donc *modéliser le comportement humain* nécessite:
    - gestion des approximations
    - expérience
- **Logique** floue implique des règles pour obtenir des déductions.
- Ex de règle utilisée quotidiennement implicitement:
  - *si* feu rouge et *si* vitesse_véhicule élevée et *si* feu proche *alors* freinage fort

Logique Floue : Introduction

- Transposition de cette règle sans utiliser le flou:
  - *Si* feu rouge et *si* vitesse_véhicule dépasse 48,3 km/h et *si* feu est à moins de 55,7 mètres *alors* freiner avec une force de 28,9 newtons !!
- => LF formalise le monde en appréciant de façon approximative les *variables d'entrées* (faible, élevée, loin, proche...) et *de sorties* (freinage léger ou fort) et LF édicte un ensemble de règles permettant de déterminer les sorties en fonction des entrées.

Logique Floue : Introduction

- LF: raisonner avec des concepts vagues
- Cadre de la théorie des sous-ensembles flous...
- ... qui est une généralisation de la théorie des ensembles classiques
- LF, extension de la logique classique
  - LC : 2 degrés de vérité Vrai ou Faux
  - LF : plusieurs degrés de vérité
- Formalisation de la représentation et du traitement des connaissances imprécises, imparfaites…

Logique Floue : Introduction

- En théorie des ensembles classiques, un objet **appartient ou n'appartient pas à un ensemble**
  - Ex : U = ensemble des individus; A = ensemble des individus petits
    $A \cap \overline{A} = \varnothing$; $A \cup \overline{A} = U$
- En théorie des sous-ensembles flous, un objet **peut appartenir à un ensemble et en même temps à son complément**
  - Ex: un individu de 1,66 m peut être considéré à la fois comme grand et petit

Logique Floue : Introduction

- Différence ensembles classiques / ensembles flous
  - Ensemble classique: 1 fonction caractéristique <u>unique</u>
    - Ex. : ensemble des réels compris entre 1 et 3
    - fonction caractéristique : $g : \mathbb{R} \to \{0, 1\}$

$$g(x) = \begin{cases} 1 \text{ si } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

  - Ensemble flou: 1 <u>infinité</u> de fonctions d'appartenance
    - ex: ensemble des réels plus ou mois égaux à 2
    - fonction d'appartenance : $f : \mathbb{R} \to [0, 1]$

      $f(x)$ pas unique

Logique Floue : Introduction

- Différence probabilité / flou
  - flou: traitement des imprécisions
  - probabilités: traitement des incertitudes
- Exemple:

A : Il viendra demain à 9h	*B* : Il viendra demain à 9h
$f(A) = 0.8$	$p(B) = 0.8$

=> signification?

Logique Floue : Introduction

- Différence probabilité / flou
  - FLOU :
    - *A* : Il viendra à peu près à 9h (peut-être 8h30, 9h30 ou 10h...)
    - On est sûr qu'il vient mais on ne sait pas *exactement quand*

  => *Imprécision*

  - PROBA :
    - *B* : Il y a 80% de chances pour qu'il vienne
    - On n'est *pas sûr* qu'il vienne

  => *Incertitude*

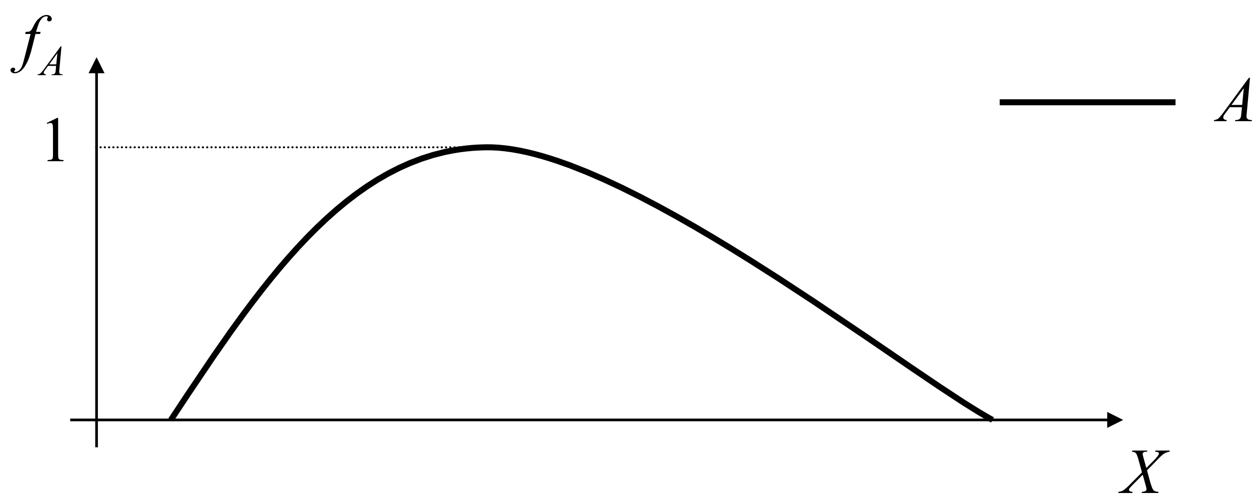
Logique Floue : Introduction

LOGIQUE FLOUE

- Avantages:
  - simple à mettre en œuvre
  - quand il n’existe pas de modèle mathématique, la LF permet l’utilisation d’un modèle empirique (ex: règles de type ‘humain’)
- Inconvénients
  - caractère empirique de ce modèle
  - modèle ou règles peuvent être non précises et dc sources d’erreur => phase de modification des règles

Logique Floue : SEF

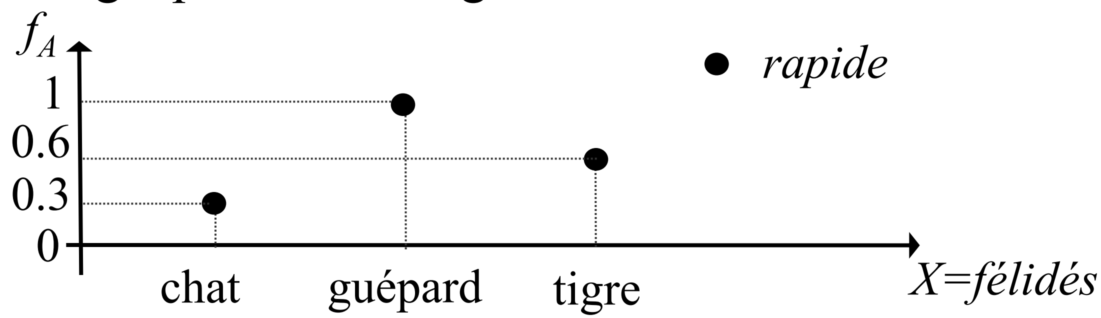
- SEF: sous-ensemble flou $f : X \to [0,1]$
- Définitions fondamentales:
  - Soit $F(X)$ l'ensemble de tous les SEF de X (ens. de réf.)
  - Soit un SEF $A \in F(X)$. La fonction d'appartenance pour tout $x \in A$ est notée $f_A(x)$.



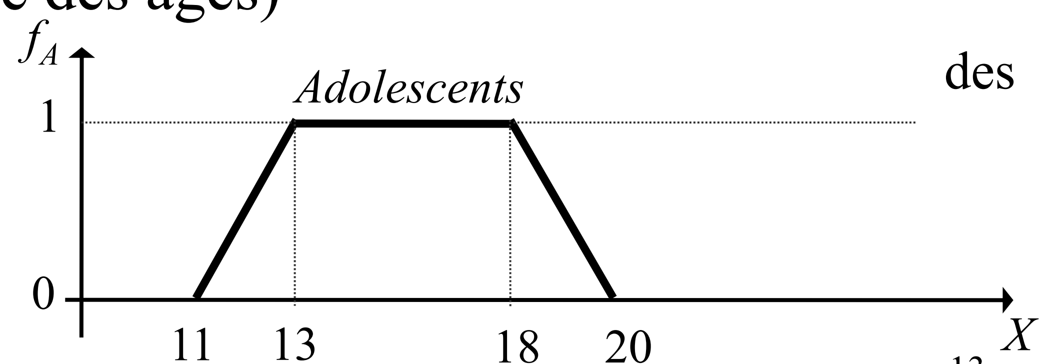
Logique floue => Utilisation de ***fonctions***

Logique Floue : SEF

- Exemples de SEF (*X* dénombrable et non dénombrable)
  - *X*={chat,guépard,tigre} (félidés)
    - *A*: SEF de *X* des félidés *rapides*
    - *A*= 0.3 / chat + 1.0 / guépard + 0.6 / tigre



  - *X*=[0, 110] (ensemble des âges)
    - *A*: SEF de *X* des *adolescents*

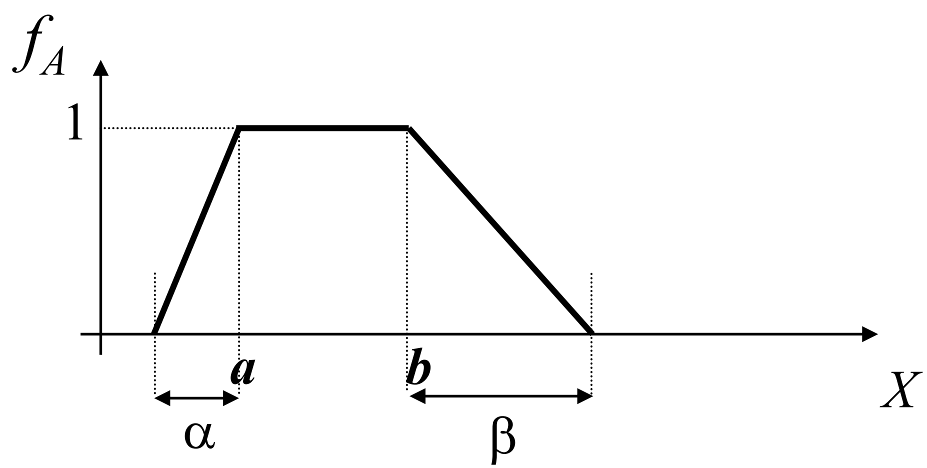


Logique Floue : SEF

- Définitions fondamentales:
  - La **hauteur** $h(A)$ du SEF A de X est la + grande valeur prise par sa fonction d'app : $h(A) = \sup_{x \in X} f_A(x)$
  - Un SEF est dit **normalisé** si sa hauteur vaut 1
  - Le **noyau** Noy(A) correspond à toutes les valeurs x de X pour lesquelles $f_A(x) = 1$
  - Le **support** Supp(A) correspond à toutes les valeurs x de X pour lesquelles $f_A(x) \neq 0$
  - Un **intervalle flou** est un SEF convexe normalisé de R (réels)
  - Un **nombre flou** est un intervalle flou dont le noyau est réduit à un point
  - **Cardinalité** de A : $|A| = \Sigma_{x \in X} f_A(x)$

Logique Floue : SEF

- Définitions fondamentales:
  - Une **quantité floue** est un ensemble flou (normalisé) dans l'univers des nombres réels (c-à-d $X = \mathbb{R}$)
  - Un **intervalle flou de type L-R** (ou SEF **trapézoïdal**) est un int. flou dont la f[n] d'app. est définie entièrement grâce à des droites. On le note : (a,b,α,β)



  - Un **nombre flou de type L-R** (ou SEF **triangulaire**) est un intervalle flou de type L-R dont le noyau est réduit à un point. On le note : (a,α,β)

Logique Floue : SEF

- *Exercice* :

  - Soit X l'ensemble des pays suivants: X={Belgique, Suisse, Canada, Tunisie, Algérie, Espagne}, notés respectivement B, S, C, T, A, E.
  - Soit A un SEF de X, correspondant au degré de francophonie des pays considérés:
    $A = 0.5/B + 0.25/S + 0.5/C + 0.6/T + 0.7/A + 0/E$
  - Calculer $h(A)$, Supp(A), Noy(A), $|A|$

Logique Floue : Opérations

- Opérations sur les SEF A et B de X :
  - égalité $A = B \Leftrightarrow f_A(x) = f_B(x),\ \forall\ x \in X$
  - inclusion $A \subseteq B \Leftrightarrow f_A(x) \leq f_B(x),\ \forall\ x \in X$
    - A est inclus dans B si sa f^{n} d'appartenance est inférieure à celle de B
  - complément
    - A^C de X est le complément A avec $f_{A^C}(x) = 1 - f_A(x),\ \forall\ x \in X$
  - union $C = A \cup B \Leftrightarrow f_C(x) = \max(f_A(x), f_B(x)),\ \forall\ x \in X$
  - intersection $C = A \cap B \Leftrightarrow f_C(x) = \min(f_A(x), f_B(x)),\ \forall\ x \in X$

Logique Floue : Opérations

- *Exercice*: Démontrer que certaines propriétés de la théorie des ensembles classiques sont vérifiées:
  - $A \cup \emptyset = A, \quad A \cap \emptyset = \emptyset, \quad A \cup X = X, \quad A \cap X = A$
  - *Associativité* de $\cap$ et de $\cup$:
    - $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
    - $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
  - *Commutativité* de $\cap$ et de $\cup$:
    - $A \cap B = B \cap A$
    - $A \cup B = B \cup A$
  - *Distributivité* de $\cap$ par rapport à $\cup$:
    - $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
    - $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- => Cf. TD 1

Logique Floue : Opérations

- *Suite exercice*. Démontrer:
  - $(A^c)^c = A$
  - $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
  - $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

  $\left.\begin{array}{l} (A \cap B)^c = A^c \cup B^c \\ (A \cup B)^c = A^c \cap B^c \end{array}\right\}$ Lois de De Morgan

- Ces propriétés sont-elles vérifiées?
  - $A^c \cap A \stackrel{?}{=} \emptyset$
  - $A^c \cup A \stackrel{?}{=} X$

Logique Floue : Opérations

- Pour l'intersection et l'union, les opérateurs choisis sont min et max, mais d'autres sont possibles:
  - L'intersection peut être réalisée en prenant comme opérateur une ***norme triangulaire*** (t-norme)
  - L'union peut être réalisée en prenant comme opérateur une ***conorme triangulaire*** (t-conorme)

- *NB: Les t-normes et t-conormes peuvent servir dans d'autres cas, par exemple, le cas plus général de l'agrégation*

Logique Floue : Opérations

T-norme $\top$

- Soit une fonction $\top$: [0,1]×[0,1] → [0,1] telle que $\forall x, y, z \in [0,1]$:
  - $\top(x,y) = \top(y,x)$ (commutativité)
  - $\top(x,\top(y,z)) = \top(\top(x,y),z)$ (associativité)
  - $\top(x,y) \leq \top(z,t)$ si $x \leq z$ et $y \leq$ t (monotonie)
  - $\top(x,1) = x$ (1 est élément neutre)

- Exemples de telles fonctions :
  - min(x,y)
  - $x.y$
  - max(x+y–1,0)

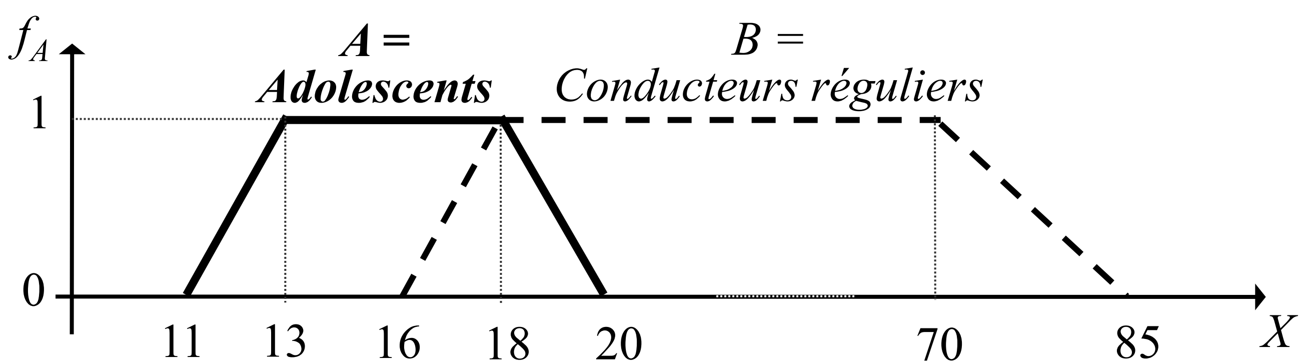
Logique Floue : Opérations

T-conorme $\perp$

- Soit une fonction $\perp : [0,1]\times[0,1] \rightarrow [0,1]$ telle que $\forall x, y, z \in [0,1]$:
  - $\perp(x,y) = \perp(y,x)$ (commutativité)
  - $\perp(x, \perp(y,z)) = \perp(\perp(x,y), z)$ (associativité)
  - $\perp(x,y) \leq \perp(z,t)$ si $x \leq z$ et $y \leq t$ (monotonie)
  - $\perp(x,0) = x$ (0 est élément neutre)
- Exemples de telles fonctions:
  - $\max(x,y)$
  - $x+y - x.y$
  - $\min(x+y, 1)$

Logique Floue : SEF et Opérations

- **Déf.:** Une t-norme et une t-conorme sont **duales** si et seulement si :
  - $1 - \top(x,y) = \perp(1-x, 1-y)$
  - $1 - \perp(x,y) = \top(1-x, 1-y)$
- Cette dualité permet de vérifier les lois de De Morgan
- *Exercice*: montrer que min et max sont duaux
- *Exercice*: $A \cap B$? $A \cup B$?
  - X ={chat,guépard,tigre} (félidés)
    - félidés rapides: A= 0.3 / chat + 1.0 / guépard + 0.6 / tigre
    - grands félidés : B= 0.1 / chat + 0.7 / guépard + 1.0 / tigre
  - X=[0, 110] (ensemble des âges)

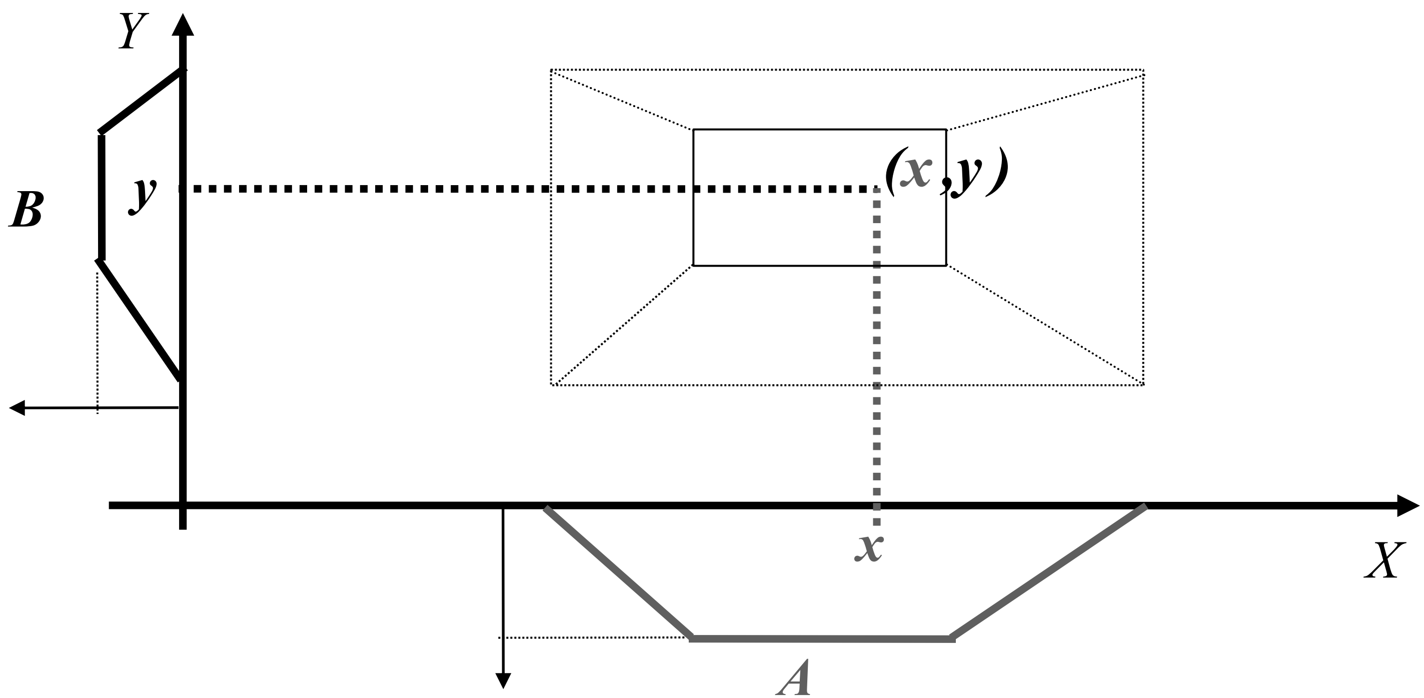


Logique Floue : Opérations

- α-coupes
  - Soit A un SEF de X. Une α-coupe de A est un sous-ensemble classique A_α défini en fonction d'un seuil $\alpha \in [0,1]$ donné :
    - Soit $\alpha \in [0,1]$. $\boldsymbol{A_\alpha = \{\forall\, x \in X \,/\, f_A(x) \geq \alpha\}}$
  - *Exemple*: Reprendre le SEF A des adolescents et construire les α-coupes de A avec $\alpha = 0; 0.6; 1$
  - On vérifie que (à faire en exercice):
    - Si $\alpha > \alpha'$ alors $A_\alpha \subset A_{\alpha'}$ et si $B \subseteq A$ alors $B_\alpha \subseteq A_\alpha$
    - $(A \cap B)_\alpha = A_\alpha \cap B_\alpha$ et $(A \cup B)_\alpha = A_\alpha \cup B_\alpha$
    - $\forall\, x \in X,\ f_{A(x)} = \sup_{\alpha \in]0,1]} \alpha\, f_\alpha(x)$ (i.e. on peut reconstruire A à partir de ses α-coupes).
- => cf. TD 2

Logique Floue : Opérations

- Produit cartésien
  - Soient A un SEF de X et B un SEF de Y
  - $C = A \times B$, C est un SEF de $X \times Y = Z$
  - $Soit\ z \in Z.\ f_C(z) = \min(f_A(x), f_B(y)),\ \forall\ x \in X,\ \forall\ y \in Y$



Logique Floue : Opérations

- Produit cartésien (suite)
  - *Exemple*: Soient X_1 un ensemble d'animaux, X_1={chat, guépard, tigre} et X_2 un ensemble de choix de pays par température, X_2={chaud, froid}.

    Le SEF A_1 représente les choix d'un individu quant à l'animal qu'il souhaiterait posséder et le SEF A_2 représente ses choix quant au type de pays dans lequel il souhaiterait vivre:

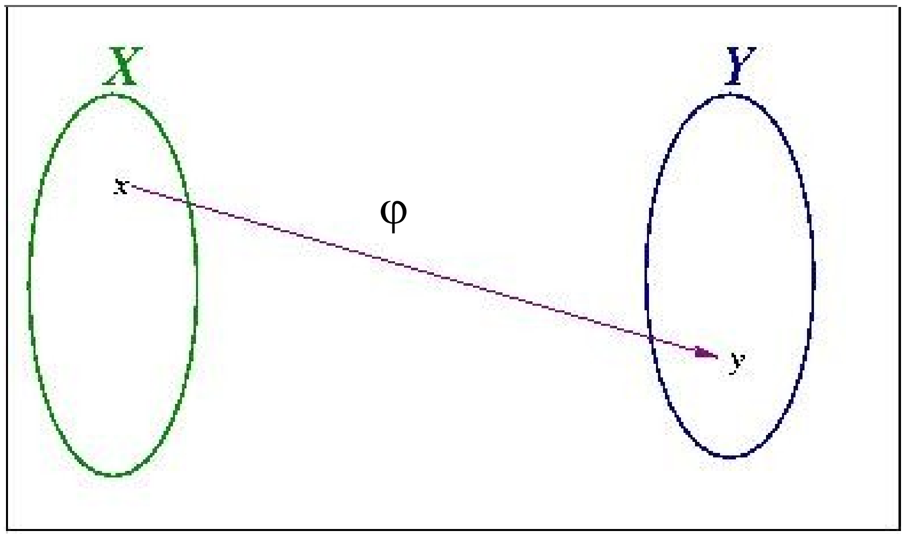
    $A_1 = 0.5/\text{chat} + 0.8/\text{guépard} + 0.3/\text{tigre}$

    $A_2 = 0.9/\text{chaud} + 0.1/\text{froid}$

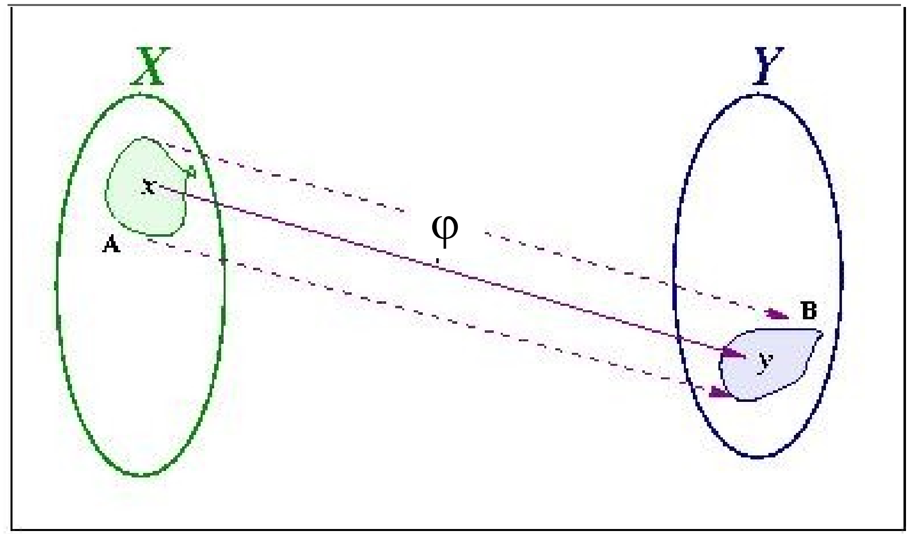
  => Donner la fonction d'appartenance du produit cartésien **(animal à posséder, type de pays souhaité)**

Logique Floue : Opérations

- Principe d'extension



Fonction classique



Fonction étendue

- But: Possédant une fonction sur un univers classique *X*, le principe d'extension permet son utilisation **<u>avec des SEF</u>** de *X*

Logique Floue : Opérations

- Principe d'extension – Suite

  - *Définition*: Étant donné un SEF A de X, et une application φ de X vers Y, le principe d'extension permet de définir un SEF B de Y associé à A par φ :
  - $\forall y \in Y, f_B(y) = \begin{cases} \sup_{\{x \in X \,/\, y = \varphi(x)\}} f_A(x) & \text{si } \varphi^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
  - Le SEF B est l'image du SEF A par la fonction φ

Logique Floue : Opérations

- Principe d'extension – Exercice
  - X={chat, guépard, tigre, panthère} (*félidés*)
  - Y={rapide, lente, normale} (*mesures des vitesses*)
  - On définit la fonction φ qui associe une vitesse à un félidé: φ(chat) = lente, φ(guépard) = rapide, φ(tigre)= normale, φ(panthère) = normale
  - Nouveau félidé défini de façon floue :
    lion = 0.7/chat + 0.1/tigre + 0.2/panthère
  - Mesure de la vitesse d'un lion ?

Logique Floue : Opérations

- Principe d'extension – Correction exercice
  - φ(chat)=lente, φ(guépard)=rapide, φ(tigre)=normale, φ(panthère)=normale
  - **lion** = 0.7/chat + 0.1/tigre + 0.2/panthère
  - Mesure de la vitesse d'un lion ?
    - $f_B(\text{lente}) = \max(f_{\text{lion}}(\text{chat})) = 0.7$
    - $f_B(\text{normale}) = \max(f_{\text{lion}}(\text{tigre}), f_{\text{lion}}(\text{panthère})) = \max(0.1,0.2)=0.2$
    - $f_B(\text{rapide}) = f_{\text{lion}}(\text{guépard}) = 0$

    => le lion est plutôt "lent" mais peut éventuellement atteindre des vitesses "normales"

Logique Floue : Relations floues

- **Relation floue**: généralisation de la notion de relation classique entre 2, 3, … ou *n* ensembles de référence.
- Utilisation des relations floues: par exemple,
  - Permettent de comparer 2 données vagues
  - Permettent de combiner 2 données imprécises dans un calcul...
- Nécessité de l'existence d'un **lien** entre les ensembles de référence
- *Exemple*: Soient X_1 l'ensemble des poids en carats d'une pierre précieuse, X_2, l'ensemble des degrés de perfection de sa taille et X_3, l'ensemble des degrés de pureté. On peut définir une relation $\Re$ sur $X_1 \times X_2 \times X_3$ sur le prix de la pierre.

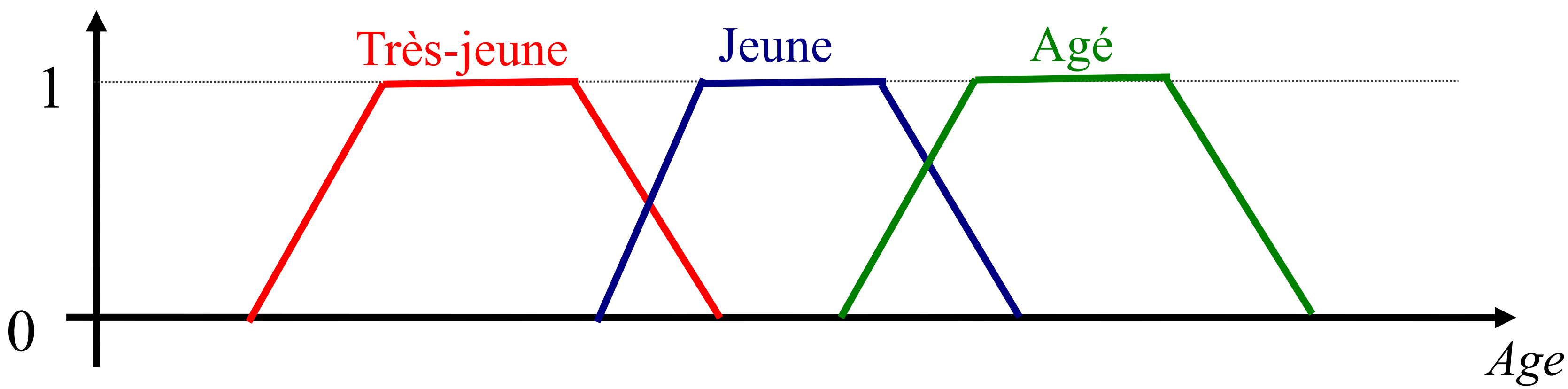
Logique Floue : Relations floues

- *<u>Définition</u>*: Une relation floue $\Re$ entre r ensembles de référence X_1, X_2, … X_r est un SEF de $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_r$, de fonction d'appartenance $f_\Re$
- *NB: Si on a seulement 2 ensembles de référence, finis, $\Re$ peut être représentée par la matrice des valeurs de sa fonction d'appartenance*
- La composition de 2 relations floues $\Re_1$ sur $X \times Y$ et $\Re_2$ sur $Y \times Z$ définit une relation floue $\Re = \Re_1 \circ \Re_2$ sur $X \times Z$ de fonction d'appartenance définie par:

$$\forall (x,z) \in X \times Z \ , \ f_\Re(x,z) = \sup_{y \in Y} \min(f_{\Re_1}(x,y), f_{\Re_2}(y,z))$$

Logique Floue : Variables linguistiques

- Une ***variable linguistique*** est représentée par un triplet (V, X, T_V)
  - V : nom de la variable (âge, taille, température, longueur,...)
  - X : univers des valeurs prises par V (R,...)
  - $T_V = \{A_1, A_2, ...\}$: ensemble de SEF de X_V, utilisés pour caractériser V.
- Par exemple: (Age-Personne, [0,110], {Très-jeune, Jeune, Agé})



Logique Floue: Modificateurs linguistiques

Un *modificateur linguistique* est un opérateur m qui permet de passer d'un SEF A à un autre SEF $m(A)$ dont la fonction d'app. est $f_{m(A)}=t_m(f_A)$ avec t une transformation mathématique.

- Intérêt: pouvoir engendrer des SEF voisins les uns des autres par modification graduelle
- Plusieurs types: renforçants, affaiblissants, … (cf. TD3)
- m est dit *restrictif* si: $\forall u \in [0,1] \quad t_m(u) \leq u$
- m est dit *expansif* si: $\forall u \in [0,1] \quad t_m(u) \geq u$
- *Exercice:* dessiner des modificateurs restrictifs et expansifs pour un SEF représentant la notion « grand ».

Logique Floue : Propositions floues

- Proposition floue élémentaire : qualification « V est A » d'une variable linguistique (V, X, T_V), où A est un SEF de T_V ou de $M(T_V)$, avec M un modificateur linguistique de T_V
  - *Par exemple:* « Age-personne est jeune » ou « Age-personne est plutôt jeune »
- Proposition floue générale : composition de propositions floues élémentaires de variables linguistiques qui peuvent être distinctes
  - Soient « V est A » p.f.e. de (V, X, T_V), et « W est B » p.f.e. de (W, X, T_W)
  - Exemples de proposition floue générale :
    - « V est A *et* W est B »
    - « V est A *ou* W est B »

Logique Floue : Propositions floues

- Valeurs de vérité :
  - Proposition classique : valeur de vérité $\in \{0,1\}$ (FAUX ou VRAI)
  - Proposition floue : la valeur de vérité est un SEF à valeurs dans [0,1]
  - Valeur de vérité $\boldsymbol{p_A}$ de « *V* est *A* » : f_A fonction d'appartenance de *A*
  - Valeur de vérité $\boldsymbol{p}$ d'une proposition floue générale : agrégation des valeurs de vérité $\boldsymbol{p_A}$ et $\boldsymbol{p_B}$ de chaque proposition floue élémentaire
    - exemple 1 : « *V est A et W est B* » : $p_{A\wedge B} = min(p_A, p_B)$
    - exemple 2 : « *V est A ou W est B* » : $p_{A\vee B} = max(p_A, p_B)$

Logique Floue : Implications floues

- Implication
  - Logique classique :
    - $p \Rightarrow q$ équivaut à $\neg p \vee q$ on obtient

    la table de vérité suivante :

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

  - Logique floue :
    - Il n'y a pas une seule définition !
    - L'extension de la définition précédente est appelée l'implication de Kleene-Dienes :
      - $A \Rightarrow B$ équivaut à $\max(1 - f_A(x), f_B(y))$

Logique Floue : Implications floues (2)

- **Règle de production** : implication entre 2 propositions floues (p.f.)
  - « V est $A \Rightarrow W$ est B » se lit « **si** V est A **alors** W est B »
  - « V est A » est la ***prémisse***
  - « W est B » est la ***conclusion***
  - Par exemple: « **si** vitesse est rapide **alors** félidé est guépard »
- Une **implication floue** entre 2 p.f. "V est A" et "W est B" est une p.f. ("V est $A \Rightarrow W$ est B") dont la valeur de vérité est donnée par la fonction d'appartenance $f_{\Re}$ d'une relation floue $\Re$ entre X et Y définie par:

$$\forall\, x \in X, \forall\, y \in Y,\ f_{\Re}(x, y) = \Phi(f_A(x), f_B(y))$$

pour une fonction Φ de $[0,1]\times[0,1] \rightarrow [0,1]$

- L'implication floue décrit le ***lien causal*** entre "V est A" et "W est B".

Logique Floue: Raisonnement

- Il existe bcp d'impl. floues (Kleene-Dienes, Reichenbach, Lukasiewicz…):
  - ex: $\Phi(f_A(x), f_B(y)) = \min(1 - f_A(x) + f_B(y), 1)$ [Lukasiewicz]
  - ex: $\Phi(f_A(x), f_B(y)) = \min(f_A(x),\ f_B(y))$ [Mamdani]

- Modus ponens de la logique classique

Règle:	Prémisse	$\Rightarrow$	Conclusion
Observation:	Prémisse-observée		
Déduction:			Conclusion

- Modus ponens : règle de déduction pour *inférer* de la connaissance

Règle:	H est humain	$\Rightarrow$	H est mortel
Observation:	Socrate est humain		
Déduction:			Socrate est mortel

Logique Floue: Raisonnement

- Modus ponens généralisé : extension du modus ponens aux propositions floues
- Soient (V, X, T_V) et (W, X, T_W) deux variables linguistiques

$$
\begin{array}{llcl}
\textit{Règle floue:} & \underbrace{V \text{ est } A}_{f_A} & \Rightarrow & \underbrace{W \text{ est } B}_{f_B} \\
\textit{Observation floue:} & \underbrace{V \text{ est } A'}_{f_{A'}} & & \\
\hline
\textit{Déduction:} & & & \underbrace{W \text{ est } B'}_{f_{B'}}
\end{array}
$$

- f_A f_B et $f_{A'}$ sont connus, on recherche la valeur de $f_{B'}(y)$, $\forall\ y \in Y$

Logique Floue: Raisonnement

- Règle floue « V est $A \Rightarrow W$ est B »
  - Implication floue : $\forall x \in X, \forall\, y \in Y,\ f_{\Re}(x, y) = \Phi(f_A(x), f_B(y))$
- *Le MPG combine la règle floue avec l'observation « V est A' » pour construire la conclusion B'*
- ***Opérateur de modus ponens généralisé*** : fonction $\top$ de $[0,1]\times[0,1]$ dans $[0,1]$ pour combiner $f_{\Re}$ et $f_{A'}$
  - $\top$ *est une t-norme*
  - $\top$ *est* ***liée*** *à $f_{\Re}$ pour que le MPG soit compatible avec le MP classique*
    => $\top$ *et $\Re$ doivent être compatibles.*
- On a, pour tout $y \in Y : f_{B'} = sup_{x \in X} \top(f_{\Re}(x,y), f_{A'}(x))$
- Exemple d'opérateur de MPG:
  $\forall\, u,v \in [0,1]\ \ \top(u,v) = \max(u+v-1,0)$ [Lukasiewicz]

Logique Floue: Incertitudes ?

- Théorie des SEF
  - permet de modéliser des connaissances imprécises (« à peu près 8h ») ou vagues (« adolescent »)
  - ne permet pas de manipuler les *incertitudes* (« il viendra peut-être »)
- Or, imprécision et incertitude sont souvent liées:
  - « on est sûr qu'il viendra dans la matinée » mais « on n'est pas sûr qu'il viendra à 8h00 »
  - raisonner avec des données imprécises peut engendrer des résultats avec incertitude

=> **Théorie des possibilités** (Zadeh, 1978, puis Dubois & Prade)

Logique Floue: Applications

- Systèmes experts utilisant le flou
  - ensemble de règles floues + entrées floues + sorties floues
  - système d'inférence
  - pas de défuzzification
  - peut nécessiter un raisonnement par analogie:
    - si l'entrée n'est pas exactement une des prémisses d'une règle
    - => nécessité de calculer une *ressemblance* entre cette entrée et la prémisse pour savoir *comment modifier* la conclusion de la règle

Logique Floue : Applications

- Un exemple d'application du MPG : la **commande floue**

  => ensemble de règles floues + entrée numérique + sortie numérique
- Ce problème comprend 3 étapes :
  - La *quantification floue* des entrées / sorties du système => fuzzification
  - L'*établissement des règles* liant les sorties aux entrées => humain / experts
  - La *combinaison des règles* pour la génération des sorties => MPG et défuzzification

Logique Floue : Commande floue

- Exemples:
  - contrôleur flou : $u=f(x)$ avec u vecteur de sortie du contrôleur et x le vecteur d'entrée
  - conduite automatique d'un véhicule (capteurs flous)
  - gestion des systèmes de ventilation, de régulation thermique...