valise

forum des Sciences
Centre François Mitterrand
Centre Régional de Promotion de la Culture Scientifique, Technique et Industrielle

cahier de l'animation

maths en jeux

Comment utiliser ce guide

sommaire

Pour aller plus loin...

énigmes	fiches constructions	fiches histoires
le cube brisé	le cube diamant - trois pyramides pour un cube	problèmes de rangement
mystère et boules de gommes	un empilement problématique - la boule manquante	problèmes de rangement
jouons aux cubes	tétracubes, pentacubes et soma-cubes	
un manque à combler	tétracubes, pentacubes et soma-cubes	
le carreau cassé	autour du casse-tête de Dudeney	tangram et co.
le pâtissier géomètre	puzzles géométriques	
le patchwork	un carré de carrés	problèmes de rangement
le coffre au trésor	codes numériques	
le carré magique	un carré diabolique en 3 dimensions - construction d'un carré magique	magie numérique
l'étoile magique		magie numérique
l'enfer du jeu	lignes et colonnes	carrés gréco-latins

Histoire de jeux, histoire de maths

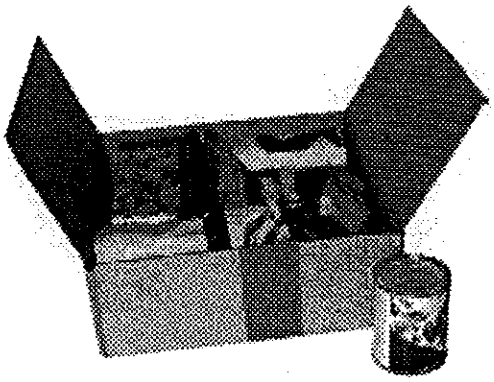
Problèmes de rangement

Référence aux énigmes

Le cube brisé
Mystère et boules de gomme
Le patchwork

Le cube brisé

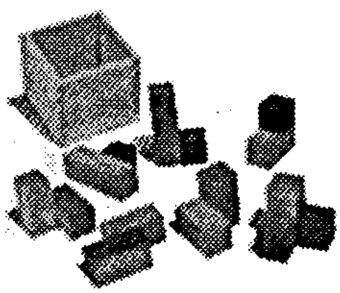
Ce casse-tête ne représente qu'un cas des nombreux problèmes tridimensionnels auxquels nous pouvons être confrontés. Dès l'enfance, le jeune enfant rangeant ses cubes se mesure à la difficulté de réaliser un remplissage optimal du contenant : plus tard, on pourra se poser la question purement ménagère d'arranger au mieux la disposition d'objets dans une boîte, dans un souci légitime de gain d'espace.



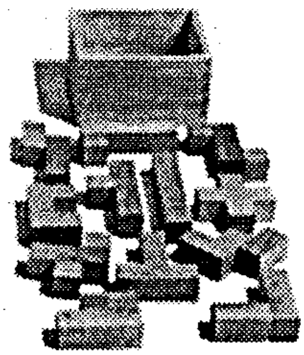
A une plus grande échelle, et pour les mêmes raisons, les techniques de résolution de ces casse-têtes peuvent aider une entreprise à résoudre ses problèmes de stockage.
Loin de ces considérations matérielles, ce genre de problème a inspiré mathématiciens et créateurs de jeux.

On peut ainsi citer :

- Les activités de rangement problématique consistant à remplir une boîte parallélipédique ou cubique à l'aide de formes prédéterminées. Les exemples les plus connus sont le SOMACUBE inventé par l'écrivain danois PIET HEIN (pendant qu'il écoutait d'une oreille distraite une conférence de mathématiques !) et les PENTA-CUBES inspirés des travaux du mathématicien américain SOLOMON W. GOLOMB dans les années 50.

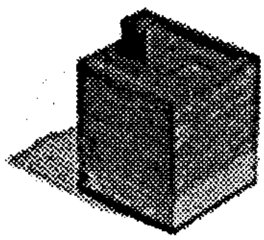


Soma-cube

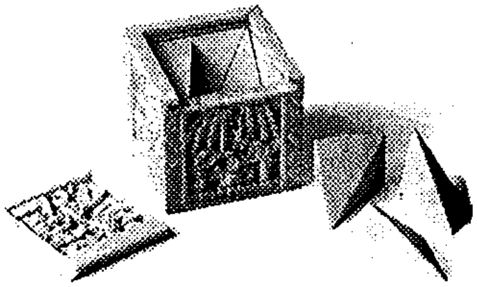


Penta-cubes

- Les jeux de "boîtes" amenant à opérer un rangement difficile dépendant du positionnement précis de certaines pièces. On peut évoquer la boîte de CONWAY, mathématicien de Cambridge, dont l'objectif est de reconstruire un cube à partir de 17 blocs ou encore la boîte de HASELGROVE, dont l'une des pièces est verrouillée par la disposition de ses voisines.



- Le casse-tête présenté ici se différencie de ceux cités précédemment dans le sens où les pièces formant l'ensemble sont pyramidales : il s'inspire d'un jeu d'ivoire chinois datant du XIXe siècle où les découpes du cube menant au casse-tête étaient quasi aléatoires.



La version précédente a l'intérêt d'être plus structurée puisque les sections sont faites suivant les lignes particulières (petites et grandes diagonales du cube) du volume initial.
La démarche de résolution constatée est la plus souvent hasardeuse... mais somme toute plaisante, car elle mène rapidement à la solution, le principal écueil étant de nier que la pièce pyramidale la plus volumineuse puisse tenir dans le cube, alors que ce phénomène géométrique se prouve facilement.

Mystère et boule de gomme

La vedette de ce casse-tête est la boule : les boules pour les mathématiciens sont des solides dont la surface est une sphère. Pour le commun des mortels, c'est avant tout un corps parfaitement rond.

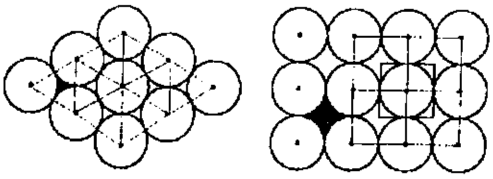
Si nous n'étions pas soumis à la force de gravitation, c'est la forme que prendraient naturellement des gouttes d'huile en suspension par exemple : une autre de ses particularités est d'être le volume le plus grand parmi tous les solides de superficie donnée. Cela veut dire que si, disposant d'une certaine quantité de papier cadeau, vous voulez avoir l'air généreux, offrez plutôt un cadeau sphérique que cubique ! Il aura l'air plus volumineux...

L'objet du problème est de réussir un empilement des différents groupes de boules sous une forme "pyramidale".

La résolution se fait naturellement par la superposition de tranches de boules. La forme ainsi obtenue nous amène à deux réflexions :

- La disposition obtenue peut être assimilable à celle d'une structure cristalline, les boules empilées représentant des atomes de métal.

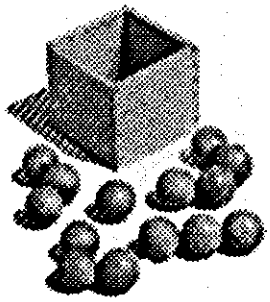
- Il y a une perte d'espace qu'on ne rencontre pas dans les empilements de cubes. On remarque que, sur un même niveau, une boule possède six voisines. En effet, l'arrangement hexagonal de disques est celui qui minimise l'encombrement.



L'arrangement hexagonal de disques (par exemple des pièces de monnaie) minimise l'encombrement. On peut ici le comparer à un arrangement en carré.

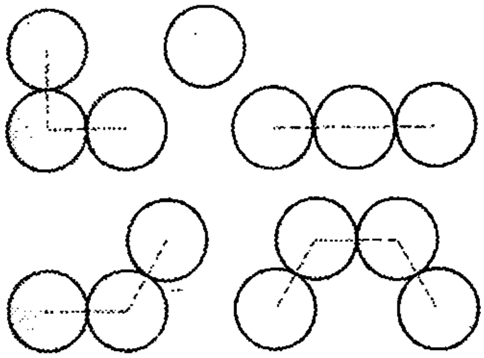
Toutefois, bien que le problème ait une solution concernant les dispositions planes de disques, on a du mal à trouver une solution idéale et optimale pour des sphères identiques empilées dans l'espace.

L'une des applications les plus amusantes de ce problème non résolu est le casse-tête suivant :

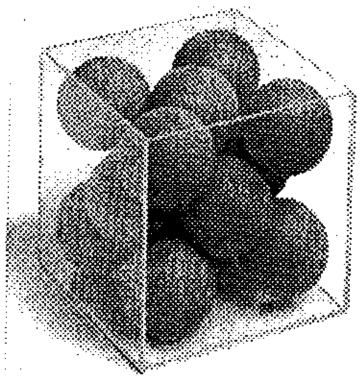


On construit un cube et cinq formes composées de 14 boules.

Les formes des groupes de boules.



On peut alors remplir indifféremment le cube avec 14 ou 13 boules. Preuve que suivant la disposition, la place laissée libre peut être plus ou moins importante.



Ce casse-tête est proposé dans la fiche construction : "La boule manquante".

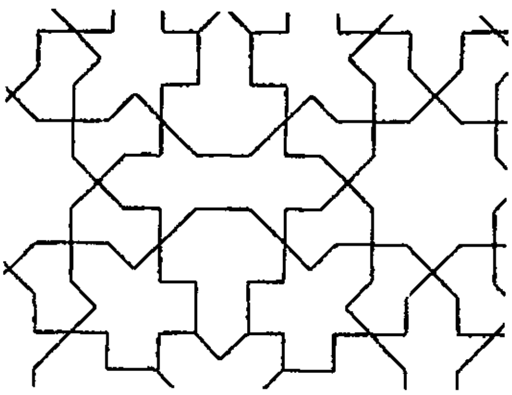
Le patchwork

Le patchwork, vous connaissez ?

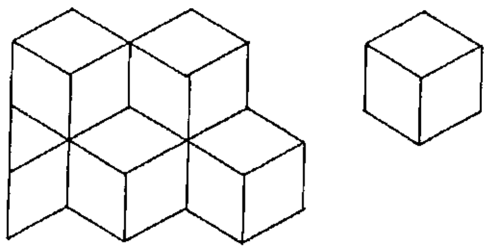
C'est une technique d'assemblage de tissus associés dans un but décoratif : on prélève des pièces d'étoffes de tons différents dans des chutes de drap, couverture... Cette découpe est la plus souvent géométrique (carré, triangle, cercle). On réassemble ensuite tous ces morceaux d'une façon harmonieuse en jouant sur la répétitivité et la complémentarité des motifs et des couleurs.

On entre alors dans un domaine cher au cœur des mathématiciens, celui des pavages, illustré entre autres par :

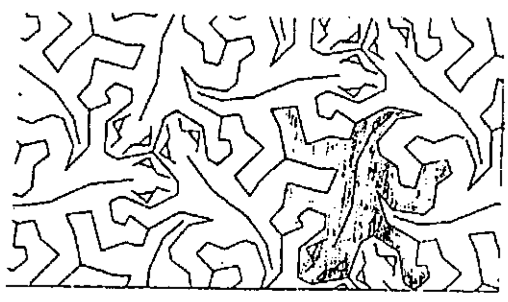
- l'art géométrique des motifs arabes



- les motifs en trompe-l'œil



- les dessins inspirés de l'œuvre de M.C. ESCHER



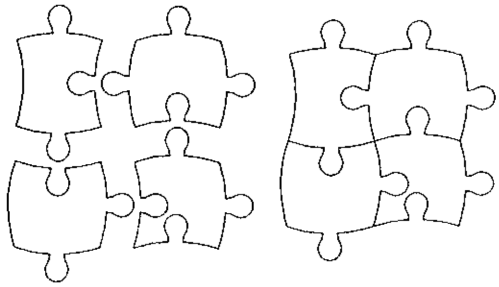
A noter que dans tous ces cas, on s'intéresse à l'assemblage de pièces de même taille et de même forme.

Mais que se passe-t-il si toutes les pièces sont de même forme mais de tailles différentes ?

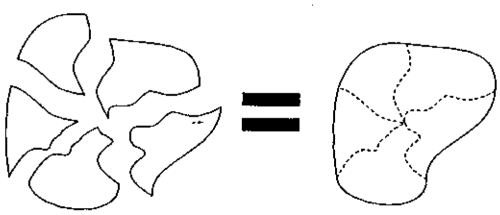
C'est en fait le problème pour la résolution de l'énigme : possédant des morceaux carrés de toutes tailles, comment reconstituer un rectangle ?

L'étude de cette question nous réserve bien des surprises et difficultés : en effet, quelles sont les techniques de résolution à notre disposition ?

- On peut considérer ce problème comme un puzzle traditionnel : mais dans ce cas, notre démarche est quelque peu aléatoire car on essaie ici de placer côte à côte les pièces sans bénéficier de la complémentarité habituelle des morceaux de "vrais" puzzles.



- Une technique plus mathématique consiste à tenir compte des données numériques incluses dans l'énoncé de l'énigme et d'appliquer un résultat de base de la géométrie.
Si on partage une surface en plus petites surfaces, alors la somme des petites surfaces est égale à la surface de départ.



Mais ne nous fions pas à la facilité de cet énoncé ! Le problème qui nous intéresse a mobilisé de nombreux mathématiciens qui ont cherché pendant plusieurs années à construire le rectangle utilisant le moins de carrés différents, le plus petit rectangle utilisant des carrés différents et le nec plus ultra un carré constitué uniquement de carrés tous différents !

Tout cela a nécessité de nombreux calculs. Toutefois, l'anecdote suivante prouve que la démarche mathématique pure n'est pas forcément la plus performante.
En 1936, un groupe d'étudiants du Trinity College à Cambridge (C.A. SMITH, A.H. STONE, R.L. BROOKS ET W. TUTTE) cherchait à reconstituer un rectangle de 112 sur 75 à l'aide de ces fameux carrés. Après une nuit de travail chez Brooks, ils trouvèrent une solution satisfaisante à ce problème.
L'histoire raconte alors que BROOKS, partant au matin pour l'université, n'avait pas eu le temps de débarrasser la table de travail sur laquelle était placée la disposition, fruit de toute une nuit de recherches.
Sa mère, procédant alors à un habituel et vigoureux ménage matinal, renversa le puzzle solution et se rendant compte de sa méprise, tenta de la reconstituer... et y arriva !

Le soir, les quatre amis eurent une surprise de taille : la disposition trouvée par la mère de Brooks représentait une autre solution du problème initial !
Nul doute que les démarches de résolution étaient différentes et pourtant ce résultat permit plus tard de trouver les premiers carrés de carrés de l'histoire et leurs applications dans différents domaines techniques...

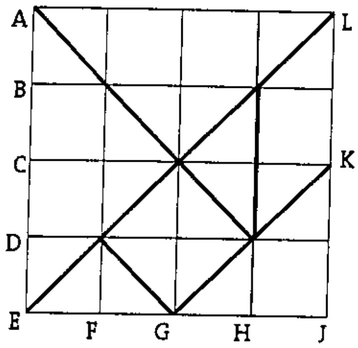
Tangram et Co

Référence aux énigmes
le carreau cassé

Le carreau cassé

Ce puzzle fait partie de la famille des problèmes de partition géométrique : il s'agit dans ce type de casse-tête de découper une figure initiale en un certain nombre d'éléments pour pouvoir reconstituer une autre figure géométrique donnée.

Dans les milieux "puzzliques", la victime favorite de ce genre de traitement est le carré. En effet, ce quadrilatère, somme toute sympathique et sûrement peu enclin à être considéré comme un vulgaire sujet de dissection, a l'avantage de présenter de nombreuses particularités géométriques qui l'amènent à se couper en quatre, voire plus si affinités... du mathématicien ou du ludomane !
Et ça fait longtemps que ça dure !
En effet, l'exemple le plus connu de ce genre de problème, le TANGRAM, puzzle comportant 7 pièces serait un jeu très ancien d'origine chinoise. Un véritable engouement pour ce jeu eut lieu au début du siècle dernier : il avait pour lui l'avantage de permettre de créer non seulement des figures géométriques abstraites mais aussi des silhouettes d'objets, d'animaux et de personnages. Toute une littérature se développa autour de ce jeu et on pensait à l'époque (déjà!) qu'il pouvait permettre d'assimiler avec plus d'aisance certains concepts mathématiques.



Agrandissez ce dessin et découpez selon les traits gras pour fabriquer votre tangram.

Chacune des pièces du Tangram (cinq triangles de tailles diférentes, un parallèlogramme et un carré) est appelée TAN.

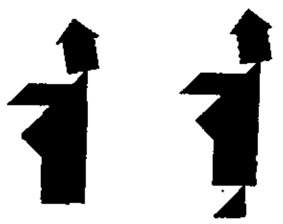
A partir de ces 7 éléments géométriques "bruts", on peut intégrer dans la démarche ludique :

- Une part d'esthétisme, en restituant la fluidité des formes d'un personnage, la finesse et la netteté de l'expression d'un visage ou encore le vol gracile d'un oiseau...

- Une part d'imagination, chaque configuration obtenue pouvant être lue différemment suivant son orientation.

Clé anglaise ou dame portant son bébé sur le dos ?

- Une part de mystère :

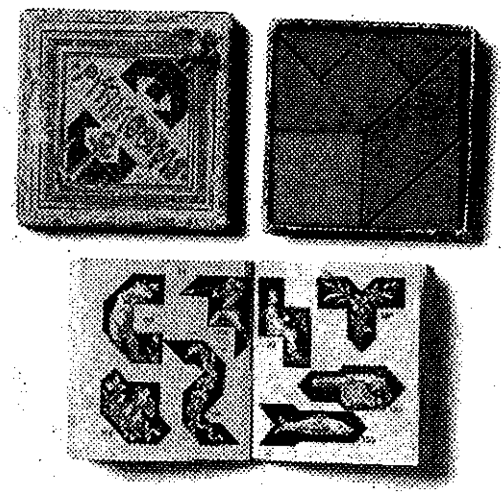


Ces 2 messieurs sont constitués des mêmes 7 pièces issues d'un tangram ; toutefois, l'un possède un pied, l'autre non !
Où est-il donc passé ?

C'est peut-être ce dernier point qui a poussé SAM LOYD, émérite puzzliste américain, à mettre en place un canular impliquant contre leur gré, car non contemporains à l'affaire, deux mathématiciens célèbres : PYTHAGORE et EUCLIDE. En effet, ce récidiviste de la blague problématique (il avait déjà fait le coup avec une histoire de casse-tête impossible à résoudre !) racontait que le tangram était un jeu d'inspiration divine et qu'à l'instar de textes sacrés, il existait 7 vénérables ouvrages (7 n'est-il pas le nombre de pièces du tangram et accessoirement un nombre sacré ?) regroupant des milliers de figures constructibles à partir des Tans et retraçant la génèse du monde. C'est l'un de ces volumes qu'auraient consulté les 2 géomètres cités.
Bien sûr, rien de vrai dans tout cela, mais certains savants se firent prendre à ce piège...

Toutefois, le choix de citer 2 mathématiciens dans cette affabulation n'était peut-être pas fortuit : il pouvait s'agir d'un hommage indirect à la discipline permettant par le raisonnement d'avoir la preuve géométrique que des morceaux de puzzle en général, et de tangram en particulier, puissent s'assembler parfaitement.
Si ce n'est pas un hommage, tant pis... car il existe effectivement un puzzle appelé le PYTHAGORE. Jeu cousin du Tangram, il possède un nom provocant car PYTHAGORE, mathématicien grec du VIe siècle avant J.C., évoque plus un fameux théorème donnant droit à de fastidieux calculs qu'un passionnant passe-temps.

Toutefois, sa résolution ne nécessite aucune connaissance mathématique et les formes à reproduire présentent souvent des contours sortant de l'ordinaire géométrique.



L'original du jeu édité par F.A. RITCHER et quelques exemples de formes à créer.

Ce qui est rassurant dans ce genre de problème c'est que l'approche mathématique n'est pas la voie unique et royale, et un amateur éclairé peut apporter une réponse élégante et ingénieuse à une question ardue. En outre, l'usage libre des pièces permet de faire vagabonder son imagination en donnant de l'importance à la richesse figurative générée par la recherche.

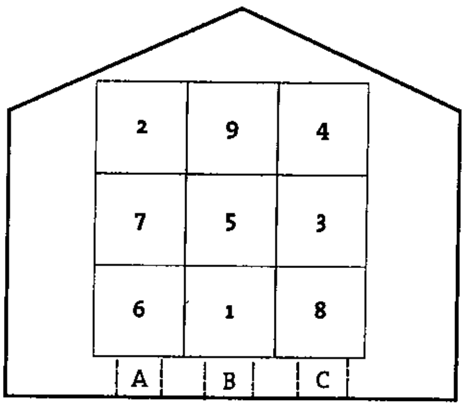
Dans ces conditions, le casse-tête présenté ici pourrait apparaître comme n'obéissant pas à ces principes. Or la manipulation des 5 pièces permet d'organiser la recherche, quitte à créer des figures annexes farfelues ! Géométriquement, la reconnaissance de mesures remarquables (longueurs égales, angles droits) est une démarche susceptible de mener à la solution. Sinon, rassurez-vous, le hasard peut vraiment bien faire les choses !

Magie numérique

Référence aux énigmes
Le carré magique
L'étoile magique

Le carré magique

Imaginons un immeuble composé de 9 appartements accessibles par 3 entrées : A, B et C.
A l'intérieur de chaque case schématisant un appartement, est indiqué le nombre de locataires ; celui-ci varie de 1 à 9.
On observe que, si on calcule le nombre total d'habitants par étage ou par entrée, on obtient la même somme.
Plus étonnant encore, si on prend en biais, c'est-à-dire en diagonale, là aussi les totaux sont similaires !



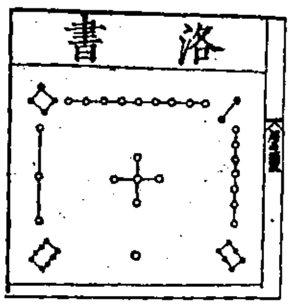
On peut même se permettre de déménager certains groupes de personnes sans que cela ait une influence sur le nombre obtenu après addition.

On peut ainsi :

4	3	8
9	5	1
2	7	6

- échanger le rez-de-chaussée et le 2e étage,
- opérer un quart de tour pour tous, l'appartement central étant le seul à ne pas changer de locataires
- échanger les entrées A et C,
- échanger les appartements par rapport à l'appartement central, etc.

Cette disposition de chiffres étonnante par ses particularités, débarrassée bien sûr de son toit et de ses entrées,est ce qu'on appelle un carré magique.
Concept auquel se sont intéressés les plus grands esprits, il n'a pour l'instant aucune application concrète.
Pourtant son histoire et ses légendes sont particulièrement riches, lorgnant même du côté du mysticisme et de l'ésotérisme.



Comme le jeu de go, les carrés magiques ont au moins 4.000 ans et l'origine géographique semble être la même : ils étaient connus des Chinois et des Hindous avant notre ère, et les premières traces concrètes de l'existence de ces structures magiques remonteraient à 2.200 avant J.-C. en Chine.
La légende raconte qu'ils seraient apparus à l'empereur YU lors d'une promenade au bord du fleuve Lo. La configuration du carré magique aurait été alors présente sur le dos d'une tortue.

L'évolution logique de ces carrés se joua sur la notion de taille (nombre de lignes et de colonnes qu'on appelle aussi "ordre"). Ainsi, au début du VIe siècle, l'astronome VARÂHAMIHIRA indiqua la construction d'un carré d'ordre 4. Une théorie complète de la construction des carrés magiques fut formulée au XIVe siècle dans le traité d'arithmétique du mathématicien Hindou NÂRÂYANA.
Ensuite, les musulmans s'intéressèrent de près aux propriétés de ces carrés : du monde arabe, les carrés magiques pénétrèrent en Europe par l'intermédiaire du moine grec MOSCHOPOULOS.
Il leur fut très vite octroyé une valeur symbolique et religieuse. Ils passaient pour être réellement magiques en constituant un charme contre la peste ou en étant employé dans des talismans et des amulettes. Sensiblement à la même époque, DÜRER faisait apparaître dans une gravure "MELANCHOLIA" un carré magique d'ordre 4.

Les deux nombres centraux de la rangée du bas indiquent la date de composition de l'œuvre.

Par la suite, l'étude des carrés magiques devint avant tout un jeu pour amateurs de mathématiques : ainsi BACHET DE MÉZIRIAC (XVIIe siècle) s'intéressa de près à la construction systématique des carrés magiques le transformant en un objet de recherche mathématique, et le tout jeune BENJAMIN FRANKLIN – par ailleurs découvreur du paratonnerre- (XVIIIe siècle) s'amusait à déterminer les plus grands carrés magiques possibles.

Enfin, il faut savoir qu'il y a une multitude de problèmes dérivés de la notion de carré magique : ainsi, en modifiant ou en ajoutant des contraintes au mode de construction de tels carrés, on peut accéder aux carrés semi-magiques, diaboliques, tri-magiques, etc.

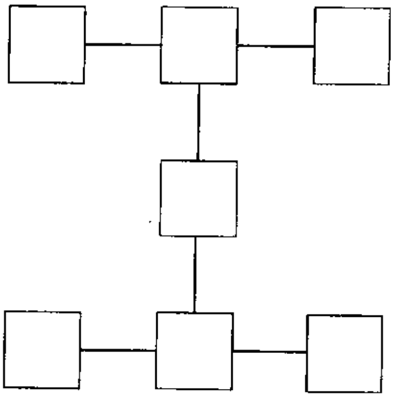
L'étoile magique

Ce problème fait partie de la famille des dispositions magiques de nombres. La plus connue est celle du carré magique, mais une multitude de nouveaux problèmes a été créée au gré de la fantaisie et de l'imagination de leurs concepteurs.

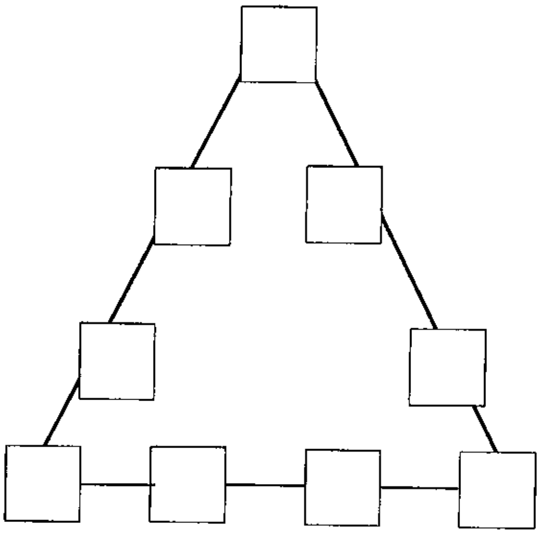
Ainsi, on peut définir deux familles de jeux numériques magiques :

- Les alignements magiques : ils consistent à utiliser des figures régulières (triangles, hexagones...) dans lesquelles on essaie d'arriver à un nombre précis qui s'obtient comme somme de nombres mis en alignement dans la figure géométrique.

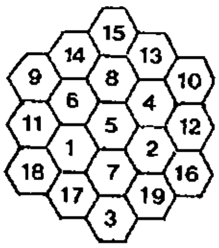
Placez les chiffres de 1 à 7 dans les cases de telle façon que la somme des 3 chiffres placés sur une même ligne droite soit toujours identique.



Placez les chiffres de 1 à 9 dans les cases de telle façon que la somme des quatre nombres placés sur une même ligne droite soit toujours identique.

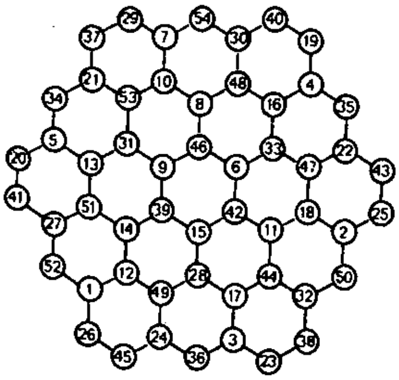


Hexagone magique : il y a présence d'une somme magique sur chacun des alignements.

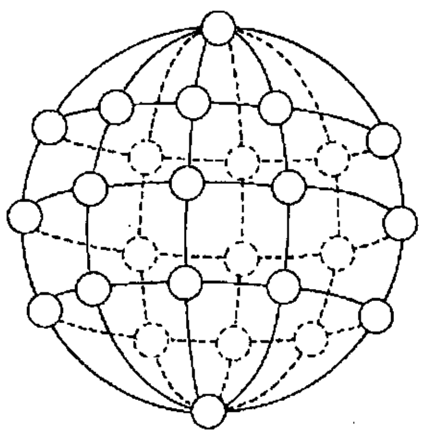


-<u>Les regroupements magiques</u> : ils sont illustrés par l'énigme de l'étoile magique : la somme "magique" n'est plus obtenue par alignement mais par regroupement par exemples de branches dans une étoile, de figures représentées dans un pavage ou dans un volume.

Sur la figure ci-dessous, chaque périmètre (contour) d'hexagones (figure à 6 côtés) porte la même somme.



Placez dans les cases les nombres de 1 à 26 de telle façon que la somme soit la même sur chaque cercle.



Carrés gréco-latins

Référence aux énigmes
L'enfer du jeu

L'enfer du jeu

Quel rapport y a-t-il entre cette énigme, LÉONARD EULER (mathématicien suisse du XVIIIe siècle), le rangement discipliné et structuré de militaires et les techniques de la recherche scientifique ?

Non, ce n'est pas un inventaire à la Prévert ! La réponse tient en trois mots : carré gréco-latin. C'est un cousin du carré magique, et c'est en fait le croisement ou plutôt la superposition de deux carrés latins.

Explication : le carré latin est un ensemble de symboles appartenant à la même famille (lettres, chiffres, couleur d'une carte à jouer...) placés dans les cases d'un carré de telle façon que chaque symbole apparaisse une fois et une seule dans chaque ligne et chaque colonne.

Exemples

Nous avons ici formé deux carrés latins d'ordre 3 (car ils font 3 x 3 cases). On peut vérifier que les conditions sont parfaitement remplies (présence unique d'un symbole sur chaque ligne et chaque colonne).

A	B	C
B	C	A
C	A	B

1	2	3
3	2	1
2	3	1

Si nous superposons ces deux carrés, nous obtenons la figure suivante :

A1	B2	C3
B3	C1	A2
C2	A3	B1

On appelle cette disposition carré gréco-latin d'ordre 3 car chaque symbole du 1er carré latin s'associe une fois et une seule avec chaque symbole du 2e carré.
Il n'y a, par exemple, qu'un seul A1, etc.

Cette condition est très importante et fusionner deux carrés latins ne donne pas forcément un carré gréco-latin.

En effet, si on associe :

A	B	C
B	C	A
C	A	B

1	2	3
3	2	1
2	3	1

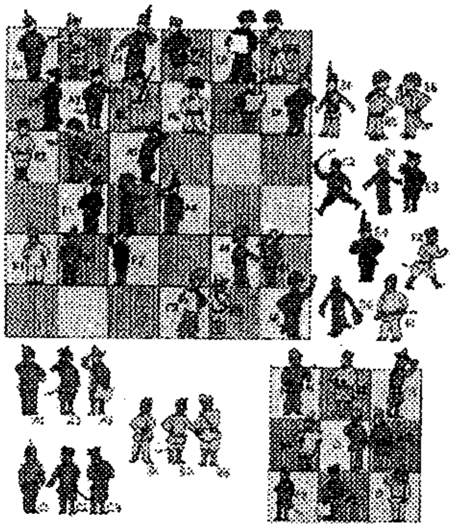
qui sont des carrés latins...

On obtient :

A1	B2	C3
B2	C3	A1
C3	A1	B2

et l'essai est raté car on a trois fois A1, B2 et C3 !

LÉONARD EULER étudia de près les carrés gréco-latins suite à un problème consistant à disposer 36 officiers de 6 grades et de 6 nationalités différentes en un carré, de telle sorte qu'aucun des officiers n'ait quelque chose en commun avec un officier qui se trouve soit dans sa ligne, soit dans sa colonne.



Les lettres représentent les grades et les chiffres les nationalités.
Difficile d'arriver à un accord !

Avec 3 grades et 3 nationalités, le problème peut être résolu !

Vous l'avez deviné, le problème revient à trouver un carré gréco-latin d'ordre 6, mais, et ce n'est pas pour des raisons diplomatiques, un tel carré est impossible à construire !
Si vous en doutez, vous pourrez comme le firent les mathématiciens GASTON et HERBERT TARRY au début de ce siècle, un inventaire méticuleux et fastidieux de tous les carrés d'ordre 6, qui conclurent ainsi sur l'impossibilité d'une telle construction.
EULER généralisa ce résultat en affirmant que les carrés gréco-latins d'ordre 10, 14, 18, 22… étaient aussi impossibles à construire. Mais, en 1959, cette hypothèse fut annulée grâce aux travaux de deux statisticiens originaires de l'Inde qui parvinrent à créer de tels carrés. Ainsi, même l'un des plus grands mathématiciens peut se tromper, preuve que l'intuition, même chez un génie, peut être une source d'erreurs !

Donc, à part les carrés gréco-latins d'ordre 2 et 6, qui sont réellement impossibles à construire, il existe à foison des carrés d'ordre 3, 4, … carrés qui permettent de répondre au texte de l'énigme. Mais leur utilité ne s'arrête pas là : ils sont d'un usage courant dans la recherche en agronomie, sociologie, biologie ou médecine car ils permettent la gestion simultanée de plusieurs paramètres sans que ceux-ci interfèrent. Finalement, une bien grande diversité d'applications pour un casse-tête commun… !

Constructions

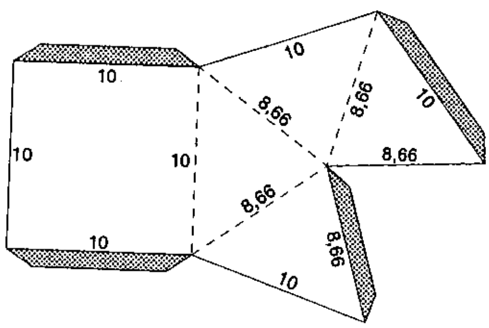
Le cube diamant
3 pyramides pour un cube

On propose ici 2 constructions similaires au puzzle spatial présenté dans l'énigme du "cube brisé". La particularité de ces deux réalisations consiste à former un cube mais cette fois à partir de formes pyramidales identiques (6 pour le cube diamant, 3 pour l'autre modèle).

Matériel nécessaire :

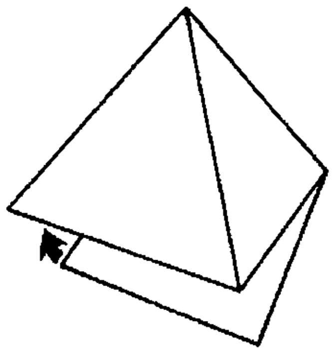
Outils classiques de géométrie, ciseaux, colle, papier Canson pour pliage, scotch. Pour construire les volumes, on aura besoin de patrons dessinés à plat : on pliera suivant les traits pleins, puis on formera le solide en collant les languettes hachurées sur le schéma.

Modèle n° 1 – le cube diamant
Il nécessite 6 pyramides à base carrée dont voici un patron

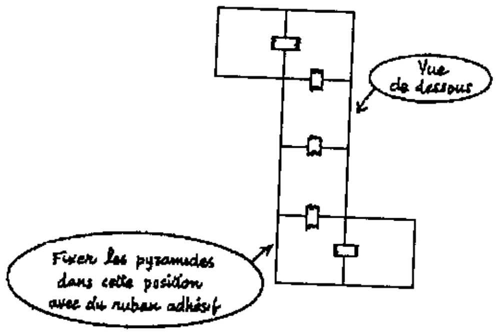


Les dimensions proposées peuvent être agrandies ou réduites en les multipliant ou en les divisant par le même nombre.

On forme chacune des pyramides en assemblant les arêtes avec de la colle.

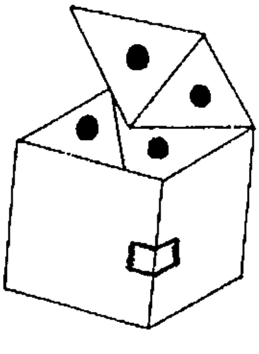


On assemble ensuite les 6 pyramides comme indiqué sur le schéma suivant :
Veillez à laisser un jeu de 1 mm pour l'articulation.

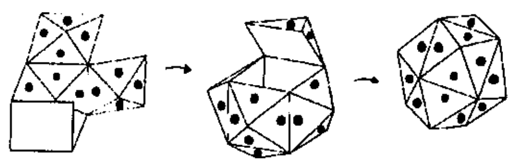


On obtient alors un système articulé qui permet de former :
- Un cube

Les faces marquées d'un point sont à l'intérieur du cube.

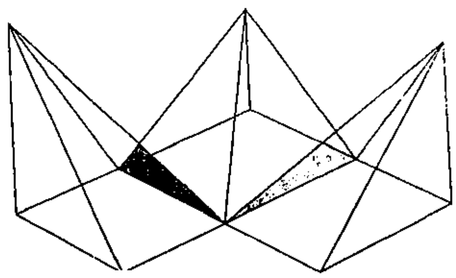


- Un volume ayant la forme d'un diamant, qu'on obtient en "dépliant" le cube



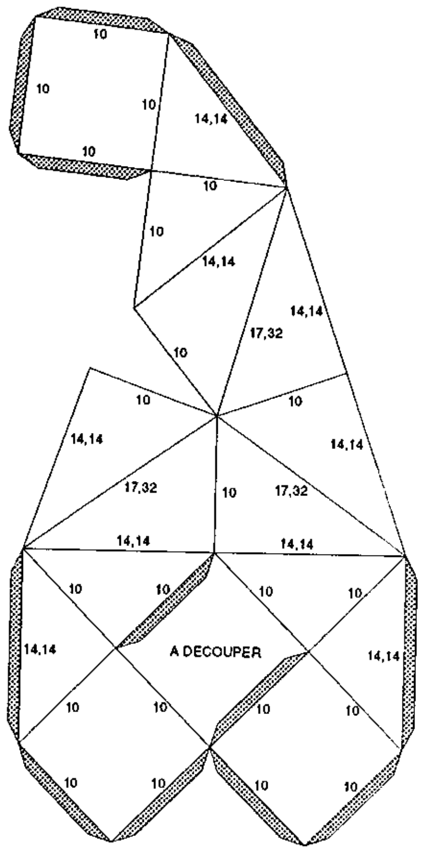
On obtient un volume appelé RHOMBODODECAEDRE (objet avec 12 faces possédant la forme d'un losange).

Modèle n° 2 – trois pyramides pour un cube.



On veut créer le dispositif suivant permettant de reconstituer un cube.

On pourrait construire les pyramides une par une mais on va faire mieux ! On va utiliser un patron unique qui tiendra compte des arêtes communes.



Un empilement problématique la boule manquante

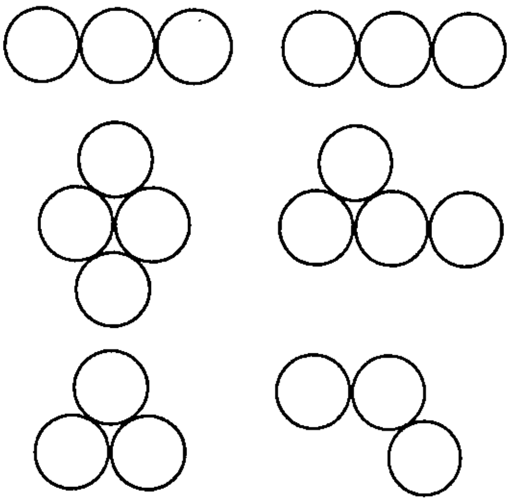
Il y a bien des façons d'empiler les boules : les deux constructions qui suivent vont exploiter ce fait. La première s'apparente à l'énigme "Mystère et boules de gommes", la deuxième prouve que, suivant la disposition, la place laissée libre par des boules peut être plus ou moins importante.

Matériel nécessaire :

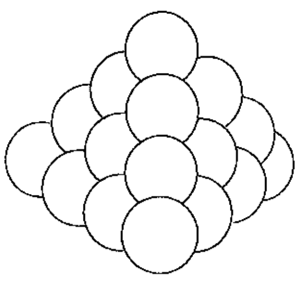
34 boules (pour les 2 modèles) : elles peuvent être en bois, en plastique, en polystyrène, en mousse, ou creuses. Il faut qu'elles puissent être assemblées par collage ou par un système de maintien rigide et solide (tiges).
1 cube d'arête égale à 3,82 fois le rayon des boules.

Modèle 1 – un autre empilement problématique
A partir de 20 boules, on crée 4 groupes de boules par assemblage.

6 groupes de boules.

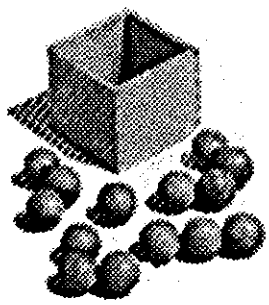


L'objectif est alors de réussir l'empilement suivant.

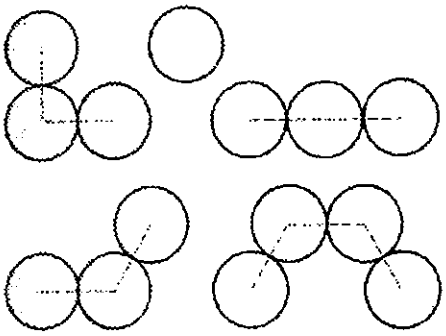


Modèle n° 2 – la boule manquante

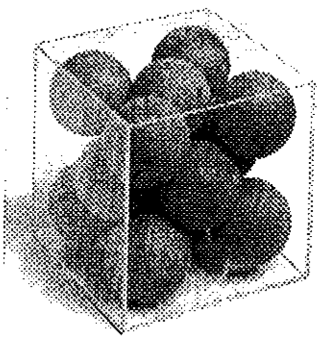
C'est un casse-tête qui permet, suivant la manière dont on dispose des boules pré-assemblées, de changer le nombre d'éléments qu'on peut mettre à l'intérieur d'un même cube.



On construit 5 formes composées de 14 boules



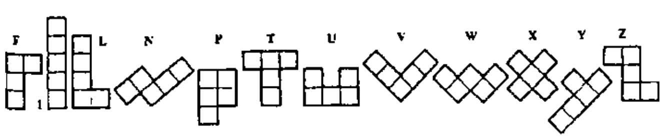
Les angles intervenant dans la disposition sont égaux soit à 90°, soit à 120°.
La boîte cubique devant recevoir les boules a une arête égale à 19,14 cm si le diamètre des boules est par exemple 10 cm.
On peut alors remplir indifféremment avec 14 ou 13 boules.



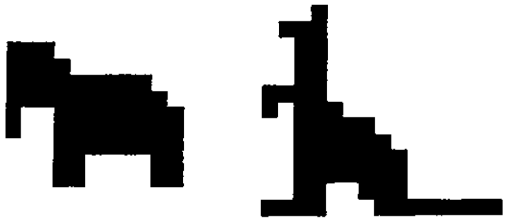
Tétracubes, pentacubes et soma-cubes

Rien de plus simple en apparence que d'empiler des cubes. C'est ce que proposent les énigmes "Jouons aux cubes" et "Un manque à combler". Derrière cette activité ludique accessible à tous dés le plus jeune âge, se cache un monde fourmillant de méthodes et de concepts mathématiques. De nombreux concepteurs de jeux et de casse-têtes se sont intéressés à ces constructions savantes, posant le problème de disposer convenablement des cubes suivant des règles et des vues précises.

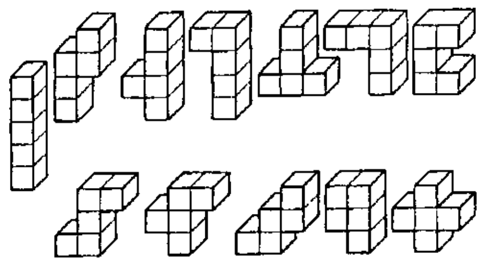
Le problème peut être compliqué à loisir en prenant non pas des cubes indépendants, mais des groupes de cubes.
A l'origine de cet ajout pas forcément simplificateur, un jeu de formes planes appelées ***pentominos***, inventé par le mathématicien américain W.G Solomon dans les années cinquante : il s'agissait de trouver toutes les formes possibles obtenues à partir de la juxtaposition de 5 carrés.
On obtient ainsi 12 pentominos (pento-, racine grecque signifiant 5 et -minos par référence aux dominos).
Pour l'anecdote, ces formes acquièrent toutes une forme assimilable à celle de lettres quoique pour certaines la similitude semble quelque peu tirée par les cheveux (mais les matheux sont coutumiers du fait...).



Plus amusant encore, l'assemblage de ces formes peut permettre la création de motifs ayant un sens : par exemple, il est possible avec les 12 pentominos de reconstituer la silhouette de lettres ou d'animaux.



On peut alors décider de "muscler" ces pentominos en leur apportant une certaine épaisseur: on se retrouve alors face aux pentacubes.

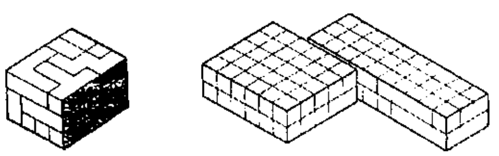


Matériel nécessaire :

1 tasseau de section carrée de 5 cm, colle à bois ou adhésif double face. On procédera à la découpe du tasseau afin d'obtenir une série de cubes identiques; la colle permet un collage définitif tandis que l'adhésif double face permet une utilisation multiple des cubes.

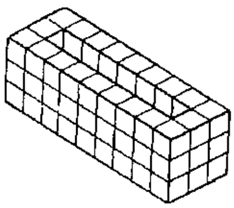
Modèle n° 1 – Les pentacubes

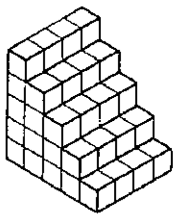
L'un des premiers problèmes auquel on peut se trouver confronté est alors celui du rangement: un rapide calcul mental nous autorise à affirmer que ces 12 pentacubes représentent un potentiel de 60 cubes ce qui peut permettre de créer différentes formes de parallélépipèdes ou de boîtes si vous préférez...



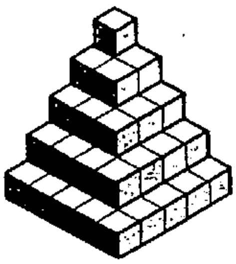
Des formules de calcul de volumes, peut-être profondément enfouies dans notre mémoire, nous permettent de vérifier la vraisemblance de ces constructions.
En effet on a bien $3 \times 5 \times 4 = 60$, $2 \times 6 \times 5 = 60$, $3 \times 2 \times 10 = 60$.

Tout cela pourrait paraître bien fade si l'on ne pouvait construire des formes reconnaissables. Pour les graines d'architecte, nous proposons ci-dessous la construction d'une baignoire sans fond et d'un escalier à 5 marches.





Pour compliquer la recherche, on peut fabriquer des objets ne nécessitant que la présence de 11 pièces. A vous de trouver celle dont on n'a pas besoin pour réaliser une pyramide d'inspiration aztèque ou encore un porte couteaux fonctionnel...

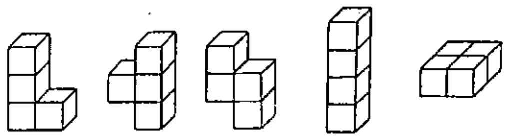


On peut alors se dire que le monde enchanteur des polyminos (juxtaposition de plusieurs carrés) et des polycubes nous attend, mais on se trouve vite confronté à des problèmes de nombre.
On peut effectivement, sans attraper de migraine, parler des tétraminos ...

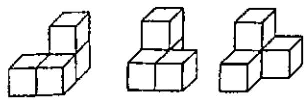
... (juxtaposition de 4 carrés) mais il ne faut guère espérer un développement ludique similaire à celui des pentominos.
Rappelons toutefois qu'encore récemment, ce type de forme faisait fureur dans certains logiciels de jeux tel le célèbre « Tétris «.

Modèle n°2 – Les tétracubes

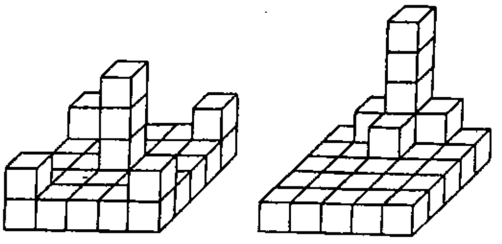
Une chance peut être donnée aux tétraminos en leur réservant le même traitement qu'aux pentominos: augmentons leur épaisseur, et nous obtenons 5 tétracubes.



Ajoutons leur des tétracubes non plans (c'est à dire qu'on ne peut poser à plat ces formes sans qu'un cube dépasse).



Ils sont alors au nombre de 8 et proposent quelques jolis problèmes architecturaux comme ceux qui suivent.



Réaliser ces 2 structures demande de la patience et un sens aigu de l'observation...

Quant aux hexaminos, hexacubes, heptaminos etc... leur nombre devient trop grand pour devenir réellement exploitable. En effet, on a dénombré 35 hexaminos, 107 heptaminos...et en 1967, on avait recensé 3 002 520 pentédécominos (juxtaposition de 15 carrés); les problèmes posés deviennent trop complexes à gérer, seul l'ordinateur peut les résoudre et là le plaisir de jouer n'est plus vraiment présent...

Modèle n°3 – Le Soma-cube

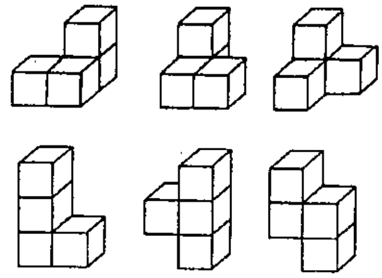
Toutefois, une dernière chance fut donnée aux tétracubes par un écrivain et inventeur danois de puzzles du début de ce siècle. Il créa un casse-tête équivalent à un tangram en 3 dimensions qu'il nomma le Soma-cube.

L'histoire raconte que, c'est en suivant une conférence de physique quantique, que Piet Hein, laissant vagabonder son imagination, conçut cet objet.

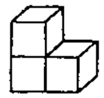
Autre anecdote, le nom de ce jeu semble faire référence au « Soma », drogue citée dans le livre « Le Meilleur des mondes » de Aldous Huxley, substance qui amenait ses consommateurs dans un doux état de rêves délicieux.

Rassurez-vous, bien que le soma cube soit passionnant, il ne semble pas y avoir d'accoutumance!

Pour réaliser les pièces du soma-cube, il suffit de considérer les pièces composées de 4 cubes mais avec l'obligation d'obtenir des reliefs. On obtient ainsi 6 pièces.

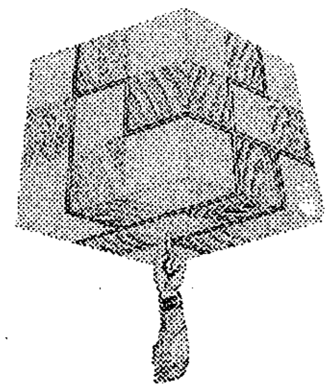


On complète cette famille par l'ensemble de 3 cubes répondant à la même condition.

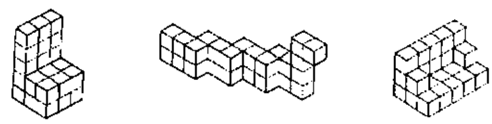


L'ensemble des groupes de cubes ainsi constitués totalise un ensemble de 27 pièces; on peut alors construire un grand cube incluant tous ces éléments.

Il existe des centaines de façons de construire ce cube; on peut alors corser la difficulté en donnant des contraintes supplémentaires, par exemple en créant une disposition permettant de faire tenir en équilibre le soma-cube sur un doigt !

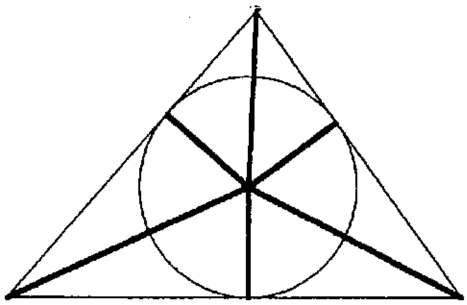


Mais si vous n'aimez pas les numéros de géométrie acrobatique, vous pourrez toujours vous rabattre sur des formes plus facilement identifiables: une chaise, un serpent, du mobilier...



Puzzles géométriques

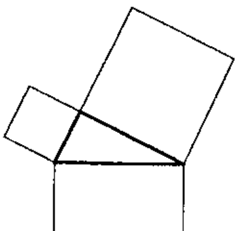
La découpe nécessaire à la réalisation de l'énigme du "pâtissier géomètre" n'a pas été faite au hasard : chacune des droites partant des coins du contenant partage chaque angle en 2 parties identiques (bissectrice), le point central a aussi la particularité d'être à une distance égale des 3 côtés du triangle (on l'appelle centre du cercle inscrit au triangle, qui est le plus grand cercle pouvant être bloqué dans la boîte).



Ce n'est pas la première fois qu'un puzzle de ce genre sert de vérification probante de l'existence d'une propriété mathématique.
L'un des théorèmes les plus connus, le théorème de Pythagore, a son énoncé illustré par une série de découpes qui en font un véritable casse-tête.

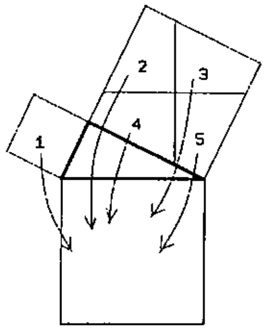
<u>Matériel nécessaire :</u>

Outils classiques de géométrie, ciseaux, papier Canson.
Reproduire la figure suivante sur du papier Canson en deux exemplaires.
Cette figure est constituée d'un petit carré, d'un



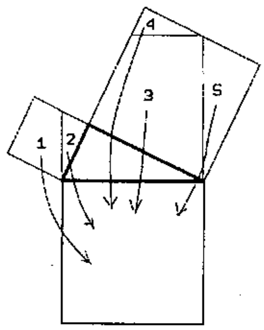
carré moyen, d'un grand carré et d'un triangle central.
On va procéder à des découpes sur le petit et le moyen carré, le grand carré jouant le rôle de contenant et le triangle central devenant inutile par la suite.

Puzzle n° 1



On garde le petit carré tel qu'il est.
Les traits servant à la découpe du carré moyen sont rigoureusement horizontaux et verticaux (ils sont parallèles aux côtés du grand carré), ils passent par le centre de ce carré.
Les 5 morceaux ainsi créés peuvent alors s'emboîter dans le grand carré.

Puzzle n° 2



On découpe le petit et le moyen carré en prolongeant les côtés du grand carré : encore une fois, il n'y a que des découpes horizontales et verticales.
Les 5 morceaux ainsi créés peuvent s'emboîter dans le carré du bas (veillez à marquer le dessus des pièces pour ne pas les retourner).

Que prouve cette manipulation ?

Elle permet de vérifier que l'aire du grand carré est égale à la somme des aires du petit et du moyen carré.
Toutefois, ceci n'est vrai que si le triangle, inutile lors de la découpe, possède un angle droit.
Le résultat est connu sous le nom de "théorème de Pythagore".

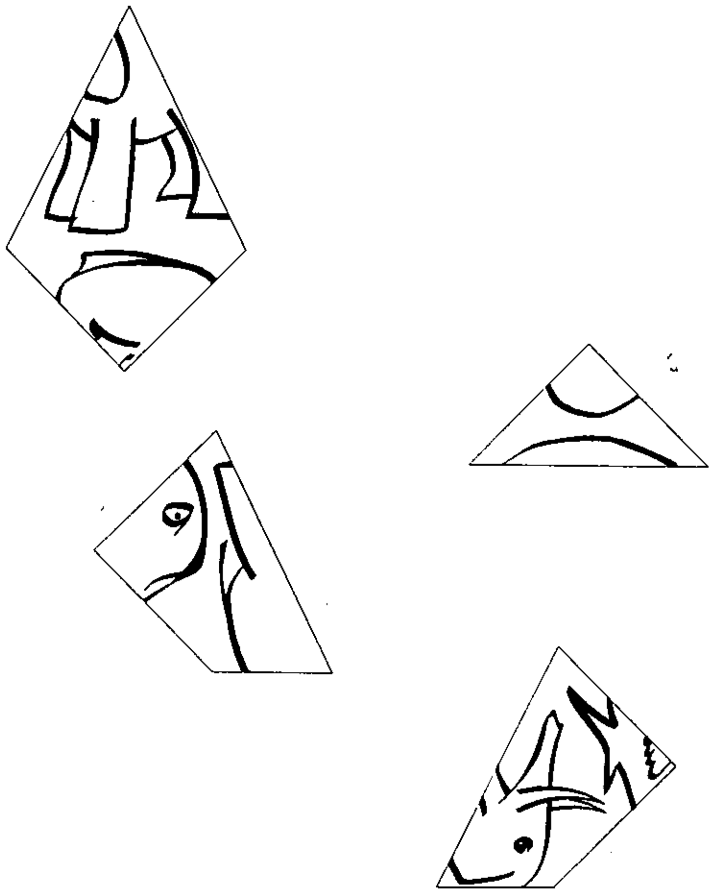
Autour du casse tête d'Henry Dudeney

Dans l'énigme du "carreau cassé", le découpage d'une forme carrée en 5 pièces nous permet d'obtenir d'autres silhouettes géométriques. Henry Dudeney fut l'un des grands spécialistes de ce genre de casse-tête : il se plaisait au début du siècle à en proposer aux lecteurs du "Daily Mail". On va décliner sur différents tons l'un de ces puzzles.

Matériel nécessaire : papier canson, ficelle, scotch, colle.

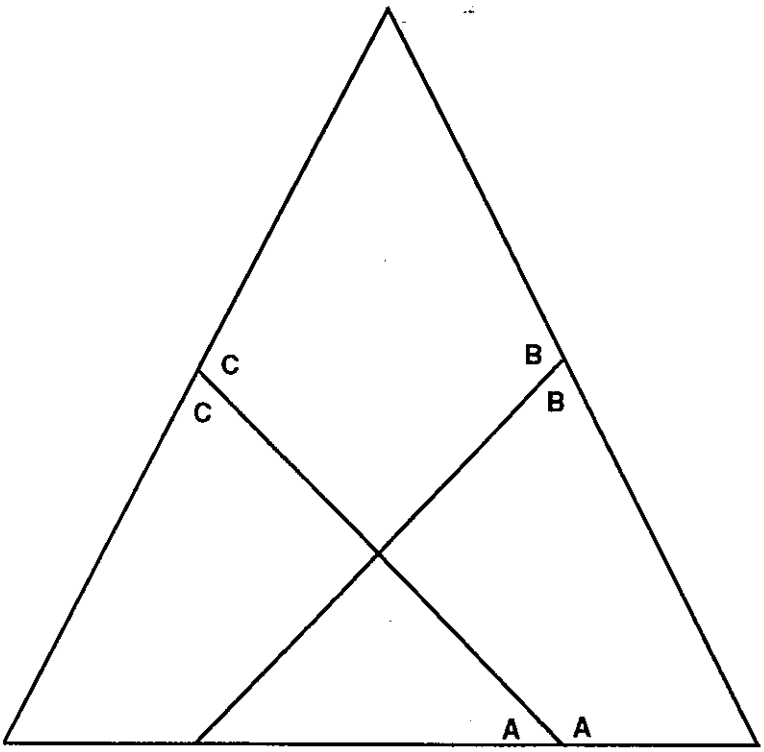
Modèle n° 1 – c'est le plus simple : il est agrémenté d'un décor modifiable suivant la position des pièces.

Découper les 4 pièces suivantes.
À vous de trouver le «carréléphant» ou le «poisocèle» !



Modèle n° 2

Le puzzle précédant comporte 4 pièces : il faudrait donc mettre de la mauvaise foi pour perdre une des pièces! Toutefois, pour les distraits incorrigibles, nous proposons un système de maintien des pièces de puzzle entre elles qui permet encore de s'amuser avec celui-ci.
Le modèle utilisé est le même que le précédent, issu d'une construction géométrique pure.



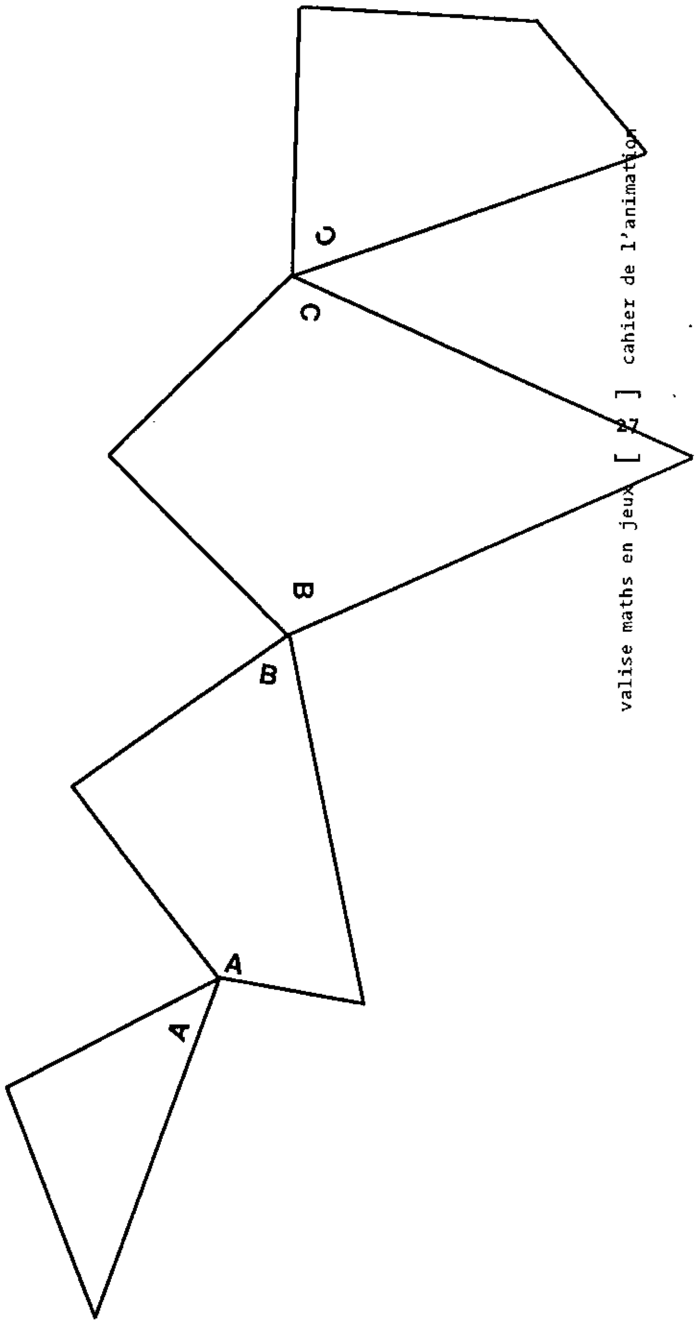
Le mathématicien amateur remarquera dans cette figure la présence d'angles droits et de milieux.

La manipulation va alors consister en :

- la découpe des 4 pièces
- la création de charnières entre les pièces aux points A, B et C (un fil scotché suffit!).

L'objectif est de réunir les 4 points au même endroit.

On dispose ainsi d'un magnifique agencement de mouvements (appelés aussi transformations géométriques) qui permettent de passer du triangle isocèle au carré.



Modèle n°3

Un problème cousin de celui proposé aux modèles n° 1 et 2 a aussi été résolu par H. Dudeney. C'est le problème dit du mercier. Il consiste à partager un triangle équilatéral en 4 parties qui, différemment disposées, donnent un carré.

Pour la petite histoire, l'illustration de la solution de ce problème fut peinte par un artiste nommé Delahaye dans une superbe gouache sur bois nommée à juste titre "Reconstitution".

Le dessin de base est encore une fois purement géométrique mais il recèle bien des surprises !

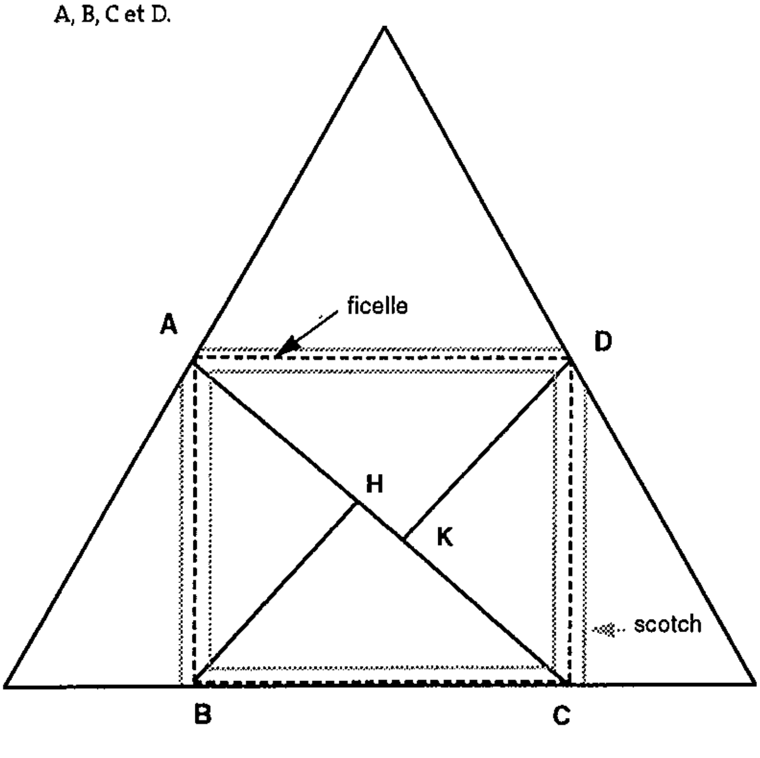
La figure initiale est un triangle équilatéral (Triangle dont les 3 côtés sont égaux). A noter encore une fois la présence d'angles droits et de milieux.

On peut dans un premier temps mettre en place le même mécanisme qu'au modèle n° 2.

Par des rotations soigneusement choisies, on pourra alors reconstituer un carré.

Découper le triangle de base : scotcher de la ficelle en continu le long des lignes pointillées (il faut qu'elle fasse le chemin complet de ABCD en revenant sans être coupée).

Inciser alors les lignes (AC), (BH) et (DK) en veillant à ne pas sectionner la ficelle aux points A, B, C et D.

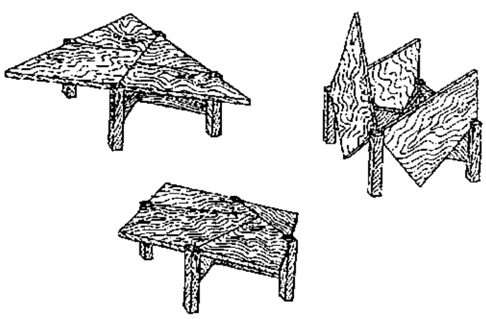


L'objectif est alors, en se servant de la ficelle pour basculer chacune des 4 pièces vers l'arrière, de créer un carré où les 4 ronds marqués sont rassemblés.

Ce procédé peut alors avoir une application étonnante proposée par Raoul RABA, constructeur d'objets mathématiques.

On peut créer une table modifiable à volonté qui peut s'adapter au nombre de convives (3 ou 4).

Plutôt qu'un long discours, la suite d'illustrations ci-dessous sera plus convaincante...



Métamorphose mathématique d'une table...

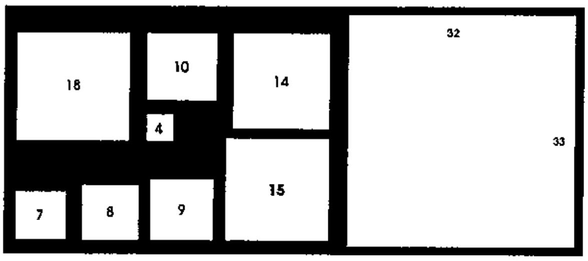
Un carré de carrés

Dans l'énigme du "Pachwork", on cherche à placer dans un cadre rectangulaire dix carrés de tailles différentes.

Dans une recherche de performance toujours accrue, on peut essayer de trouver un carré de carrés, c'est-à-dire un carré uniquement constitué de carrés tous différents.
La première étape est de passer par la construction d'un pseudo-carré, c'est-à-dire un rectangle dont la largeur et la longueur sont presque égales.

Matériel nécessaire :

Outils classiques de géométrie, ciseaux, feuilles de papier Canson (de couleur si possible).
Découper, en variant les couleurs, neuf carrés de dimensions indiquées sur le dessin suivant :



Avec ces 9 carrés, on peut alors reconstituer le rectangle situé à droite.

Les dimensions proposées peuvent être agrandies ou réduites en les multipliant ou en les divisant toutes par un même nombre.
Pour la petite histoire, on a prouvé mathématiquement que pour construire un tel rectangle, il faut au moins neuf carrés tous différents.

Et maintenant, le carré de carrés !
En fait, il en existe plusieurs, fruits de nombreuses années de recherche. Pour les construire, on suit toujours le même principe : découpe des carrés puis juxtaposition des pièces pour obtenir la forme définitive.

Modèle n° 1 – avec 24 carrés de dimensions :
1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 14, 16, 18, 20, 29, 31, 33, 35, 38, 39, 43, 51, 55, 56, 64 et 81
Reconstituer un carré de côté 175.

Modèle n° 2 – le plus petit des carrés de carrés :
Il a été découvert en 1978 et comporte 21 carrés dont les dimensions sont :
2, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 15, 16, 17, 18, 19, 24, 25, 27, 29, 33, 35, 37, 42 et 50.
A noter qu'on ne donne pas les dimensions du grand carré. A vous de les découvrir !

Un carré diabolique en 3 dimensions construction d'un carré magique

On va s'intéresser à certaines structures magiques inspirées des énigmes "Carré magique" et "Étoile magique".

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Un carré de cette sorte est dit magique car lorsqu'on additionne les nombres disposés en ligne, en colonne ou en diagonale on obtient toujours le même total égal ici à 15 qui est la somme magique.

Le carré est dit aussi d'ordre 3 car il dispose de 3 lignes sur 3 colonnes : il existe 8 carrés de ce type qui peuvent être trouvés grâce à celui présenté ici.

Il y a 880 carrés magiques d'ordre 4 (4 lignes, 4 colonnes) : leur découverte date du XVIIIe siècle. Le plus connu est celui apparaissant dans une

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

gravure de Dürer.

Sa somme magique est égale à 34.
Mais ce carré présente d'autres particularités : en regroupant de certaines manières des groupes de 4 chiffres, il s'entête à fournir comme somme de ces chiffres le nombre 34 !

Cette obstination à donner 34 nous autorise à dénommer ce carré

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16 + 3 + 5 + 10 = 34 !

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

3 + 2 + 15 + 14 = 34 !

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

5 + 3 + 14 + 12 = 34 !

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

5 + 9 + 8 + 12 = 34 !

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

10 + 11 + 6 + 7 = 34 !

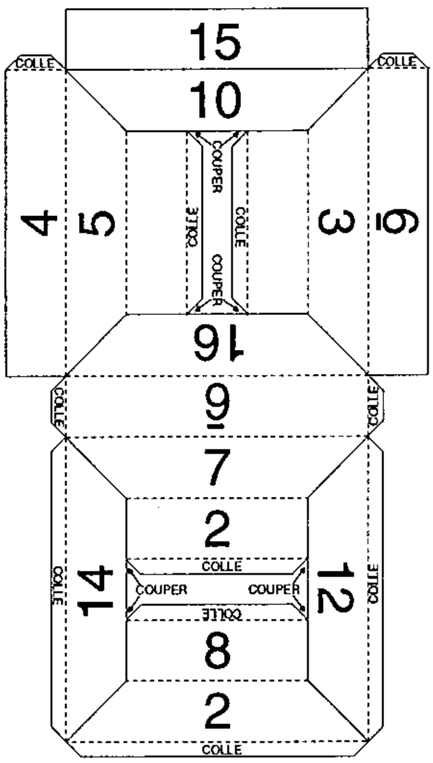
DIABOLIQUE !
Cette "diablerie" est encore mieux illustrée par la confection d'un modèle en 3 dimensions.

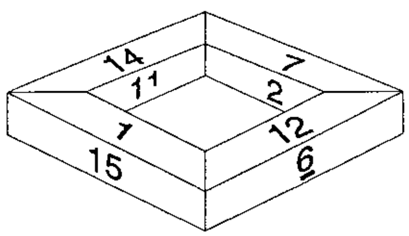
Modèle n° 1 – le cadre diabolique

<u>Matériel nécessaire :</u>

- patron de l'objet (on peut le reproduire sur du carton fort)
- colle, ciseaux

Sur ce modèle en 3 dimensions du carré diabolique, tous les nombres de 1 à 16 figurent sur chacune des faces. En regroupant par 4 de toutes les façons imaginables, ces nombres (à l'intérieur, à l'extérieur, en spirale) on totalise toujours 34 !





Modèle n° 2 – mode de construction d'un carré magique d'ordre 5

2 méthodes sont proposées
Méthode n° 1 – à partir d'un carré diabolique

Matériel :
- photocopie de la grille ci-dessous
- "fenêtre" en carton de 5 carreaux de côté

Le carré en haut à gauche est diabolique : on l'a reproduit une vingtaine de fois sur cette grille. En se munissant d'une "fenêtre" de la taille de ce carré de base et en la promenant sur cette grille, on voit apparaître où bon nous semble des carrés magiques (vérifiez sur les parties grisées !) qui sont d'ordre 5.

23	6	19	2	15	23	6	19	2	15	23	6	19	2	15	23	6	19	2	15
4	12	25	8	16	4	12	25	8	16	4	12	25	8	16	4	12	25	8	16
10	18	1	14	22	10	18	1	14	22	10	18	1	14	22	10	18	1	14	22
11	24	7	20	3	11	24	7	20	3	11	24	7	20	3	11	24	7	20	3
17	5	13	21	9	17	5	13	21	9	17	5	13	21	9	17	5	13	21	9
23	6	19	2	15	23	6	19	2	15	23	6	19	2	15	23	6	19	2	15
4	12	25	8	16	4	12	25	8	16	4	12	25	8	16	4	12	25	8	16
10	18	1	14	22	10	18	1	14	22	10	18	1	14	22	10	18	1	14	22
11	24	7	20	3	11	24	7	20	3	11	24	7	20	3	11	24	7	20	3
17	5	13	21	9	17	5	13	21	9	17	5	13	21	9	17	5	13	21	9
23	6	19	2	15	23	6	19	2	15	23	6	19	2	15	23	6	19	2	15
4	12	25	8	16	4	12	25	8	16	4	12	25	8	16	4	12	25	8	16
10	18	1	14	22	10	18	1	14	22	10	18	1	14	22	10	18	1	14	22
11	24	7	20	3	11	24	7	20	3	11	24	7	20	3	11	24	7	20	3
17	5	13	21	9	17	5	13	21	9	17	5	13	21	9	17	5	13	21	9
23	6	19	2	15	23	6	19	2	15	23	6	19	2	15	23	6	19	2	15
4	12	25	8	16	4	12	25	8	16	4	12	25	8	16	4	12	25	8	16
10	18	1	14	22	10	18	1	14	22	10	18	1	14	22	10	18	1	14	22
11	24	7	20	3	11	24	7	20	3	11	24	7	20	3	11	24	7	20	3
17	5	13	21	9	17	5	13	21	9	17	5	13	21	9	17	5	13	21	9

Méthode n° 2 – la méthode de Bachet

Matériel :
1 feuille quadrillée, 1 feuille de papier calque, crayons de couleur.

Étape n° 1 – Sur la feuille quadrillée, placez les 25 premiers chiffres comme suit :
en escalier...

				5
			4	
		3		
	2			
1				

puis...

				5	
			4		10
		3		9	
	2		8		
1		7			
	6				

puis

				5		
			4		10	
		3		9		15
	2		8		14	
1		7		13		
	6		12			
		11				

jusqu'à obtenir

				5				
			4		10			
		3		9		15		
	2		8		14		20	
1		7		13		19		25
	6		12		18		24	
		11		17		23		
			16		22			
				21				

Étape n° 2 – On isole certaines parties de cette structure en traçant les limites du futur carré magique.

				5				
			4		10			
		3		9		15		
	2		8		14		20	
1		7		13		19		25
	6		12		18		24	
		11		17		23		
			16		22			
				21				

Étape n° 3 – Découpez le carré, décalquez les 4 groupes de 3 chiffres à l'extérieur.
le carré

3		9		15
	8		14	
7		13		19
	12		18	
11		17		23

et les 4 calques

	2
1	
	6

	5	
4		10

20	
	25
24	

16		22
	21	

Étape n° 4 :– On vient placer sur le papier quadrillé les calques de la façon suivante :

- le calque qui était à l'extérieur gauche est placé à l'intérieur droit du carré.

3		9		15
	8		14	**2**
7		13	**1**	19
	12		18	**6**
11		17		23

Il se superpose sur des cases vides

- le calque qui était à l'extérieur droit est placé à l'intérieur gauche
- le calque qui était à l'extérieur bas est placé à l'intérieur haut
- le calque qui était à l'extérieur haut est placé à l'intérieur bas

Et vous créez ainsi un carré magique d'ordre 5.

Codes numériques

La résolution de l'énigme du "coffre au trésor" nécessite une bonne compréhension des consignes de l'énoncé et des notions de chiffre et de nombre. On peut imaginer sans peine que, tels les flibustiers des temps anciens, on ne s'embarrasse guère de subtilités mathématiques pour obtenir l'ouverture du coffre mais de nos jours, les chiffres et nombres interviennent souvent en tant que « clé « dans des domaines moins aventureux (du moins en apparence...), comme les domaines financiers et administratifs.

Activité 1 – Le billet de banque.

<u>Matériel :</u> 1 billet de 100 F, crayon + papier.
Le numérotage des billets de banque ne se fait pas au hasard : outre les protections habituelles contre les faux-monnayeurs (Papier filigrane, encres spéciales...), certaines des données numériques présentes sur un billet de cent francs répondent à des conditions précises.
Observons un billet de 100 francs; outre la valeur faciale, au dessus du portrait d'Eugène Delacroix apparaît un nombre à 10 chiffres (par exemple 6167265851).
Dans l'angle inférieur gauche apparaît un nombre à 6 chiffres qui est la terminaison exacte du nombre précédent (dans notre exemple 265851).
Dans l'angle inférieur droit apparaît un <u>code</u> constitué d'une lettre suivi d'un nombre de 3 chiffres (dans notre exemple S247).
Pour trouver ce code, il faut s'intéresser à la tranche des 4 premiers chiffres du nombre de départ c'est-à-dire dans notre exemple 6167.
Dans la suite de l'exposé, on appellera ce nombre la "clé".

Etape 1 :
Prenons les 2 derniers chiffres de cette « clé «: 67.
On y ajoute 1 : 67+1=68.
On se reporte alors au tableau suivant pour associer une lettre à ce nombre.

A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92

S	T	U	V	X	Y	Z	W
18	19	20	21	22	23	24	25
43	44	45	46	47	48	49	50
68	69	70	71	72	73	74	75
93	94	95	96	97	98	99	00

On remarquera qu'il manque la lettre I (confusion possible avec le chiffre 1) et que la lettre W est placée en dernier.
Le nombre 68 est bien associé à la lettre S.

Etape 2 :
Pour trouver le nombre qui suit cette lettre, on se reporte de nouveau à la "clé" : on prend les 2 premiers chiffres de cette "clé " c'est-à-dire 61.
On multiplie par 4 : 4 x 61= 244.

Etape 3 :
Mais comment alors obtenir 247 qui correspondrait à la terminaison du code S247 ?
On observe à nouveau le nombre formé par les 2 premiers chiffres de la « clé «
Si ce nombre est entre 1 et 24, on ajoute 1 au nombre obtenu à l'étape 2.
Si ce nombre est entre 25 et 49, on ajoute 2 au nombre obtenu à l'étape 2.
Si ce nombre est entre 50 et 74, on ajoute 3 au nombre obtenu à l'étape 2.
Dans le cas qui nous intéresse, on effectue donc : 244 + 3 = 247 car 61 est compris entre 50 et 74.
Le code est donc bien S247.
Voilà, c'est terminé ! Vous pouvez rendre le billet de 100 Francs à son propriétaire légitime et si vous êtes toujours fâchés avec la notion de chiffre et de nombre, consultez d'urgence un professeur de mathématiques...

Activité 2 – Le numéro de sécurité sociale.
Chaque français se voit attribuer dés sa naissance, un numéro d'identification facilitant les démarches administratives (paiement du salaire, remboursement des frais médicaux...).
Ce nombre est composé de 13 chiffres : le premier indique le sexe (1 : masculin, 2 : féminin).
Les 2 suivants, l'année de naissance.
Les 2 suivants, le mois de naissance.
Les 2 suivants, le département de naissance.
Les 6 suivants, le code de la commune et le rang de naissance dans le mois.
Ce numéro est souvent complété par un nombre de 2 chiffres, appelé « clé « qui sert à éviter les erreurs, qui comme chacun le sait sont assez rares dans l'administration...

Un procédé mathématique permet d'obtenir cette « clé « : il faut diviser le numéro de sécurité sociale par 97. Cette division tombe rarement juste ; elle possède donc un reste qu'on va soustraire à 97. C'est ce nombre qui sera la « clé « du numéro de sécurité sociale.

Prenons un exemple:
Madame M. a le numéro de sécurité sociale suivant :
2 48 09 59 412235.
En divisant ce nombre par 97, on obtient
$2480959412235 = 97 \times 25566591878 + 69$.
C'est ce dernier nombre que nous allons soustraire à 97.
$97 - 69 = 28$.

La clé est donc 28.

Lignes et colonnes

Dans l'énigme "L'enfer du jeu", on cherche à disposer des cartes sur un support carré en suivant certaines contraintes.
La difficulté première de ce genre de problème est de bien gérer la notion de ligne et colonne et l'appartenance d'éléments à ces structures suivant certaines conditions.
Le premier problème que nous vous présentons à l'avantage de remettre tout cela au point.

Activité 1 – 1 tour de télépathie

Matériel : crayon, papier, 3 pièces de monnaie, le public et vous !

Le tour :
1 - Le public choisit 8 nombres différents ; il les ajoute et garde secret le nombre égal à leur somme.
Exemple : 1, 4, 9, 11, 2, 8, 3, 7 - la somme est de 45.
2 - Le public dispose dans un tableau d'addition les 8 nombres choisis.

Exemple :

+	2	8	3	7
1	3	9	4	8
4	6	12	7	16
9	11	17	12	16
11	13	19	14	18

C'est le public qui ajoute !

3 - On élimine les nombres de départ : on garde uniquement le tableau des résultats

3	9	4	8
6	12	7	16
11	17	12	16
13	19	14	18

4 - On cache 3 des nombres de ce tableau avec les pièces

A	B	4	8
6	12	7	16
11	17	12	16
13	19	14	C

On a caché 3 nombres avec les pièces A, B et C.

5 - Le magicien (vous !) rentre alors en scène !
- Vous allez d'abord découvrir la somme secrète : pour cela, vous ajoutez 4 nombres du tableau qui ne sont ni sur la même ligne, ni sur la même colonne.
Par exemple : on ajoute 4, 12, 16 et 13 = 45 !

		4	
	12		
			16
13			

4, 12, 16 et 13 ne sont pas sur la même ligne, ni sur la même colonne.

- Vous allez maintenant découvrir par le même système les nombres cachés sous les pièces.
Par exemple : trouvons le nombre caché sous la pièce B.

Trouvons 3 nombres qui avec la pièce B ne sont ni sur la même ligne, ni sur la même colonne : 6, 14 et 16 conviennent.

	B		
6			
			16
		14	

On ajoute ces trois nombres 6 + 16 + 14 = 36
Pour arriver à la somme secrète (égale à 45), il manque 9
Donc 9 est caché sous la pièce B !

Par le même principe, on trouve le nombre caché sous la pièce A

A			
	12		
			16
		14	

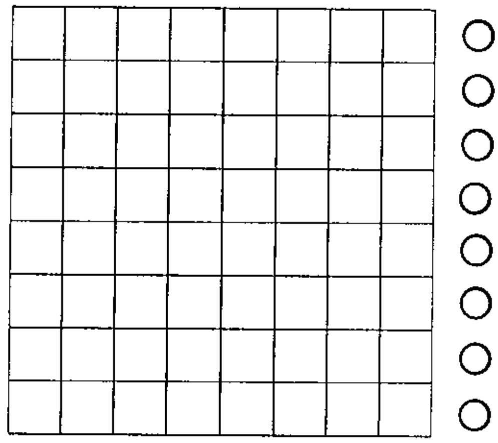
12 + 16 + 14 = 42
45 - 42 = 3
3 est caché sous la pièce A

On peut faire ce tour avec plus de nombres et en se servant d'une calculatrice qu'on dira "magique" bien sûr !

Activité 2 – Les 8 pions

<u>Matériel :</u> 8 pions, damier ou échiquier

Le rapport ici est évident avec l'énigme de référence.
L'énoncé de ce vieux problème est le suivant : "Placer les 8 pions sur le damier de telle façon qu'aucun d'eux ne se trouve dans la même rangée, colonne ou diagonale".



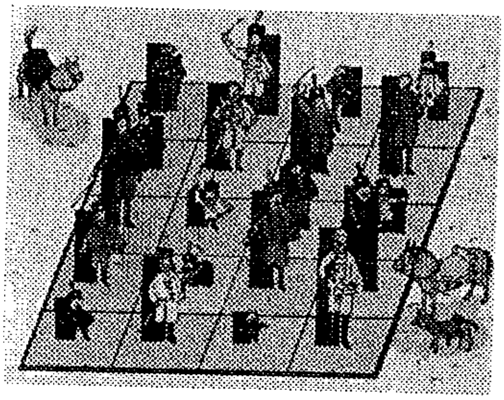
Se lancer dans la résolution au hasard est un peu risqué.
Il y a en effet 4.426.165.368 manières de poser 8 pions sur un échiquier !

Une méthode d'obtention de la solution est la suivante : placez un pion sur chaque rangée et déplacez-le systématiquement de colonne en colonne.
Une fois que vous l'avez trouvée, la solution peut en créer d'autres : il suffit de monter la disposition solution d'un cran, le pion de la rangée du haut passant à la rangée du bas (On peut suivre aussi ce principe en allant vers la gauche, la droite ou le bas).

Activité 3 – Le problème des hussards

Jeu mathématique ou jeu de "mots", ce problème ancien illustre un résultat mathématique étonnant.

Disposez 20 personnes de tailles différentes au hasard sur 4 rangées et 5 files.
Alors le plus petit des plus grands de chaque rangée est plus grand que le plus grand des plus petits de chaque file.
Quel que soit le nombre de rangées, de files et la disposition des personnes, ce résultat est toujours valable.
Ce phénomène est illustré par le schéma suivant.



Le plus petit des plus grands de chaque rangée est le deuxième hussard de la première rangée et le plus grand des plus petits de chaque file est le cinquième hussard de la troisième rangée.
Peut-être un futur jeu de cour de récréation...

Un exemple d'animation utilisant les ressources de la valise et du cahier d'animation

Jouons : Le cube brisé

Racontons : l'origine exotique de ce casse-tête et les jeux de "boîtes".

Idée : quelles découpes?

Construisons : 3 pyramides semblables s'assemblant pour donner un cube...

Idée : et une découpe plus régulière?

Construisons : 6 pyramides "égyptiennes" formant un cube. Disposées autrement, elles créent un diamant...

Idée : le miroir reproduit...

Construisons : Comment à partir d'un jeu de miroirs et d'un volume créer virtuellement un cube et d'autres solides...

Idée : et ça marche en 2 dimensions?

Jouons : Ah, les kaléidoscopes de notre enfance...

Idée : partageons équitablement!

Jouons : Le verger de Clovis (ou une sombre histoire mathématique de partage...)

Idée : et si le partage n'est pas équitable?

Jouons : Le pâtissier géomètre (faire de la géométrie sans le savoir!)

Idée : des propriétés géométriques...?

Construisons : le puzzle de Pythagore (best-seller des cours de maths...)

Idée : et d'autres partitions sur le carré...

Jouons : Le carreau cassé

Racontons : L'histoire du tangram...

Construisons : le casse-tête d'Henry Dudeney

Idée : et s'il n'y a ni symétrie, ni particularités géométriques... Vive le numérique!

Jouons : Le carré de carrés

Racontons : problèmes de rangement... ou une anecdocte sur le monde de la recherche mathématique..

Bibliographie sommaire

- Le cube brisé

"Alpha Juniors n° 147" Editions le Livre de Paris.

"1000 casse-tête du monde entier « Pieter Van Delft Editions Chêne.

"Jeux et Stratégies n°12 « Excelsior Publications.

"Hypercube n°2 « Editions Archiméde.

"Pythagore Vacances « Editions Hatier.

Mystère et boules de gomme

"Mathématiques et formes optimales" Editions Belin.

"Alpha Juniors n° 113" Editions le Livre de Paris.

"Alpha Juniors n° 151" Editions le Livre de Paris.

"Jeux et Stratégies n°12" Excelsior Publications.

"1000 casse-tête du monde entier" Pieter Van Delft Editions Chêne.

Jouons aux cubes, un manque à combler

"Pentominoes" Editions Tarquin.

"Jeux et Stratégies n°6" Excelsior Publications.

"1000 casse-tête du monde entier" Pieter Van Delft Editions Chêne.

"Autour du cube SOMA" Françoise Drouin Irem de Lorraine.

Le patchwork

"Hypercube n°2" Editions Archiméde.

"Science et Vie Junior n°114" Article de J.P Boudine.

"Mathématiques du Kangourou" ACL-Editions / Vuibert.

"Problèmes et divertissements mathématiques" Martin Gardner Editions Dunod.

Le carré magique, l'étoile magique

"Curiosités mathématiques 1" Gérald Jenkins - Anne Wild Editions Bass et Bass.

"Jeux et Stratégies n°14" Excelsior Publications.

"Jeux de l'esprit et divertissements mathématiques" J.P Alem Editions Seuil.

"Les divertissements de Matix" J-Jacques Dessoulavy Editions Delta et Spes.

"Pythagore Vacances" Editions Hatier.

"1000 casse-tête du monde entier" Pieter Van Delft Editions Chêne.

L'enfer du jeu

"Alpha Juniors n° 113" Editions le Livre de Paris.

Le carreau cassé

"Jeux et Stratégies n°14" Excelsior Publications.

"1000 casse-tête du monde entier" Pieter Van Delft Editions Chêne.

"Tangente n°32" Editions Archiméde.

Codes numériques

"Le calcul mental" Marius Portal Editions Aubanel.

"Mathématiques Sixième" Editions Bordas.

Source des illustrations

CONSTRUCTIONS

Le cube diamant, 3 pyramides pour un cube

"Pythagore Vacances" Editions Hatier.

"Activités géométriques" Editions Colin.

"Hypercube n°2" Editions Archiméde.

Un empilement problématique, la boule manquante

"Jeux et Stratégies n°12" Excelsior Publications.

"Mille casse-tête du monde entier" Editions Chêne.

Tétracubes, pentacubes et soma-cube

"Jeux et Stratégies n°6" Excelsior Publications.

"Mille casse-tête du monde entier" Editions Chêne.

Autour du casse-tête d'Henry Dudeney

"Jeux et Stratégies n°17" Excelsior Publications.

"Tangente n°32" Editions Archiméde.

Un carré de carrés

"Hypercube n°7" Editions Archiméde.

Un carré diabolique en 3 dimensions, construction d'un carré magique

"Curiosités mathématiques" Editions Bass et Bass.

Lignes et colonnes

"Alpha Junior n°148" Editions Livre de Paris.

HISTOIRES

Problèmes de rangement

"Alpha Junior n°147" Editions Livre de Paris.

"Jeux et Stratégies n°12" Excelsior Publications.

"Mille casse-tête du monde entier" Editions Chêne.

"Arabic Allover Patterns" Dover Design Library.

"Patchwork Quilt Designs" Dover Design Library.

"Le miroir magique de M.C Escher" Médéa.

Tangram et Co

"Mille casse-tête du monde entier" Editions Chêne.

Magie numérique

"Mille casse-tête du monde entier" Editions Chêne.

"Jeux de l'esprit et divertissements mathématiques" Editions Seuil.

"Jeux et Stratégies n°14" Excelsior Publications.

"Pythagore Vacances" Editions Hatier.

Carrés gréco-latins

"Alpha Junior n°148" Editions Livre de Paris.