Logarithmes

- **Définition** :

Si y , exprime un nombre 'a' élevé à la puissance x , il est noté $y = a^x$.

Ainsi, $a^1 = a$,

$a^x = a.a.a...a.a$, a est x fois multiplié par lui même,

La lecture inverse de la précédente fonction nous indique que :

x, est le logarithme en base a, de y .

Il est noté

$$x = \log_{(\text{base } a)} (y)$$

Une telle fonction est la réciproque de la fonction puissance.

Exemples:

10^3 = 1000, Le logarithme de 1000 en base 10 est =3 -> log[base 10] 1000 = 3

2^5 = 32, Le logarithme de 32 en base 2 est = 5 -> log[base 2] 16 = 5

- **Complément sur les puissances**

$$1/a = 1/ a^1 = a^{-1}$$
$$1/a^x = a^{-x}$$
$$a^n . a^m = a^{(n + m)}$$
$$a^n / a^m = a^n . a^{-m} = a^{(n-m)}$$

dans laquelle on peut remarquer que, si m=n , $a^n/a^m = 1$. Autrement dit $a^{(n-m)} = a^0 = 1$.

qui permet d'affirmer que: *tout nombre élevé à la puissance zéro est égal à 1*

$$(a^n)^m = a^{(m.n)}$$
$$(a^n)^{-m} = a^{(n/m)}$$

- **Conséquences**

$$\log_{[\text{base } a]} 1 = \log_{[\text{base } a]} a^0 = 0$$
$$\log_{[\text{base } a]} a = \log_{[\text{base } a]} a^1 = 1$$
$$\log_{[\text{base } a]} (1/a) = \log[\text{base } a]\ a\text{\^{}-}1 = -1$$
$$\log_{[\text{base } a]} a^x = x$$
$$\log_{[\text{base } a]} a^{-x} = -x = -\log_{[\text{base } a]} a\text{\^{}}x$$
$$\log_{[\text{base } a]} a^{(m+n)} = m + n$$
$$\log_{[\text{base } a]} a^{(m-n)} = m - n$$

- **Logarithme d'un produit** Quelle que soit la base employée

$$\log(u . v) = \log u + \log v$$
$$\log (u . u . u ... u . u) = \log u^n = \log u + \log u + ... + \log u = n \times \log u$$

si n = a/b , alors $\log u^{(a/b)} = n . \log u = (a/b).\log u$

- **Logarithme d'un inverse**

$$\log(1/u) = \log u^{-1}$$, de la forme $\log(u^n)$ avec n=-1. et ainsi

$$\log(1/u) = -\log(u)$$

- **Logarithme d'un rapport**

$$\log(u/v) = \log(u \cdot v^{-1}) = \log u - \log v$$

- **changement de base.**

En écrivant l'égalité $k.\log_a(u) = \log_b(u)$

a est la base de départ, b la base d'arrivée.

on en déduit $k = \log_b(u) / \log_a(u)$

***Exemple*:**

Pour passer d'un log en base 2 à un log en base 10. Posons u égal à la base a convertir soit u=2.

$$k = \log_{10}(2) / \log_2(2) = 0{,}301 / 1 = 0{,}301$$