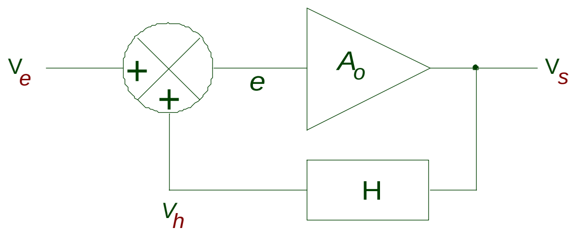
De la puce à l'oreille

- Jean-Claude BODOT -

La réaction
- appliquée aux chaînes électro acoustiques -

1- Principe :

Dans un étage amplificateur, la réaction consiste à ***additionner, à la tension d'entrée, une fraction de la tension de sortie***. C'est cette addition, qui la fait appeler « *réaction positive* ».
Elle peut être représentée dans tous les cas, par le schéma de principe élémentaire suivant.



V_e est la tension d'entrée du système,
V_s sa tension de sortie,
e la tension d'entrée effective de l'amplificateur de gain A_0.
$V_h = H.V_s$ la tension de report de la sortie vers l'entrée, (R-1)
et, H le coefficient de ce report.
En suivant ce schéma on peut écrire :

$$V_s = A_0.e \quad \text{(R-2)}$$

$$e = V_e + V_h = V_e + (H.V_s)$$

$$V_s / A_0 = V_e + (H.V_s) \Leftrightarrow (V_s/A_0) - H.V_s = V_e, \quad \text{(R-3)}$$

pour enfin aboutir à la relation de la tension de sortie vis-à-vis de la tension d'entrée

$$V_s = V_e .A_0 \ / \ (1- H.A_0) \quad \text{(R-4)}$$

Le gain global d'un tel montage est $A = V_s/V_e$. Ramené à la précédente relation
On définit l'équation fondamentale de la réaction. $A = V_s/V_e = A_0/ (1-H.A_0)$ **(R-5)***

Remarques :

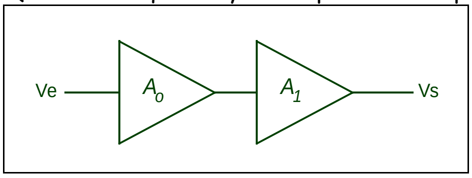
- Si H=0 , il n'y a aucune réaction de la sortie vers l'entrée, le gain du système $A=A_0$.
  A_0 est appelé « *Gain en boule ouverte* ». C'est un élément de la « *chaîne directe* ».
- H est le « coefficient de retour »
- Si le terme du dénominateur $H.A_0$, appelé « *facteur de bouclage* »,tend vers 1 alors le gain A tend vers l'infini. Le système est instable. En effet, $1-H.A_0$, le « facteur de réaction » tend vers 0 et son inverse tend vers l'infini.
- On pourrait imaginer que rendre le produit $H.A_0$ supérieur à 1, permettrait de stabiliser le système. Dans cete hypothèse, le gain changerait de signe (montage inverseur) et le système serait soumis à une réaction négative.
  Dans la réalité, dès que le système est instable, Il se bloque (exploitation dans des circuits logiques) ou oscille, en exploitant sa pleine tension d'alimentation.
  Ce qui rend impossible tout basculement des caractéristiques d'amplification.
- Dans ce même cas, le régime du système n'est plus linéaire. Ce qui signifie que le système n'obéit plus à une relation du type $V_s = k.V_e$. (R-6)
- La marge d'utilisation du facteur de bouclage $H.A_0$ est $0 \le H.A_0 < 1$
  Quoique passionnante, l'application de la réaction aux circuits amplificateurs dans les circuits logiques (astables ou bistables), ne sera plus traité. Seul les éléments attachés à l'électro acoustique seront retenus.

1.1 Autre représentation du système

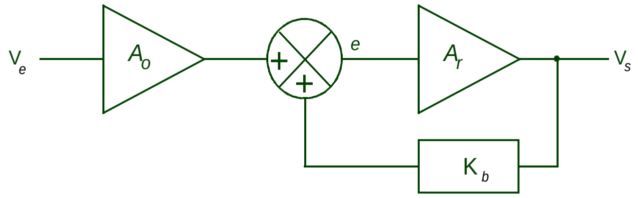
La relation (R-5) peut être écrite : $A = A_0.(1/(1\text{-}H.A_0)) = A_0.A_1.$ (R-7)

Dans laquelle $A_1 = 1/(1\text{-}H.A_0)$ (R-8)

Qui montre que le système peut être représenté par la cascade de deux amplificateurs A_0 et A_1.



A_1 varie de 1 à l'infini, ce qui indique que la moindre réaction positive accentue le gain de l'ensemble.



A_1 peut être identifié, à un amplificateur de gain unitaire A_r=1 , bouclé par un réseau, imposant un coefficient de retour est $K_b = H.A_0$, (R-9)
Il a été précédemment définit comme étant le facteur de bouclage
Le nouveau système a l'apparence du schéma ci-contre.

1-2 Critère de stabilité du système

La dérivation de A par rapport à A_0 dans l'expression (R-5) est $dA = dA_0 / (1\text{-}H.A_0)^2$ (R-10)

Qui amène, conformément à (R-9): $dA.\ (1 - K_b) = dA_0/(1 - K_b)$ (R-11)

En divisant les deux termes de cette dernière équation par A_0, et en remarquant que $(1\text{-}K_b)/A_0=1/A$ (R-12)

On obtient $dA/A = (dA_0/A_0).\left[1/(1\text{-}K_b)\right]$ (R-13)

Nyquist a démontré que le système est considéré stable tant que dA/A est inférieur ou égal à $2.(dA_0/A0)$

$$dA/A <= 2.(dA_0/A_0) \quad \text{(R-14)}$$

Autrement dit tant que $1/(1\text{-}H.A_0)$ est inférieur ou égal (<=) 2,
qui signifie que le coefficient de retour $K_b <= 1/2$ (R-15)

Conséquences importantes

- Au moment de l'amorce «d'*accrochage*», le produit $H.A_0$ est peu différent de 1. Vouloir stabiliser le système en toute sécurité revient à le ramener à une valeur maximale limite de ½.
- Une action sur le gain de la chaîne directe peut stabiliser le système.

Soient A_{0a} le gain de la chaîne directe du système, lors de l'amorce d'accrochage, et, A_{0s} le gain de cette même chaîne, assurant une stabilité inconditionnelle. De ce qui précède $A_{0s} <= A_{0a}/2$.

Exprimé en dB l'affaiblissement correspondant est NdB= 20.log (1/2) = -20. log (2) =- 6 dB. (R-16)

L'effet est identique en conservant le gain et en réduisant le facteur de retour de moitié.

On peut donc affirmer que :

- A coefficient de retour constant

Dès l'amorce d'accrochage, une réduction de gain de 6 dB de la chaîne directe du système, permet de le stabiliser.

- A gain de la chaîne directe constant

Dès l'amorce d'accrochage, une réduction de gain de 6 dB de la chaîne de retour du système, permet de le stabiliser.

♦ **application directe de ces deux lois dans le cadre d'un renforcement sonore.**

En imaginant que l'accrochage soit lié au couplage, entre une enceinte de retour et un micro proche.

2 solutions sont possibles (En champ libre , hors emploi d'un égaliseur dont les limites seront vues plus tard , micro et enceinte omnidirectionnels)

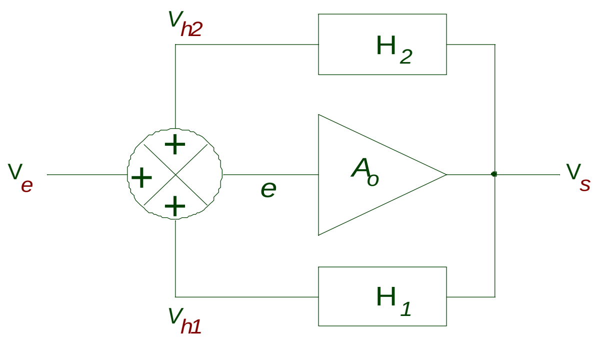
- Le sonorisateur fait chuter de 6 dB le niveau du retour concerné.
- L'artiste se déplace de telle manière à ce que la distance micro enceinte soit doublée vis a vis de la distance les séparant au moment de l'accrochage.

1-3 Les Boucles fréquentes

Dans une installation de renforcement sonore la configuration scènique fait apparaître trois types de bouclages possibles. Dans ce cas, et ***par analogie, toute tension d'entrée peut être identifiée à une pression appliquée à microphone et toute tension de sortie, à la pression acoustique délivrée par une enceinte acoustique***

- **<u>boucles multiples entre une entrée et une sortie:</u>**

Nous nous bornerons à deux boucles.
Ce type de couplage est conforme au schéma suivant.



Dans la pratique, H_1 peut être considéré comme le couplage direct entre l'enceinte acoustique et le micro, et, H_2 provoqué par une réflexion.

Les relations : $e = V_e + V_{h1} + V_{h2} = V_s / A_0$,

$V_{h1} = V_s.H_1$

$V_{h2} = V_s.H_2$

permettent d'écrire $V_s = A_0(V_e + V_s.(H_1+H_2)) \Leftrightarrow V_s.(1 - A_0.(H_1+H_2)) = A_0.V_e$

et d'aboutir à l'expression du gain $A = V_s/V_e = A_0/\left(1 - A_0.(H_1+H_2)\right)$

qui montre que l'on peut ramener ce schéma au schéma initial à condition de poser $H = H_1 + H_2$

Dans cette dernière relation on peut être amener à poser $H=H_1 (1+ H_2/H_1)$ ou $H= H_2(1+ H_1/H_2)$

afin de relativiser sur l'action de chacune des boucles vis à vis de l'autre.

♦♦ *<u>Généralisation</u>*

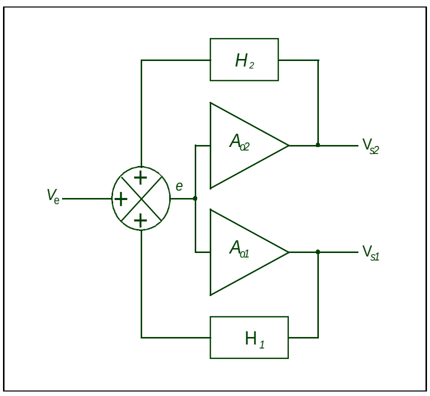
Si n est le nombre de boucle du système, l'analyse nous conduit à $A= A_0/ (1 - A_0(H_1 + H_2 +.....+ H_n)$

que l'on peux ramener à une unique boucle en posant $H= H_1 + H_2 +.....+ H_n$

et relativiser si nécessaire.

- **<u>boucles entre plusieurs sorties et une entrée:</u>**

Le schéma suivant résume le problème posé.
Pour des raisons de clarté nous nous bornerons à analyser un système comprenant deux boucles
Dans la pratique l'une des boucles peut représenter le bouclage entre le micro et la sonorisation de façade, l'autre, le bouclage régnant entre ce même micro et l'enceinte de retour.



Les relations de base sont :

$e = V_e + V_{s1}.H_1+ V_{s2}.H_2.$ (R-17)

$V_{s1} = e.A_{01}$ (R-18)

$V_{s2} = e.A_{02}$ (R-19)

En prenant un gain de référence A_0 , il devient possible de définir des coefficients tels que

$A_{01} = k_1.A_0 \Leftrightarrow k_1 = A_{01}/A_0$ (R-20)

$A_{02} = k_2.A_0 \Leftrightarrow k_2 = A_{02}/A_0$ (R-21)

Reportés dans (18) et (19) $V_{s1} = e.k_1.A_0 = k_1.V_s$ (R-23)

$V_{s2} = e.k_2.A_0 = k_2.V_s$ (R-24)

Dans lesquelles $V_s= e.A_0$, (R-25)

Soit $e = V_s /A_0$ (R-26)

Ainsi, $V_s/A_0= V_e + k_1.H_1.V_s + k_2.H_2.V_s$ (R-27)

Qui devient après identification et mise au même dénominateur

$$V_s. \left(1- k_1.H_1.A_0 - k_2.H_2.A_0\right) / A_0 = V_e \qquad \text{(R-28)}$$

Pour enfin définir un gain de référence

$$A = V_s/V_e = A_0 / (1- k_1.H_1.A_0 - k_2.H_2.A_0) = A_0 / \left(1- A_0.(k_1.H_1 + k_2.H_2)\right) \qquad \text{(R-29)}$$

Ce dernier n'est utile que si l'on peut retrouver les gains $A_1 = V_{s1}/V_e$ et $A_2 = V_{s2}/V_e$ (R-30)

De (R-23) et (R-24) on tire $V_s = V_{s1}/k_1 = V_{s2}/k_2$ (R-31)

De la même manière de (R-23) et (R-24) on déduit $A_0 = A_{01}/k_1= A_{02}/k_2$ (R-32)

En substituant, en fonction de la sortie considérée, V_s et A_0 par la relation concernée, dans l'équation (R-29) on trouve, Pour la sortie V_{s1} $\qquad V_{s1}/k_1.V_e = (A_{01}/k_1) \,/\, (1- A_{01}/k_1(k_1.H_1 + k_2.H_2))$ (R-33)

Qui devient $\qquad A_1 = V_{s1}/V_e = A_{01} \,/\, (1- A_{01}(H_1 + k_2.H_2/k_1))$ (R-34)

En employant la même méthode $\qquad A_2 = V_{s2}/V_e = A_{02} \,/\, (1- A_{02}(k_1.H_1/k_2 + H_2))$ (R-35)

♦♦ ***Généralisation***

Les 2 précédentes formules permettent d'étendre notre raisonnement à un système constitué de n circuits élémentaires et bouclés sur une même entrée. Si x est le circuit analysé.

$$A_x = V_{sx}/V_e = A_{0x} \,/\, (1- A_{0x}/k_x(k_1.H_1 + k_2.H_2 + \ldots + k_n.H_n)) \qquad \text{(R-36)}$$

Or $\quad (A_{0x}/k_x) . k_1.H_1 = A_{01}.H_1, \quad (A_{0x}/k_x) . k_2.H_2 = A_{02}.H_2 , \ldots , (A_{0x}/k_x) . k_n.H_n = A_{0n}.H_n$ (R-37)

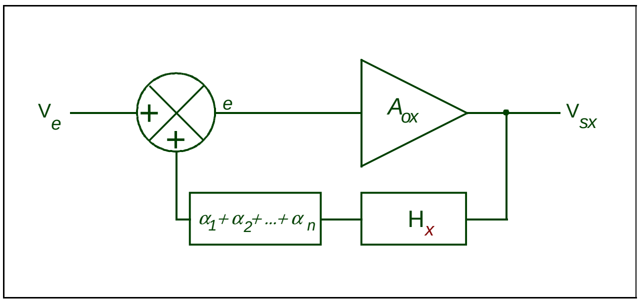
Appelons $\gamma_1 = A_{01}.H_1$, $\gamma_2 = A_{02}.H_2$, ….. , $\gamma_n = A_{0n}.H_n$ les « *facteurs de bouclage* »

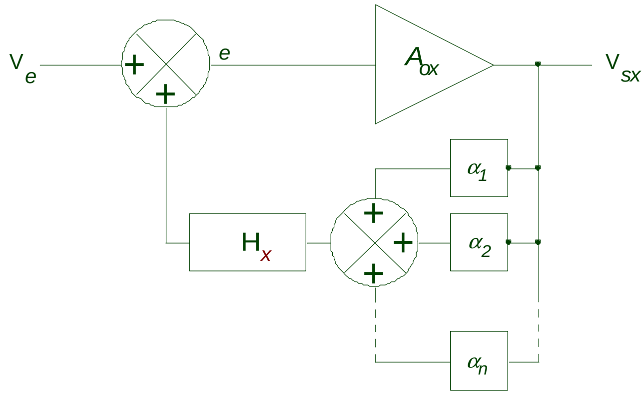
$$A_x = V_{sx} / V_e = A_{0x} / (1- (\gamma_1 + \gamma_2 + \ldots + \gamma_n)) \qquad \text{(R-38)}$$

En posant $\qquad \alpha_1 = \gamma_1/\gamma_x$, $\alpha 2 = \gamma_1/\gamma_x$,….., $\alpha_n = \gamma_1/\gamma_x$ (R-39)

Permet d'écrire $\qquad A_x = V_{sx} / V_e = A_{0x} \,/\, (1- \gamma_x . (\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n))$ (R-40)

La somme $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n$ est supérieure ou égal à 1, en effet, lorsque l'indice de α est égal à x, $\alpha_x = \gamma_x / \gamma_x = 1$
ce qui conduit aux deux schémas équivalents suivants





Schémas que l'ont peut réduire pour, finalement, aboutir au schéma élémentaire.

Remarques :

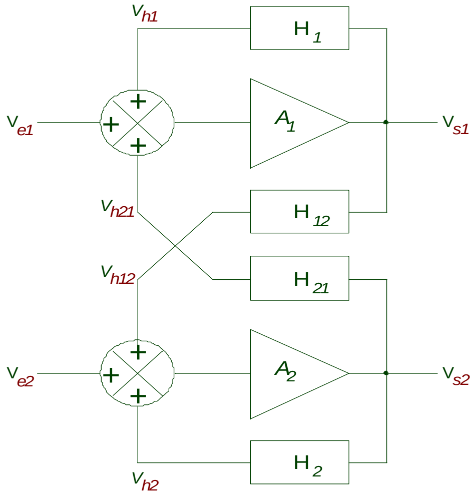
♦ ***Quelle que soit la boucle du circuit choisie, son gain est contrôlé par la somme de tous les facteurs de bouclage du système. Ce qui a pour conséquence, de transmettre les effets de l'instabilité d'une boucle, à toutes les autres boucles du système.***

♦ De ce qui précède il importe, pour que le système soit inconditionnellement stable, que la somme de tous les facteurs de bouclage soit inférieure ou égale à 1/2. Si cette condition est réalisée alors :

- Les boucles ayant le plus fort coefficient sont des boucles critiques.
- Les autres sont négligeables, à condition que, une variation faible de leur somme, ne fasse pas échapper à la condition de stabilité.

- **boucles entre n sorties et n entrées** :

le schéma suivant, limité à deux circuits couplés entre eux , permet l'analyse.



Il peut résumer le bouclage entre deux micros proches et leurs circuits de retour . Cas très fréquent sur les scènes exigues.
V_{e1}, A_1, H_1 et V_{s1} sont les éléments d'un circuit élémentaire. Il en va de même pour V_{e2} ,A_2 , H_2 et V_{s2}
Les relations de fonctionnement du système sont:

$$V_{e1} + V_{h1} + V_{h21} = V_{s1}/A_1$$
$$V_{e2} + V_{h2} + V_{h12} = V_{s2}/A_2$$
$$V_{h21} = V_{s2}.H_{21}$$
$$V_{h12} = V_{s1}.H_{12}$$

Par report $V_{e1}+V_{s2}.H_{21}= V_{s1}\left((1/A_1) - H_1\right) = V_{s1}(1 - H_1.A_1)/\ A_1$

$$V_{e2}+V_{s1}.H_{12}= V_{s2}\left((1/A_2) - H_2\right) = V_{s2}\left(1 - H_2.A_2\right)/A_2$$

dans lesquelles on reconnaît $A_{b1} = A_1 /(1 - H_1.A_1)$, le gain de la première boucle et,

$A_{b2}= A_2/(1 - H_2.A_2)$, le gain de la seconde.

La tension de sortie le la première boucle est $V_{s1}= A_{b1}.(V_{e1} + V_{s2}.H_{21})$

Celle de la seconde $V_{s2}= A_{b2}(V_{e2} + V_{s21}.H_{12})$

Par croisement $V_{s1}.(1 -A_{b1}.A_{b2}.H_{12}.H_{21})= A_{b1}.V_{e1}+A_{b1}.A_{b2}.H_{21}.V_{e2}$

$$V_{s2}.(1 -A_{b1}.A_{b2}.H_{12}.H_{21})= A_{b2}.V_{e2}+A_{b1}.A_{b2}.H_{12}.V_{e1}$$

Dans lesquelles ont apperçoit le produit de 4 termes $A_{b1}.A_{b2}.H_{12}.H_{21}$
qui confirme l'interaction des deux boucles.

Posons $A_{b1}.A_{b2} = A_{bt}$

et $H_{12}.H_{21} = H_{bt}$

ce qui implique un facteur de bouclage global $k_{bt} = A_{bt}.H_{bt}$

Appelons $k_{b2} = A_{b1}.H_{12}$ Le coefficient de bouclage du circuit 1 vers le circuit 2 .

Les tensions de sorties $V_{s1} = V_{e1}\ (A_{b1} /(1- k_{bt})) + V_{e2}.\left(A_{b1}.A_{b2}.H_{21}\ /(1-k_{bt})\right)$

$$V_{s2}= V_{e2}(A_{b2} /(1- k_{bt})) + V_{e1}.\left(A_{b1}.A_{b2}.H_{12} /(1-k_{bt})\right)$$

Appelons $k_{b12} = A_{b2} .\ H_{12}$ le coefficient de bouclage du circuit 1 vers le circuit 2 .

et $k_{b21} = A_{b1} .\ H_{21}$ le coefficient de bouclage du circuit 2 vers le circuit 1 .

$$V_{s1} = V_{e1}\ (A_{b1} /(1- k_{bt})) + V_{e2}.\left(A_{b1} .\ k_{b21}\ /(1-k_{bt})\right)$$
$$V_{s2} = V_{e2}.(A_{b2} /(1- k_{bt})) + V_{e1}.\left(A_{b2} .\ k_{b12} /(1-k_{bt})\right)$$

•• ***1° boucle***

posons V_{e1} différente de 0 et,V_{e2}=0 . la seconde boucle reste active mais aucune tension ne lui est est appliquée.

$$V_{s1} = V_{e1}.A_{b1}\ .\ (1/(1- k_{bt}))$$

L'entrée 1 est soumise à un gain supplémentaire $A= 1/(1- k_{bt})$

$$V_{s1} = V_{e1}.A_{b1}.\ A_1$$

posons V_{e2} différente de 0 et,V_{e1}=0 . la première boucle est active mais aucune tension ne lui est appliquée.

$$V_{s1} = V_{e2}.\left(A_{b1}.\ k_{b21}\ /(1-k_{bt})\right)$$

réduire son inffluence revient à réduite k_{b21} à remarquer que k_{bt} est réduit du même coup puisque $k_{bt}=k_{b21}.k_{b12}$
De la même manière

•• ***2° boucle***

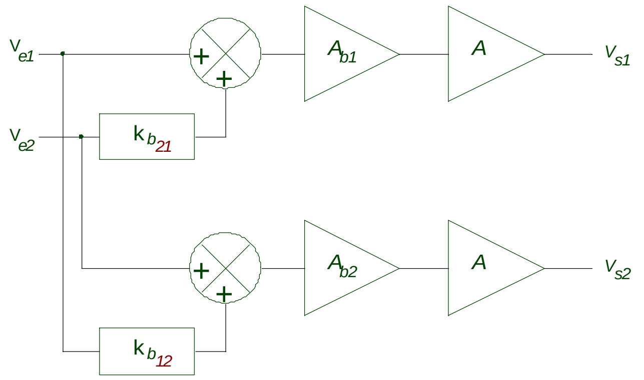
Pour V_{e2} différente de 0 et,V_{e1}=0
L'entrée 2 est soumise à un gain supplémentaire $A = 1/(1- k_{bt})$

$$V_{s2} = V_{e2}.A_{b2}.A'_{b2}$$

pour une tension V_{e2}=0 le report de V_{e1} sur $V_{s2} = V_{e1}.(A_{b2} . k_{b12} /(1-k_{bt}))$

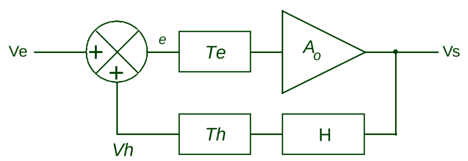
Remarque:

Le schéma suivant résume les relations qui précèdent.



1-4 <u>Réaction sélective</u> :

Deux fonctions de transfert T_e et T_h ont été adjointes au schéma de principe initial.



Elles traduisent la présence d'éléments sélectifs dans le système.
Autrement dit, la réponse de T_e et T_h dépend de la fréquence.
De ce schéma on déduit :

$e = V_e+V_h$, identique à (2), (R-41)

$V_s = e.T_e.A_0$, ⇔ $e = V_s/ T_e.A_0$, (R-42)

et $V_h = V_s.H.T_h$, (R-43)

Reportée dans (R-41) $e = V_e+ V_s.H.T_h$ (R-44)

Le rapprochement de (R-42) et (R-44) amène à : $V_s/ T_e.A_0= V_e+ V_s.H.T_h$ (R-45)

qui implique $V_s = V_e. A_0.T_e/ (1-H.T_h.T_e.A_0)$. (R-46)

En lui appliquant la relation (R-9) l'équation (R-46) révèle le gain $A = V_s/V_e= A_0.T_e/ (1- K_b.T_h.T_e)$. (R-47)

<u>Remarques</u> :

- Cette équation aurait pu être écrite immédiatement, en substituant dans (R-5) ;

A_0 par $A_0.T_e$, (A_0 -> $A_0.T_e$) (R-48)

et, H par $H.T_h$ (H -> $H.T_h$) (R-49)

Autrement dit en substituant A_0 par tous les éléments de la chaîne directe
Et H par les éléments de la chaîne de retour.
Dans la pratique les fonctions de transfert T_e et T_h sont méconnues et difficiles à évaluer.
La condition d'accrochage du système est : $K_b.T_h.T_e <\sim 1$ (lire inférieur et peu différent de 1) (R-50)
Cette même condition peut s'écrire : $K_b.(T_h.T_e) <\sim 1$. (R-51)
Elle dépend de la fréquence.
La condition de stabilité du système est : $K_b.T_h.T_e <= 0.5$ (R-52)
Cette même condition peut s'écrire : $K_b.(T_h.T_e) <= 0,5$. (R-53)
Elle dépend également de la fréquence.

1.4.1 <u>Seule la chaîne directe est sélective</u>

La chaîne de retour est donc apériodique T_h=1. (Sa réponse est constamment unitaire, donc indépendante de la fréquence)

♦ **<u>la fonction de transfert T_e est celle d'un filtre passe bas du 1° ordre</u>** :

soit $T_e = 1/ (1+s)$ (R-54)

Dans laquelle $s = \mathbf{p}.\tau$ (R-55)

• **p** est l'opérateur d'Heaviside. C'est un opérateur de transformation. Il est l'opérateur des transformées de Laplace
Pour un signal sinusoïdal, permanent, de fréquence f ou de pulsation $\omega = 2.\pi.f$, (R-56)
l'opérateur p s'écrit $\mathbf{p} = j.\omega$ (R-57)

• j est un opérateur imaginaire et vaut racine de -1 (Le radical est difficile à écrire sous Word). Cette écriture lui est analogue, $j=(-1)^{1/2}$, l'exposant ½ indiquant l'extraction d'une racine carrée.
Il est dit imaginaire car nous ne savons pas extraire la racine carrée d'un nombre négatif. Il très pratique pour exprimer une rotation.

A j correspond une rotation élémentaire de $\pi/2$ .rd (radian) soient 90°. Une rotation de π rd soit 180° correspond à 2 rotations de 90° et amènera à multiplier j par j soit j^2 =-1. Opérateur puissant puisque multiplier un vecteur par -1 revient à inverser son sens.
Il est à l'origine des nombres complexes.

- τ est la constante de temps du circuit passe bas. Réalisé à l'aide d'un circuit RC ou LR, τ=C.R=L/R, Il définit la pulsation de coupure (ou caractéristique), ω_0 du filtre à travers la relation : $\omega_0 = 1/\tau$. (R-58)

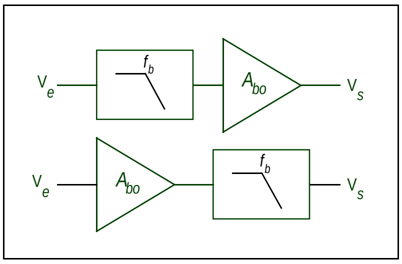
qui permet de définir la fréquence de coupure $f_0 = \omega 0/ 2.\pi = 1/ 2.\pi.\tau$ (R-59)

L'expression (R-47) devient $A = A_0.T_e/ (1- K_b.T_e) = A_0 / (1 - K_b+ s)$ qui après factorisation s'écrit

$$A = \left(A_0 / (1- K_b)\right) . \left(1/\left(1 + s/(1- K_b)\right)\right) \qquad \text{(R-60)}$$

Cette formule ne permet pas un dialogue facile. Posons $A_{b0} = A_0 / (1- K_b)$ (R-61)

qui n'est autre que le gain de boucle du système dépourvu de filtre, et $sb = s/(1- K_b)$, (R-62)



Ainsi l'expression du gain $A = A_{b0} .1/(1+s_b)$ (R-63)

qui traduit que le système est équivalent à un amplificateur de gain A_{b0} suivi ou précédé (la multiplication est commutative)
d'un filtre passe bas, qui à travers s_b , a une fréquence de coupure f_b.

De ce qui précède $s = \mathbf{p}/\omega_0 = j\ \omega/\omega_0 = j.f/f_0$ (R-64)

De ce fait $s_b = j.f/f_b$ (R-65)

Ou encore $s_b = j.f / f_0(1-K_b)$ (R-66)

Qui, après identification, montre que : $f_b = f_0.(1-K_b)$, (R-67)

En divisant les deux termes de cette équation par A_0

$$f_b/A_0 = f_0.(1-K_b)/A_0 \Leftrightarrow f_b/A_0 = f_0/A \Leftrightarrow f_b/f_0 = (1-K_b) = A_0/A \qquad \text{(R-68)}$$

Pour être complet, le module du gain est $|A| = A_{b0} / [1+(f / fb)^2]^{1/2}$. (R-69)

Il traduit sa courbe de réponse.

son argument est défini par sa tangente $tg\varphi = - f / f_b$ (R-70)

et par suite l'argument (l'angle) $\varphi = arctg\ (- f / fb)$ (R-71)

permet de connaître le décalage de phase entre la sortie et l'entrée du système.

Remarque :

La fréquence de coupure f_b du système bouclé ne suit pas la fréquence de coupure du filtre de la chaîne directe.
Elle baisse en fonction du facteur de réaction $(1-H.A_0)$.

Appelons k_f le rapport f_b / f_0 $k_f = f_b / f_0 = (1-K_b)$ (R-72)

Par dérivation toute variation du facteur de bouclage implique une variation $dkf = -d(K_b)$ (R-73)

On appelle « produit gain bande » le produit d'un gain par la bande de fréquences couverte avec ce gain. L'équation (68) montre que $f_d.A = f_0.A_0$. Le produit gain bande est indépendant du gain. On exprime cette caractéristique par

« le produit gain bande est conservé ».

la fonction de transfert T_e est celle d'un filtre passe bas du 2° ordre :

Une telle fonction de transfert peut s'écrire $T_e = 1/ (1 + s/Q + s^2)$ (R-74)

Fonction de la forme : $T = 1/a.s^2 + b.s +1$ (R-75)

Q est le « facteur de qualité » encore appelé « facteur de surtension » du filtre .

On le définit à partir de la fonction type par la formule $Q = a^{1/2}/ b$ (R-76)

Après développement le gain $A = A_0/(1- K_b).1/ \left(1+ s/Q(1-K_b) + s^2/(1-K_b)\right)$ (R-77)

En appliquant les mêmes conventions que précédemment, $A = A_{b0} .1/ (1+ s_b/Q_b + s_b^2)$ (R-78)

Comme pour le filtre du 1° ordre le système peut être schématisé par un amplificateur de gain A_{b0} suivi ou précédé d'un filtre passe bas .

Dans cette configuration deux termes sont différents du filtre de la chaîne directe.

- **la fréquence de coupure**

La fréquence caractéristique du filtre situé dans la chaîne directe est déterminée à partir du terme

$$s^2 = \mathbf{p}^2 / \omega_0^2 = j^2\ \omega^2 / \omega_0^2 = j^2.f^2 / f_0^2 \quad \Leftrightarrow s = j.f / f_0 \qquad \text{(R-79)}$$

Celle du système bouclé par

$$s_b^2 = j^2 . f^2 / f_b^2 = j^2 . f^2 / (f_0^2\ (1-K_b)) \text{ . par identification } f_b^2 = f_0^2(1-K_b) \qquad \text{(R-80)}$$

En divisant chacun des termes par A_0, $f_b^2/A_0 = f_0^2/A$ (R-81)

$$f_b = f_0(1-K_b)^{1/2} \Leftrightarrow f_b / f_0 = (1-K_b)^{1/2} = (A_0/A)^{1/2} \text{ ou encore} \qquad \text{(R-82)}$$

$$A / A_0 = (f_0/f_b)^2 \qquad \text{(R-83)}$$

Qui permet d'exprimer le rapport de gain A/A_0 en fonction de la fréquence.

Par dérivation $\quad dk_f = - dK_b/2$ (R-84)

Qui montre que la fréquence décroît en fonction du facteur de bouclage dans un rapport 1/2.

Remarque : Le produit gain bande n'est pas conservé.

- **le coefficient de qualité** $\quad Q_b = Q.(1-K_b)^{1/2}$. (R-85)

Sa dérive, en convenant que $\quad k_Q = Q_b \,/\, Q$ (R-86)

est : $\quad dk_Q = - dK_b /2$ (R-87)

Qui montre que le facteur de qualité décroît fonction du facteur de bouclage dans un rapport 1/2.

Ce rapport étant l'inverse du degré du filtre.

- **Expression du module et de l'argument du gain**

L'équation (74) écrite sous forme complexe $\quad A = A_{b0} \,/\, 1+ j.f \,/\, f_b.Q_b + j^2.f^2/f_b^2$, or $j^2 = -1$ (R-88)

Ce qui a pour conséquence de pouvoir écrire $A = A_{b0} \,/\, 1 - f^2/f_b^2 + j.f/f_b.Q_b$ (R-89)

Expression de la forme $\quad A = A_{b0} \,/\, (a + j.b)$, (R-90)

Avec $\quad a = 1 - f^2/f_b^2$ le terme réel et, $b = f/f_b.Q_b$ le terme imaginaire. (R-91)

Sous la forme élémentaire, le module du gain $|A| = A_{b0} \,/\, (a^2 + b^2)^{1/2} = A_{b0}.(a^2 + b^2)^{-1/2}$, (R-92)

Son argument est défini par sa tangente soit $tg\varphi = - b/a$. Le signe – montre que le complexe (a + j.b) est situé au dénominateur de l'équation complexe du gain. (R-93)

Mais, revenons à nos boutons. Par substitution $\quad |A| = A_{b0}.\left((1 - f^2/f_b^2)^2 + (f/f_b.Q_b)^2\right)^{1/2}$ (R-94)

Pour d'alléger l'écriture posons $\quad X=f/f_b$, (R-95)

ainsi $\quad |A| = A_{b0} .\left((1 - X^2)^2 + (X/Q_b)^2\right)^{1/2}$ (R-96)

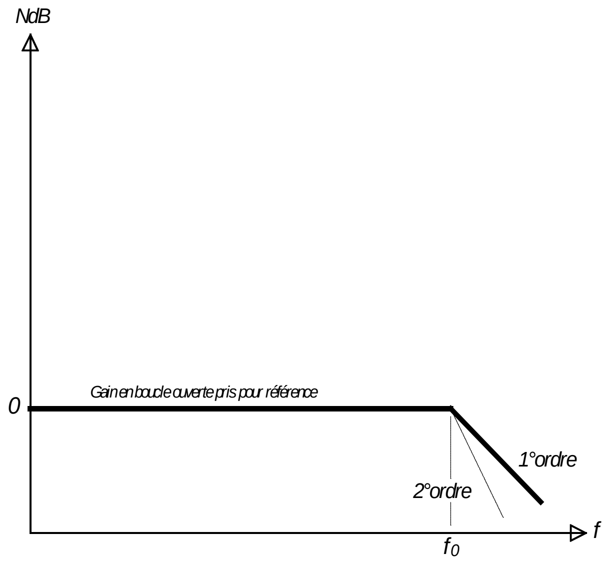
$$tg\varphi = - X \,/\, Q_b. (1-X^2) \quad \text{(R-97)}$$

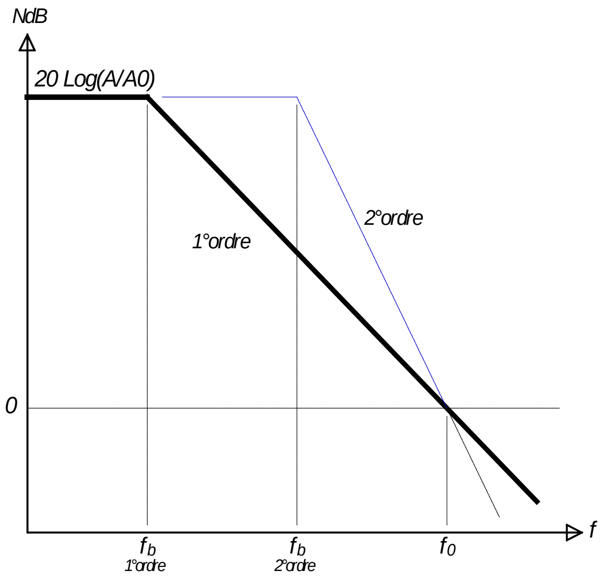
Remarque : Les identités remarquables montrent que $(1-X^2) = (1-X).(1+X)$.

Cette forme nous renseigne, plus aisément sur l'évolution et le signe de la tangente de l'argument .

$$tg\varphi = - X \,/\, (Q_b. (1+X).(1-X)) \quad \text{(R-98)}$$

♦ **Interprétation graphique** Les deux courbes montrent les asymptotes de la courbe de réponse du système .





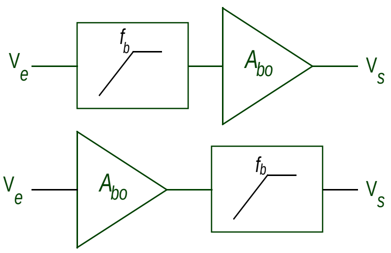
Equipé d'un filtre passe bas du 1° ordre,
L'asymptote a une pente de -6 dB par octave.

Équipé d'un filtre passe bas du 2° ordre,
L'asymptote a une pente de -12 dB par octave.

♦ **la fonction de transfert T_e est celle d'un filtre passe haut du 1° ordre** :

La fonction de transfert d'un filtre passe haut du 1°ordre est $\quad T_e = s \,/(1+s)$ (R-99)

En opérant comme précédemment, tous calculs faits $\quad A = A_{b0} \,.\, s_b/ (1+s_d)$ (R-100)



ce qui traduit que le système est équivalent à un amplificateur de gain A_{b0} suivi ou précédé d'un filtre passe haut,
et qui, à travers s_b , a une fréquence de coupure f_b.

$$s_b = s.(1-K_b) \qquad \text{(R-101)}$$

$$s_b = j.\ f\ /\ f_b = j.f\ .(1-K_b)\ /\ f_0 \qquad \text{(R-102)}$$

La fréquence de coupure f_b du système bouclé, vis-à-vis de la fréquence de coupure f_0 du filtre passe haut situé dans la chaîne directe , et,
du facteur de réaction ($1-K_b$) est: $f_b = f_0\ /\ (1-\ K_b)$ (R-103)

Si le facteur de bouclage $H.A_0$ est supérieur à 0, le système est bouclé. Il est soumis à un filtre passe haut dont la fréquence de coupure est supérieure à la fréquence de coupure du filtre inséré dans la chaîne directe.

En dérivant f_b par rapport à A_0 $\qquad df_b = f_0\ .\ H.dA_0\ /(1-K_b)^2$ (R-104)

qui interprète une variations df_b consécutive à une variation dA_0 du gain A_0 de la chaîne directe. Le coefficient de retour H étant constant.

L'équation (R-104) peut être écrite $\qquad df_b = f_0.H.\ dA_0\ /(1-K_b)/(1-K_b).$ (R-105)

Or le terme $f_0\ /(1-K_b) = f_b$, donc $\qquad df_b = f_b\ H/(1-K_b)dA_0.\ = f_b.\ H.A_0/(1-K_b)(dA_0/A_0)$ (R-106)

Ou encore $\qquad df_b = f_b K_b/(1-K_b)\ dA_0/A_0 \iff df_b/\ fb = (dA_0/A_0).\ K_b/(1-K_b)$ (R-107)

qui traduit la variation relative $df_b/\ f_b$ induite par une variation relative dA_0/A_0 du gain de la chaîne directe. Le coefficient de retour H étant constant .

En divisant par s_d ,haut et bas, le second terme de l'équation (R-100) , elle devient $\quad A = A_{b0}\ .\ 1/\ (1+1/s_d)$ (R-108)

Puis, ramenée à sa forme complexe $\qquad A = A_{b0}\ .\ 1/\ (1+1/j.(f\ /\ f_b))$ (R-109)

En lui appliquant la relation (R-95) $\qquad A = A_{b0}\ .\ 1/\ (1+1/j.X)$ (R-110)

Or $1/j = j\ /\ j..j = j/j^2$ et puisque $j^2 = -1$, $1/j = -j$, de ce fait $\quad A = A_{b0}\ .1/\ (1-\ j/X)$. (R-111)

Qui permet d'extraire le module du gain $\qquad |A| = A_{b0}\ .\left(1/\ (1+\ (1/X)^2)^{1/2}\right).= A_{b0}\ .\ {}^{X}/(1+X^2)^{1/2}$ (R-112)

La tangente de son argument $\qquad tg\ \varphi\ = 1/X = f_b/f$ (R-113)

De laquelle on tire $\qquad \varphi\ = \text{arctg}\ (\ f_b/f\ )$ (R-114)

L'angle de déphasage de la tension de sortie du système, par rapport à la tension d'entrée.

♦ **<u>la fonction de transfert T_e est celle d'un filtre passe haut du 2° ordre</u>** :

Une telle fonction de transfert s'écrit $\qquad T_e = s^2/\ (1+\ s/Q\ +s^2)$ (R-115)

Tous calculs faits l'expression du gain est : $\quad A = A_0.\ s^2/\ (1+s/Q+\ (1-K_b).s^2).$ (R-116)

En multipliant haut et bas le second terme par $(1-K_b)$, et après mise en forme,

$$A = (A_0/(1-K_b)).(\ s^2.(1-Kb)\ /\ (1+s/Q+\ (1-K_b).s^2)) \qquad \text{(R-117)}$$

Après sa mise sous la forme, devenue habituelle,

$$A = A_{b0}\ .\ s_b^2/\ (1+\ s_b/Q_b\ +s_b^2) \qquad \text{(R-118)}$$

A_{b0} est conforme à l' expression (R-61) et, $\quad s^2_b = s^2\ (1 - K_b) \iff s_b = s.\ (1 - K_b)^{1/2}$

Ramené à sa forme complexe $\qquad j.\ f\ /\ f_b = j.\ f\ /\ (f_0\ .\ (1-K_b)^{1/2}\ )$ (R-119)

qui montre que $\qquad f_b = f_0/\ (1-K_b)^{1/2} \iff f_b = f_0\ /\ (1-H.A_0)^{1/2} \iff f_b\ /\ f_0 = 1/\ (1-H.A_0)^{1/2}$ (R-120)

Si le système est bouclé. Il est soumis à un filtre passe haut dont la fréquence de coupure est supérieure à la fréquence de coupure du filtre inséré dans la chaîne directe.

En opérant comme pour le filtre passe bas du second ordre , le coefficient de surtension du système est

$$Q_b = Q.(1-K_b)^{1/2} \qquad \text{(R-121)}$$

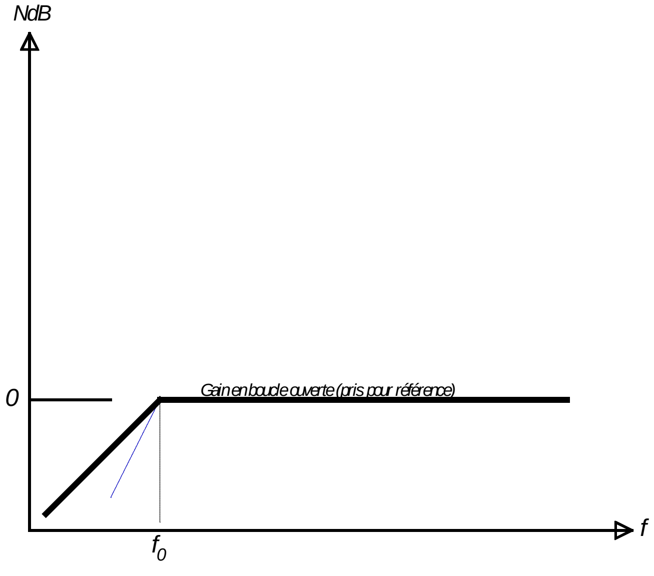
Par définition le facteur de réaction $(1-K_b)$ est inférieur ou égal à 1. Il en est de même pour sa racine carrée.
le rapport $Q_b/Q = (1-K_b)^{1/2}$,est par voie de conséquence inférieur ou égal à 1. Autrement dit, Q_b *est inférieur ou égal à Q*
Le module du gain A est extrait en employant la méthode précédente.

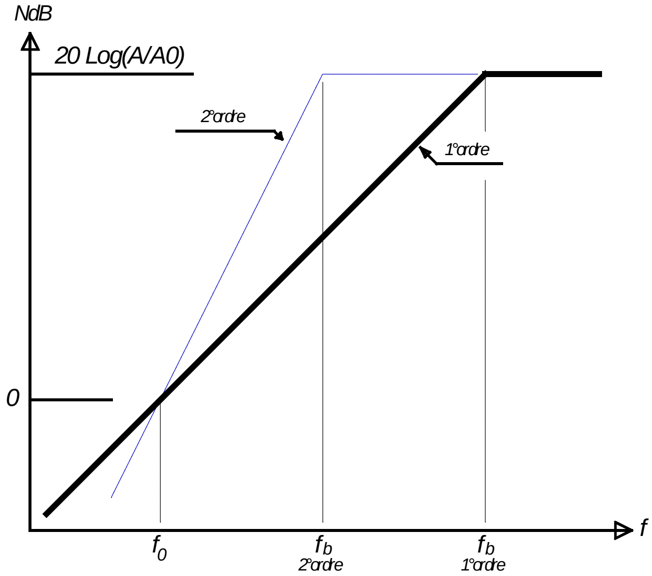
$$|A| = A_{b0}\ .\ X^2\left((1 - X^2)^2 + (\ X/Q_b)^2\right)^{1/2} \qquad \text{(R-122)}$$

L'argument est $\qquad \varphi\ = \text{arctg}X\ /\ (Q_b\ .(X^2\ -1))$ (R-123)

J'encourage le lecteur a les développer.

♦ **<u>Interprétation graphique</u>** La figure montre les asymptotes de la courbe de réponse du système, équipé dans sa chaîne directe :





- d'un <u>filtre passe haut du 1° ordre</u>,

L'asymptote a une pente de 6 dB par octave.

- d'un <u>filtre passe haut du 2° ordre</u>,

L'asymptote a une pente de 12 dB par octave.

<u>Remarque importante</u>

De ce qui précède nous pouvons conclure qu'***un système positivement bouclé ne suit pas les fréquences caractéristiques des filtres passe bas et passe haut situés dans sa chaîne directe.***

Dans ce seul cadre, limité aux éléments de cette analyse, et pour animer cette remarque, situons nous dans le cas de stabilisation inconditionnelle limite , soit lorsque $K_b = 1/2$. Le facteur de réaction est donc : $1\text{-}K_b = 1/2$

En reportant cette valeur dans chacun des cas analysés, f_0 restant la fréquence de coupure du filtre de la chaîne directe.

♦♦ <u>Pour un filtre du 1° ordre</u> :

- ***passe bas*** , la relation (R-68) permet d'écrire $f_b = 0{,}5.\ f_0$ soit $f_b = f_0/2$.

La fréquence caractéristique résultante est donc décalée d'une octave vers le bas .

- ***passe haut*** , par interprétation de la relation (R-103) , $f_b = f_0/0{,}5 = 2.f_0$

La fréquence de coupure résultante est décalée d'une octave vers le haut.

♦♦ <u>Pour un filtre du 2° ordre</u> :

- ***passe bas*** , la relation (R-82) permet d'écrire $f_b = 0{,}5^{1/2}.\ f_0$ soit $f_b = f_0/2^{1/2}. = 0{,}707.\ f_0$.
  La fréquence caractéristique résultante est donc décalée d'une demi octave vers le bas.
- ***passe haut*** , par interprétation de la relation (R-120) , $f_b = f_0/0{,}5^{1/2} = 2^{1/2}.f_0 = 1{,}414\ f_0$
  La fréquence de coupure résultante est décalée d'une demi octave vers le haut.

1-4-2 <u>Seule la chaîne de retour est sélective</u>

La chaîne directe est donc apériodique $T_e = 1$. (Sa réponse est constamment unitaire, donc indépendante de la fréquence)

L'expression (R-47) devient $A = A_0 / (1\text{-}\ K_b.T_h)$ (R-124)

♦ **<u>la fonction de transfert T_h est celle d'un filtre passe bas du 1° ordre</u>** :

soit $T_h = 1/\ (1+s)$ (R-125)

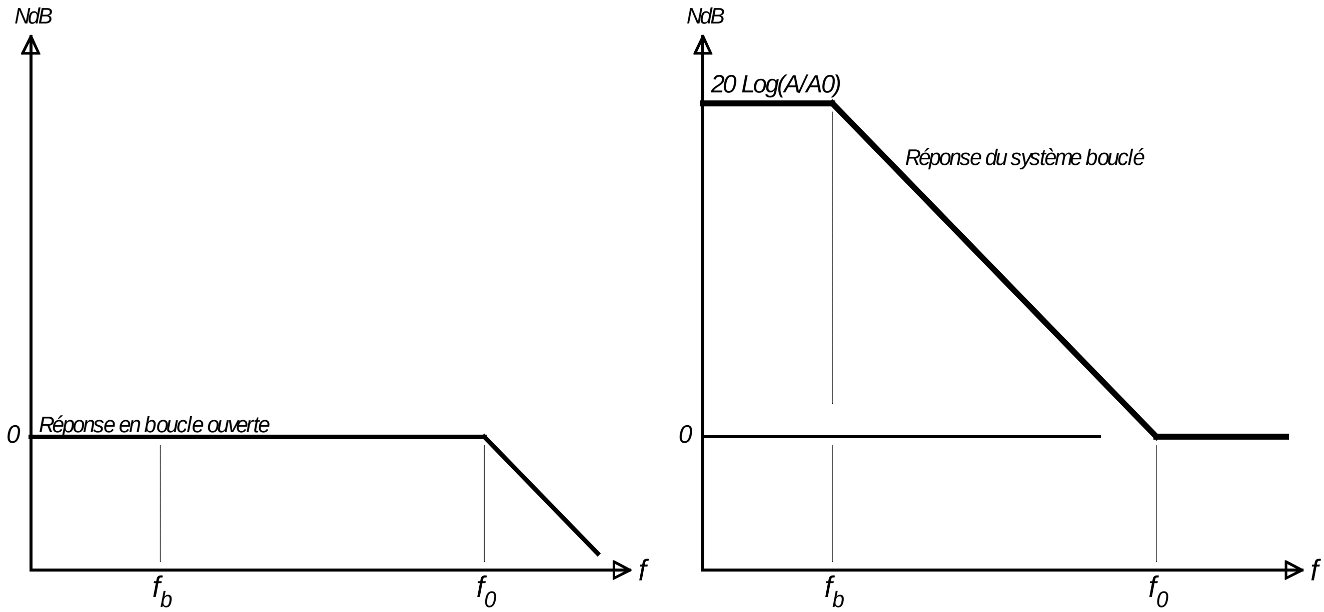
En l'implantant dans (R-124) $A = A_0 / 1\text{-}\ K_b /(1+s) = (\ A_0 / 1\text{-}\ K_b).((1+s) / (1+s/(1\text{-}K_b)))$ (R-126)

En employant les mêmes conventions que dans les chapitres précédents.

(R-126) prend la forme $A = A_{b0}\ .\ (\ 1+s\ )/\ (1+\ s_b)$ (R-127)

L'identification de $s_b = j.\ f\ /\ f_b = j.\ f\ /\ f_0(1\text{-}K_b)$ (R-128)

Permet d'affirmer que $f_b = f_0.(1\text{-}K_b)$ (R-129)



La figure ci dessus montre la comparaison entre la réponse asymptotique du système en bouble ouverte (à gauche) et ce même système bouclé (à droite) .

La fonction passe bas n'est pas respectée.

Il en est de même si la fonction de transfert T_h est celle d'un filtre passe bas, d'ordre supérieur à 1. L'asymptote oblique suit la pente de l'ordre du filtre.

♦ **<u>la fonction de transfert T_h est celle d'un filtre passe haut du 1° ordre</u>** :

Sa transmittance est $T_h = s/(1+s)$ (R-130)

En l'implantant dans (R-124) $A = A_0 / 1- K_b.s /(1+s) = A_0 .(1+s)/(1+ s.(1-K_b))$ (R-131)

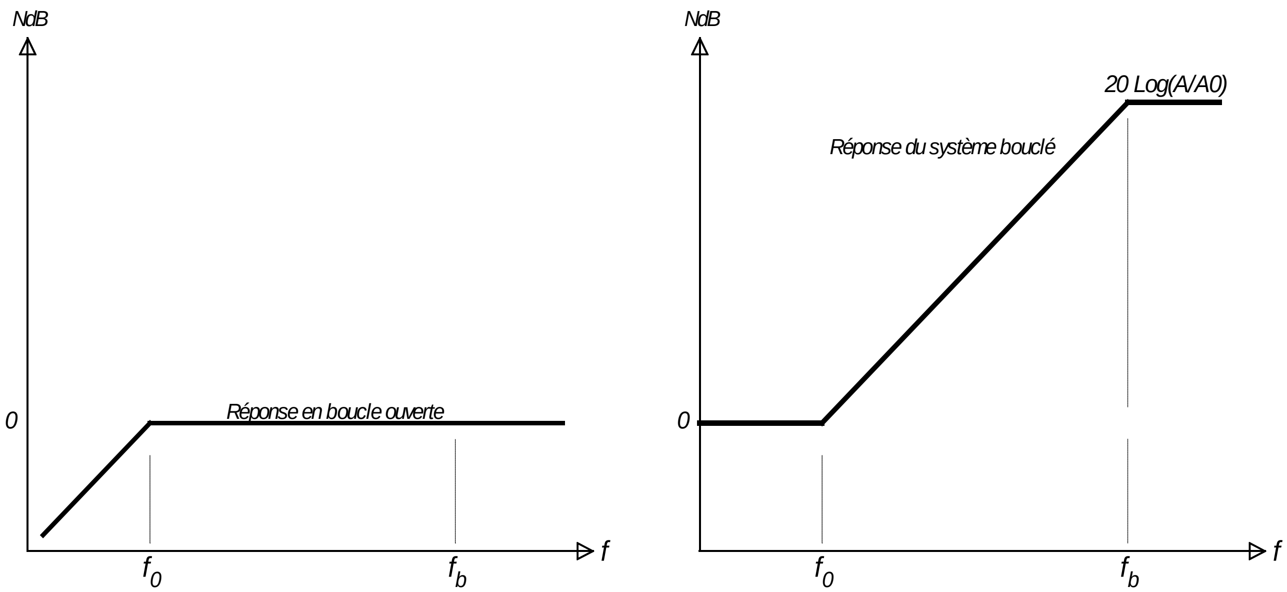
Qui prend la forme $A = A_0 .(1+s)/(1+ s_b)$ (R-132)

Dans laquelle $s_b = j. f / f_b = j. f.(1-K_b) / f_0$ (R-133)

Qui montre que $f_b = f_0 / (1-K_b)$ (R-134)

Le facteur de réaction $(1-K_b)$ est <=1, et de ce fait $f_b \Rightarrow f_0$

Remarque : Aux fréquences très supérieures à f_b , le gain A tend vers $A_{b0} = A_0 / (1-K_b)$ (R-135)



La figure ci dessus montre la comparaison entre la réponse asymptotique du système en bouble ouverte (à gauche) et ce même système bouclé (à droite) .

La fonction passe haut n'est pas respectée.

Il en est de même si la fonction de transfert Th est celle d'un filtre passe haut, d'ordre supérieur à 1. L'asymptote oblique suit la pente de l'ordre du filtre.

1-4-3 <u>Généralisation</u> :

Dans les analyses faisant appel à des cas particuliers , l'équation (R-47) $A = A_0^{\cdot}\ T_e / (1- K_b.T_h.T_e)$. (R-136)
Peut être écrite : $A = A_0.T_G$ (R-137)
A_0 représente le gain du système en boucle ouverte, et T_G , l'effet combiné du bouclage et des parties sélectives du système.
L'identification de T_G est immédiate $T_G = T_e /(1- K_b.T_h.T_e)$ (R-138)
Elle est la fonction de transfert globale (d'où l'indice G) qui prend en compte les caractéristiques fréquentielles des chaînes directe et de réaction.
La raison d'être de cette factorisation est que si l'on contrôle assez aisément A_0 (en le réduisant par exemple) il en va pas de même pour T_G . Puisqu'**elle englobe les fonctions de transfert du micro, des correcteurs, des enceintes, du milieu et de bouclage.**

- **<u>Forme générale d'une fonction de transfert</u>**

Une fonction de transfert $T_{(s)}$ dans laquelle s est la variable utilisée peut être mise sous la forme du rapport d'un numérateur $N_{(s)}$ sur un dénominateur $D_{(s)}$. $T_{(s)} = N_{(s)} / D_{(s)}$ (R-139)
$N_{(s)}$ et $D_{(s)}$, sont des polynômes en s . ce qui signifie que s, est la variable de ce polynôme. Toute autre variable en **p** ou $j\omega$ aurait pu être choisie.
Ainsi $N_{(s)}= a_0s^0 + a_1s^1 + a_2s^2 + ...+ a_ns^n$. n est le degré du polynôme.
Il est à remarquer :

- que tout nombre à la puissance 0 est égal à 1. De ce fait $s^0 =1$.
- Qu'un nombre à la puissance 1 est égal au nombre, ainsi $s^1 = s$

Ces deux remarques amènent à écrire

$$N_{(s)}= a_0 + a_1s + a_2s^2 + ...+ a_ns^n \qquad \text{(R-140)}$$

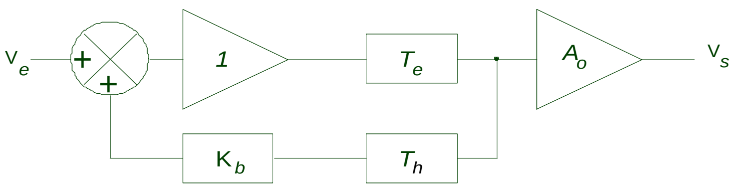
a_0, a_1, a_2 , ...a_n sont les coefficients du polynôme $N_{(s)}$.
Il en va de même pour $D_{(s)}$, que nous pouvons écrire :

$$D_{(s)}= b_0 + b_1s + b_2s^2 + ...+ b_ns^n \qquad \text{(R-141)}$$

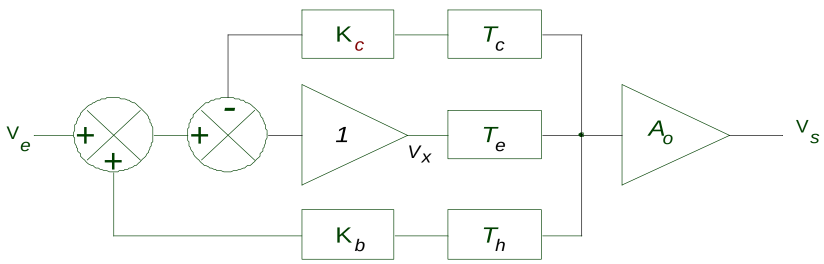
b_0, b_1, b_2 , ...b_n sont les coefficients du polynôme $D_{(s)}$.
<u>exemple</u> : soit un filtre passe bas du second ordre . Sa fonction de transfert apparaît en (R-74)
En posant n=2 , chacun les coefficients du numérateur , et du dénominateur, dont l'indice est supérieur à 2 est égal à 0,
Les autres,
$a_0 = 1, a_1 = 0, \quad a_2 = 0, \quad a_3,.....,a_n=0$
$b_0 = 1, b_1 = 1/Q , b_2 = 1 \quad b_3.....,b_n=0$
Dans lesquels on remarque que: indépendamment qu'ils soient au numérateur ou au dénominateur, les termes, supérieurs à l'ordre du filtre, et ceux qui sont inemployés ont un coefficient nul.
<u>Remarque</u> : La théorie des filtres n'est pas l'objet de ce papier. Elle est passionnante, mais trop copieuse pour que je ne me limite pas aux données utiles à cette analyse. Elle fera partie d'un autre groupe de chapitres.

<u>1-4-3 Compensation</u>

Les équations (R-137) et (R-138) peuvent être illustrées par le schéma suivant. Il respecte la structure de la chaîne directe.



Par adjonction dans la chaîne directe d'un montage soustracteur rattaché à une boucle de compensation, conforme au schéma suivant , l'analyse du circuit résultant conduit aux deux équations



$$V_x = V_e + V_x. K_b.T_h.T_e - V_x.K_c.T_c.T_e. \qquad \text{(R-142)}$$

$$V_s = V_x.T_e.A_0 \quad \text{(R-143)}$$

La mise en forme du deuxième terme de (R-*142*) amène

$$V_x = V_e + V_x.T_e\,(K_b.T_h - K_c.T_c) \quad \text{(R-144)}$$

Qui amène à conclure que: si $(K_b.T_h - K_c.T_c) = 0$ alors $V_x = V_e$ (R-145)

condition remplie pour: $K_b.T_h = K_c.T_c$ (R-146)

Cette condition respectée, alors, l'expression de V_s vis à vis de V_e , est obtenue en reportant (R-*145*) dans (R-*143*)

Il en découle $V_s = V_e.\ T_e.\ A_0$ (R-147)

Les effets liés au bouclage ont disparus, et la chaîne directe est respectée.

Si dans un montage électronique cette solution est matériellement applicable, il en va différemment dans un milieu électro-acoustique. Toutefois les opérations menant vers une limitation de l'accrochage devront tendre vers la réalisation de cette boucle de réaction négative. Appellation particulièrement bien adaptée à notre soucis de résorber la réaction, quand on sait que cette boucle est encore nommée: « boucle de contre réaction « ou plus simplement CR.