

- Le Haut-parleur électrodynamique - Eléments d'analyse

Ce premier chapitre a pour but d'introduire les éléments fondamentaux qui conduiront aux analyses, simplifiée et complète, du fonctionnement du HP, à sa mise en boîte(s), et à l'étude d'une enceinte asservie.

1- Introduction

Un haut-parleur a pour rôle de transformer un signal électrique en un signal acoustique de même nature .

Pour réaliser cette opération, il réalise une première transformation électro mécanique, puis une seconde, mécano acoustique.

Un Haut-Parleur (HP) idéal devrait avoir:

- un rendement de 100% ,l'énergie électrique qui lui est fourni serait intégralement transformée en énergie acoustique.
- une courbe de réponse plate sur l'ensemble du spectre audio,
- une réponse irréprochable aux transitoires,
- ne présenter aucune distorsion harmonique, de phase et d'intermodulation,
- des caractéristiques directionnelles adaptables,
- et puisque notre espoir est grand , ne rien coûter.

La technologie actuelle ne permet pas de réaliser ces vœux.

C'est du reste, la raison d'être de ces chapitres, qui nous permettront, à travers la compréhension de ses nombreuses limites, une utilisation meilleure de ce transducteur.

La majorité des termes et symboles des équations sont semblables à ceux communément employés dans la littérature technique. Ils sont conformes aux recommandations de THIELE et SMALL.

Pour faciliter les développements, certaines variables et constantes intermédiaires échappent à ce souci de conformité.

Leurs indices traduisent les types de circuits dans lesquels ils se situent, leur provenance et la variable utilisée. Par

exemple $T_{mx(j\omega)}$ est la fonction de Transfert mécanique du déplacement x fonction de la variable complexe $(j\omega)$.

Lorsque la variable est évidente, afin de simplifier l'écriture, elle est omise.

Comme vous pouvez le constater, afin de ne pas les confondre avec les constantes et les variables , les indices, sont positionnés au pied du paramètre ou de la fonction concernée.

✓ Description sommaire

La description détaillée sera faite élément par élément tout au long des paragraphes suivants. Le choix technologique des matériaux étant finalement guidé par l'analyse.

Il est avant tout constitué d'une bobine solidaire d'une membrane rigide. La bobine baigne dans un champ magnétique à travers un entrefer étroit situé entre le noyau et la plaque de champ . Un aimant permanent ou, rarement, un électroaimant génère ce champ d'induction.

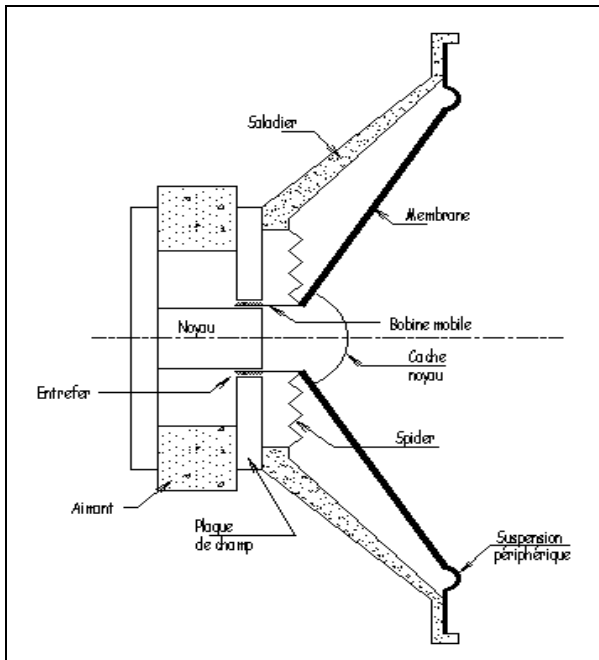
Tout ce système est supporté par un système mécanique très rigide appelé saladier. Le saladier étant fixé sur (ou dans) un ensemble lui même rigide et massif destiné à lui procurer une référence terrestre fixe.

L'aimant est mécaniquement solidaire du saladier, alors que la bobine mobile et la membrane y sont élastiquement suspendus . La suspension , de la bobine mobile et de la partie conjointe de la membrane, se fait grâce au spider , pièce généralement en tissu thermo formé , gaufrée et imprégnée . Proche de la bobine génératrice de chaleur, et afin qu'elle s'évacue, le spider n'est pas hermétique.

La périphérie externe de la membrane est solidaire du saladier via, une suspension étanche dont le profil est gaufré ou semi circulaire

L'accès électrique à la bobine, depuis l'extérieur du HP, n'a pas été représenté sur la figure. Il est réalisée, à l'aide de deux tresses souples et conductrices. Elles relient les extrémités de la bobine aux deux bornes mécaniquement fixées, et, électriquement isolées du saladier.

Le cache noyau protège l'entrefer des poussières.



1- Éléments de modélisation électro mécano acoustique.

Notre modèle sera linéaire.

L'assurance de l'homogénéité d'une formule nécessite son contrôle. Les équations aux dimensions ont été établies dans ce but. Afin de ne pas surcharger le texte [expression] représentera l'équation aux dimensions des principales grandeurs dans le Système International (S.I)

Nous considérerons en premier lieu, la membrane parfaitement rigide, les deux suspensions linéaires, et une résistance mécanique constante. Le tout formant un ensemble solidaire et indéformable.

F est exprimée en newton [M.L.T⁻²]

2-1 Généralités mécanos acoustiques

✓ Le déplacement instantané x_d du diaphragme (la membrane) est exprimé en mètre [L].

Le mètre est une unité colossale vis à vis des déplacements réalistes d'une membrane.

Ces derniers excèdent rarement, au maximum de la modulation, une dizaine de millimètres (0,01 m), pour les HP spécialisés dans la reproduction des basses fréquences.

L'usage du mm s'est imposé de lui même. Il faudra néanmoins le traduire en mètre dans les calculs.

Conformément aux lois de la cinématique.

Introduit dans un circuit acoustique sous la notion de flux, le produit d'un champ de vecteurs par une surface, il représenterait à première vue un flux de déplacement.

Or le produit de la surface S_d du diaphragme par son déplacement x_d représente :

✓ ✓ le volume d'air instantané brassé par S_d .

$$V_d = x_d \cdot S_d \quad (\text{HP-1})$$

✓ La vitesse du déplacement de la membrane est la dérivée du déplacement x_d par rapport au temps

$$v_d = dx_d/dt \quad (\text{HP-2})$$

elle est exprimée en m/s [L.T⁻¹].

L'opérateur de Heaviside

$$p = d/dt \quad (\text{HP-3})$$

simplifie l'écriture et ainsi l'expression de la vitesse peut s'écrire,

$$v_d = p \cdot x_d \quad (\text{HP-4})$$

Tout comme pour le déplacement, nous pouvons dégager

✓ ✓ le flux de vitesse acoustique engendré par S_d

$$\Phi_v = v_d \cdot S_d \quad (\text{HP-5})$$

qui, vis à vis de x_d

$$\Phi_v = p \cdot x_d \cdot S_d = p \cdot V_d \quad (\text{HP-6})$$

✓ L'accélération est la dérivée de la vitesse par rapport au temps et s'exprime

$$\gamma_d = dv_d/dt = p \cdot v_d \quad (\text{HP-7})$$

Elle est par voie de conséquence la dérivée seconde du déplacement par rapport au temps

$$\gamma_d = d^2 x_d / dt^2 = p^2 \cdot x_d \quad (\text{HP-8})$$

γ_d est l'accélération de l'équipage mobile et est exprimée en m/s^2 [$L.T^{-2}$]
de laquelle nous pouvons déduire,

✓ ✓ **le flux d'accélération acoustique** engendré par S_d

$$\Phi_\gamma = \gamma_{d(p)} \cdot S_d \quad (\text{HP-9})$$

par rapprochement,

$$\Phi_\gamma = p \cdot \Phi_v \quad (\text{HP-10})$$

$$\Phi_\gamma = p^2 \cdot V_d \quad (\text{HP-11})$$

2.2 L'équipage mobile :

✓ **La bobine mobile,**

est réalisée sur un support cylindrique d'épaisseur aussi faible que possible, magnétiquement neutre, il supporte n spires de fil électriquement conducteur.

Ce fil, généralement en cuivre ou en aluminium est superficiellement isolé par un vernis.

Sa section est circulaire ou rectangulaire. Il est bobiné à spires jointives.

Le diamètre du support étant D , celui du conducteur d , chaque spire à une longueur moyenne $\pi \cdot (D + d)$

La longueur total du fil bobiné est : $\ell = n \cdot \pi \cdot (D + d) = n \cdot \pi \cdot D_m$ (HP-12)

✓ ✓ A tout conducteur de longueur ℓ , de section S et de résistivité ρ_e correspond une résistance R exprimée en Ω (Ohms) [$ML^2T^{-1}Q^{-2}$].

La bobine mobile n'échappe pas à cette loi. Nous l'appellerons R_e pour Résistance électrique.

$$R_e = \rho_e \cdot \ell / S \quad (\text{HP-13})$$

✓ ✓ La résistivité dépend du matériau conducteur et de la température.

A une température t la résistivité $\rho_{e(t)} = \rho_{e0} \cdot (1 + \alpha_r \cdot t)$ (HP-14)

Le tableau suivant donne la résistivité ρ_{e0} (à $0^\circ C$), et le coefficient de température α_r des principaux matériaux conducteurs rencontrés dans la fabrication des bobines mobiles.

Matière	ρ_{e0}	Unité	α_r
Argent	15,1	$m\Omega/mm^2/m$	0,00388
Cuivre	17,0	$m\Omega/mm^2/m$	0,00388
Aluminium	28,3	$m\Omega/mm^2/m$	0,0039

✓ ✓ Si $R(t_1)$ est la résistance à la température t_1 et $R(t_2)$ sa résistance à une température t_2

$$R(t_2) / R(t_1) = (1 + \alpha_r \cdot t_2) / (1 + \alpha_r \cdot t_1) \quad (\text{HP-15})$$

La température d'une bobine mobile d'un haut parleur, peut atteindre $180^\circ C$ lors d'un régime forcé. En imaginant, qu'en aluminium, sa résistance électrique soit de 5Ω , à une température ambiante de $20^\circ C$, à $180^\circ C$, sa résistance sera de $7,9\Omega$.

Le support de la bobine est directement soumis à la température de cette dernière. Soumis à de fortes température il est susceptible de se déformer.

La largeur de l'entrefer étant faible, la bobine est confinée dans un volume réduit. L'air s'y réchauffe. Un risque d'emballement thermique, par accumulation, s'ensuit. Il est donc nécessaire d'imaginer une aération efficace de la bobine mobile lors de la construction du HP. Le support, s'il est bon conducteur thermique, aide au transfert de la chaleur vers l'extérieur de l'entrefer.

Pour fixer les idées, un courant I_{eff} de 1A dissipera dans notre résistance de 5Ω une puissance thermique de : $P = R \cdot I_{eff}^2$, soit 5w. En portant le courant à 2A la puissance dissipée est portée à 20w, pour 3A elle est de 45w, etc..

✓ ✓ Une élévation de température provoque également la dilatation du conducteur, et de son support.

La dilatation linéaire du conducteur peut être formulée par :

$$\ell = \ell_0 \cdot (1 + \alpha_d \cdot t) \quad (\text{HP-16})$$

ou

ℓ_0 est la longueur à $0^\circ C$ et ℓ la longueur à la température t .

α_d est le coefficient de dilatation linéaire du matériau.

$\alpha_d = 20,8 \cdot 10^{-6}$ pour l'argent

$\alpha_d = 23 \cdot 10^{-6}$ pour l'aluminium.

$\alpha_d = 17,2 \cdot 10^{-6}$ pour le cuivre

Si $\ell(t_1)$ est la longueur du conducteur à la température t_1 et $\ell(t_2)$ sa longueur à la température t_2

$$\ell(t_2) / \ell(t_1) = (1 + \alpha_d \cdot t_2) / (1 + \alpha_d \cdot t_1) \quad (\text{HP-17})$$

En reprenant le précédent exemple, le rapport de longueur de la bobine est de 1,0036 entre 20°C et 180°C. L'élongation est de 3,6mm par mètre.

Si le diamètre moyen, initial de la bobine est de 50mm, sa circonférence est de 157 mm à 20°C. A 180°C elle sera de 157,56mm, auquel correspond à un nouveau diamètre de 50,15 mm.

Il est nécessaire que même dans des conditions extrêmes le fil conducteur reste solidaire de son support. Le matériau choisi pour ce dernier aura un coefficient de dilatation linéaire proche de celui du conducteur.

Afin que la bobine se meuve, sans risque de frottement, le concepteur prend en compte les effets de cette dilatation, et évalue l'entrefer en conséquence.

La hauteur du bobinage $h = n \cdot d$ n'échappe pas aux effets de la dilatation.

$$h(t_2) / h(t_1) = (1 + \alpha_d \cdot t_2) / (1 + \alpha_d \cdot t_1) \quad (\text{HP-18})$$

✓ ✓ Par nature, la bobine est qualifiée par son inductance électrique L_e exprimée en Henry (H) [$L^{-2} \cdot Q$].

La perméabilité magnétique relative μ_r dépendant de la nature des matériaux du circuit magnétique nous pouvons écrire :

$$L_e = \mu_r \cdot n^2 \cdot h / S_b \quad (\text{HP-19})$$

S_b est la section en m^2 de la bobine, et h sa hauteur exprimée en m.

Elle varie en fonction inverse de la température.

$$L_e(t_2) / L_e(t_1) = (1 + \alpha_d \cdot t_1) / (1 + \alpha_d \cdot t_2) \quad (\text{HP-20})$$

Ou
$$L_e(t) = L_{e0} / (1 + \alpha_d \cdot t) \quad (\text{HP-21})$$

Dans laquelle L_{e0} est l'inductance à 0°C.

La valeur de l'inductance initiale d'une bobine mobile excède rarement 2 mH.

Quoique les variations de R_e et de L_e restent infimes dans la plage des températures ambiantes, il est à noter que les constructeurs n'indiquent jamais la température ambiante lors de leurs mesures.

✓ Force exercée par la bobine mobile

En considérant l'induction magnétique B , dans l'entrefer constante et homogène.

La bobine, parfaitement positionnée dans l'entrefer afin d'éviter tout frottement mécanique, est parcourue par un courant I . Elle génère une force de LAPLACE,

$$F_b = B \cdot \ell \cdot I \sin \alpha \quad (\text{HP-22})$$

avec α , l'angle de l'axe de la bobine mobile, par rapport à la direction de l'induction.

Si le rapport entre le diamètre D du support et le diamètre d du fil conducteur est très grand (voir remarque 2), on considère que l'axe de la bobine est perpendiculaire (on dit aussi *normale*) à la direction du champ magnétique.

Dans ce cas $\sin \alpha = 1$, et la force motrice F_b développée par la bobine et appliquée à l'ensemble de l'équipage mobile est :

$$F_b = B \cdot \ell \cdot I \quad (\text{HP-23})$$

✓ Remarque 1 :

I est exprimé en Ampères [QT^{-1}].

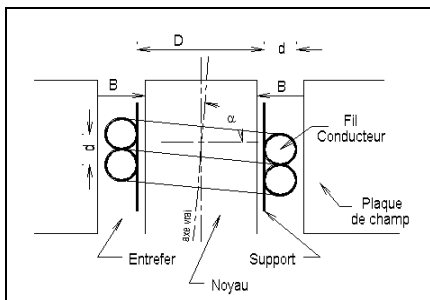
Si $I=1A$

$$F_{b0} = B \cdot \ell \quad (\text{HP-24})$$

La force produite égale le produit $B \cdot \ell$, il s'en dégage que :

$B \cdot \ell$ est le facteur de force du HP.

✓ Remarque 2 : A partir de la figure suivante on détermine $\text{tg}(\alpha) = D_m / d$ (HP-25)



Pour que l'axe de la bobine soit perpendiculaire à l'induction,

$\text{tg}(\alpha)$ doit tendre vers l'infini, ce qui est technologiquement irréaliste.

On en déduit que le diamètre du fil conducteur s'il est cylindrique, ou son épaisseur si sa section est rectangulaire, doit être le plus faible possible vis à vis du diamètre du support.

Dilemme technologique dans la mesure ou la section du conducteur définit les limites électriques du haut-parleur.

✓ **Force contre électro motrice de la bobine**

A toute variation du déplacement x_d d'une bobine, baignée dans un champ magnétique B , correspond à ses bornes une tension électrique appelée force contre électromotrice et notée f_{cem} .

Elle a pour expression
$$e_0 = - d\Phi / dt \text{ par spire.} \quad (HP-26)$$

Pour les n spires de la bobine, la force contre électromotrice

$$e = n \cdot e_0 \quad \Leftrightarrow \quad e = - n \cdot d\Phi / dt \quad (HP-27)$$

$d\Phi$ est la variation du flux magnétique engendrée par le déplacement.

Sachant qu'un flux est le produit d'un champ de vecteurs par une surface et que l'induction B est constante :

$$d\Phi = B \cdot dS, \quad (HP-28)$$

Et
$$dS = \pi \cdot D_m \cdot dx_d \quad (HP-29)$$

D_m est le diamètre moyen développé dans **HP-12**

La force contre électro motrice
$$e = - B \cdot n \cdot \pi \cdot D_m \cdot dx_d / dt \quad (HP-30)$$

En identifiant
$$e = - B \cdot l \cdot v_d \quad (HP-31)$$

Cette dernière formule est importante car elle montre clairement qu'il existe un couplage entre les réseaux électrique et mécanique du HP.

✓ **La membrane et la bobine mobile** sont pesantes, leur masse commune est exprimée en kg [M]

Dans les HP de très grand diamètre sa masse excède rarement 200g et peut être inférieure au gramme pour un tweeter. Le kg est donc une unité inadaptée pour un HP. L'emploi du gramme (g) est préféré. Nous la repèrerons

M_{md} pour : **Masse mécanique du diaphragme**

Sa force de réaction est :
$$F_{Mmd} = -M_{md} \cdot \gamma_d = -M_{md} \cdot d^2 x_d / dt^2 = -M_{md} \cdot p^2 x_d \quad (HP-32)$$

Elle peut être exprimée en fonction de la vitesse v_d , sachant que $\gamma_d = dv_d / dt = p \cdot v_d$

$$F_{Mmd} = - M_{md} \cdot dv_d / dt = - M_{md} \cdot p \cdot v_d \quad (HP-33)$$

M_{md} est appelée la masse statique du HP. Sa valeur ne dépend pas du mouvement.

Par la suite nous découvrirons qu'il existe une masse dynamique, qui s'ajoute à M_{md} lors du mouvement de la membrane.

✓ **Le spider et la suspension périphérique** sont regroupés en une unique raideur K_{ms} .

Nous emploierons son inverse, l'élasticité, que les anglo saxons appellent compliance. Nous la nommerons, C_{ms} et liront **Compliance mécanique du speaker**. Elle est exprimée en mètre par newton.

Considérée linéaire, sa force de réaction est

$$F_{Cms} = - x_d / C_{ms} \quad (HP-34)$$

Notre modèle emploiera cette formule.

Remarque :

Dans la réalité l'expression de cette force est :

$$F'_{Cms} = - (x_d / C_{ms}) (1 + \vartheta x_d^2) \quad (HP-35)$$

ϑ est un coefficient de linéarité.

En se rapprochant de F_{Cms} ,
$$F'_{Cms} = F_{Cms} \cdot (1 + \vartheta x_d^2) \quad (HP-36)$$

$\vartheta = 0$ implique
$$F'_{Cms} = F_{Cms}$$

✓ **La résistance mécanique** est principalement due à la viscosité de l'air sur les éléments de l'équipage mobile.

Elle est notée R_{ms} pour **Résistance mécanique du speaker**.

Elle est exprimée en ohm mécanique ou en kg/s [MT⁻¹]

Sa force de réaction est
$$F_{Rms} = - R_{ms} \cdot v_d \quad (HP-37)$$

ou
$$F_{Rms} = - R_{ms} \cdot dx_d / dt = - R_{ms} \cdot p \cdot x_d \quad (HP-38)$$

✓ **L'impédance de rayonnement mécanique d'un HP** Z_{mr}

Elle est le rapport entre la force et la vitesse vibratoire v exercées par un système vibrant, sur le milieu

Elle met en évidence la force de réaction du milieu sur le mouvement de la surface vibrante.

Elle s'écrit:
$$F_{rm} = - Z_{mr} \cdot v \quad (HP-39)$$

Assimilée à un piston, avec ρ la masse volumique de l'air, c sa célérité, r le rayon du piston, on pose

$$k = \omega / c, \quad (HP-40)$$

Il est appelé nombre d'onde.

Le produit $k.r$ lorsqu'il égale 1 permet de déterminer la pulsation caractéristique et par conséquent la fréquence acoustique correspondante du piston.

$$k.r=1 \Leftrightarrow \omega_{a0}.r=c \Leftrightarrow 2*\pi*f_{a0}*r=c \quad (\text{HP-41})$$

$$f_{a0} = c/2.\pi.r \quad (\text{HP-42})$$

ou $2.\pi.r$ représente sa circonférence.

$$\text{La pulsation caractéristique } \omega_{a0} = 2*\pi*f_{a0} = c/r \quad (\text{HP-43})$$

$$\text{amène à interpréter le produit } k.r = \omega.r/c \Leftrightarrow k.r = \omega/\omega_{a0} = f/f_{a0} \quad (\text{HP-44})$$

comme le rapport de la fréquence instantanée, sur la fréquence caractéristique du piston.

✓ **L'impédance de rayonnement mécanique dans le cas d'un haut parleur à membrane**, assimilé à un piston situé sur un écran plan infini, la force de réaction du milieu s'écrit ,

$$F_{rm} = - S_d. p.c..v.(R_i(2.k.r) + jX_i(2.k.r)) \quad (\text{HP-45})$$

$$\text{ou l'on déduit } Z_{mr} = F_{rm}/v = S_d. p.c.(R_i(2.k.r) + jX_i(2.k.r)) \quad (\text{HP-46})$$

$R_i(2.k.r)$ en est la partie réelle, et $X_i(2.k.r)$ la partie réactive, qui satisfont aux égalités

$$R_i(2.k.r) = 1 - [J_1(2.k.r)/(k.r)] \quad (\text{HP-47})$$

$$X_i(2.k.r) = 2.K_1(2.k.r)/(2.k.r)^2$$

(HP-48)

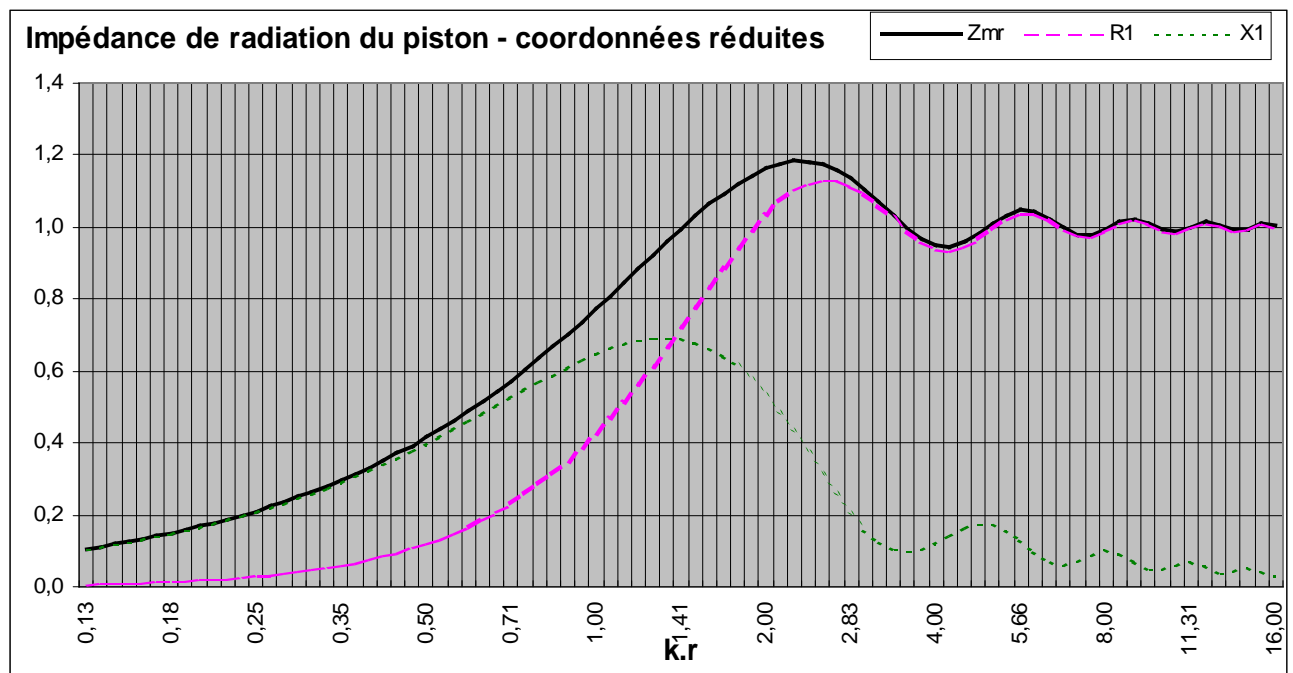
Elles font appel à une fonction de Bessel de 1^o espèce pour J_1 , et une fonction de Struve pour K_1 . Ce sont deux outils mathématiques évolués que je ne développerai pas.

Leur développement en séries donne

$$R_i(2.k.r) = [(k.r)^2/2] - [(k.r)^4/2^2.3] + [(k.r)^6/2^2.3^2.4] - \dots \quad (\text{HP-49})$$

$$X_i(2.k.r) = (4/\pi). [[(2.k.r)/3] - [(2.k.r)^3/3^2.5] + [(2.k.r)^5/3^2.5^2.7] - \dots] \quad (\text{HP-50})$$

Le graphique ci dessous montre les variations de R_i, X_i , et $Z_{mr}/S_d.p.c$ en fonction du produit $k.r$



L'analyse des formules précédentes ainsi que les courbes correspondantes peuvent montrer que :

- **Aux basses fréquences ($k.r < 1$)**

L'impédance de rayonnement est essentiellement composée d'une réactance liée à une masse

$$M_{mr} = 8 \rho r^3 / 3. \quad (\text{HP-51})$$

En multipliant haut et bas par π , et en remarquant que $r^3 = r^2 . r$,

$$M_{mr} = \rho \pi . r^2 . r . 8 / 3 . \pi = \rho . S_d . (8.r/3.\pi) \quad (\text{HP-52})$$

A laquelle correspond

$$M_{ar} = 8 . \rho . r / 3 . \pi . S_d$$

M_{ar} et M_{mr} dépendent de la température à travers ρ . Leur masse s'allège lorsque la température augmente. M_{mr} est équivalente à la masse d'air incluse dans un cylindre de surface S_d et de hauteur

$$h = r \cdot (8/3 \cdot \pi) \quad (\text{HP-53})$$

- **Aux Hautes fréquences**

- $k \cdot r > 1$: La réactance est principalement liée à une compliance :

$$C_{mr} = 1 / 2 \cdot \rho \cdot c^2 \cdot r \quad (\text{HP-54})$$

Elle correspond à une compliance acoustique $C_{ar} = S_d^2 / 2c \cdot r$,

(HP-55)

équivalente au volume d'air inclus dans un cylindre de surface S_d , et de hauteur : $h = r \cdot (\pi / 2)$

(HP-56)

Elle n'est pas sujette aux variations de température à travers c . Le produit $\rho \cdot c^2$ est indépendant de la température.

- $k \cdot r \gg 1$: $X_i(2 \cdot k \cdot r)$ tend vers 0, $R_i(2 \cdot k \cdot r)$ tend vers 1 et l'impédance de rayonnement Z_{mr} tend vers $\rho \cdot c \cdot S_d$ qui représente une réelle constante.

✓ **L'impédance de rayonnement mécanique dans le cas d'un dôme rigide**

Le système peut être apparentée à une portion de sphère oscillante. Son impédance de rayonnement est donnée par la relation :

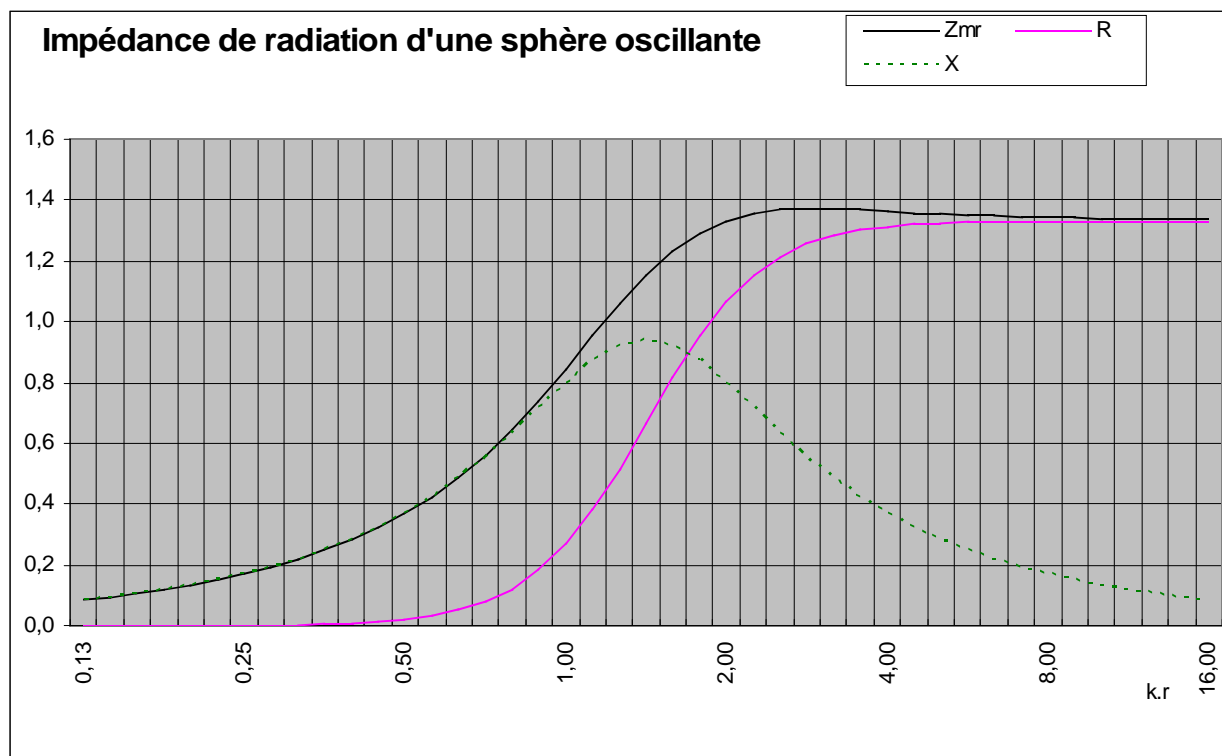
$$Z_{mr} = (4/3) S_d \cdot \rho \cdot c \left[\frac{(k \cdot r)^4}{4 + (k \cdot r)^4} + j \cdot k \cdot r \frac{(2 + (k \cdot r)^2)}{4 + (k \cdot r)^4} \right] \quad (\text{HP-57})$$

Le graphique ci dessous illustre le comportement, des parties réelles et réactives, ainsi que le module de l'impédance de rayonnement réduite ($Z_{réduite} = Z_{mr} / S_d \cdot \rho \cdot c$)

(HP-58)

en fonction du produit $k \cdot r$

$$Z_{réduite} = (4/3) \left[\frac{(k \cdot r)^4}{4 + (k \cdot r)^4} + j \cdot k \cdot r \frac{(2 + (k \cdot r)^2)}{4 + (k \cdot r)^4} \right] \quad (\text{HP-59})$$



- **Aux fréquences basses ($k \cdot r < 1,41$)**

L'impédance de rayonnement de la sphère oscillante est principalement réactive et régie par une masse d'air

$$M_{mr} = \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot 2 \cdot r / 3 \quad (\text{HP-60})$$

Il est à remarquer que le produit $\pi \cdot r^2$ représente la surface S_{eq} du plan équatorial interne à la sphère.

$$S_{eq} = \pi \cdot r^2 \quad (\text{HP-61})$$

M_{mr} est identique à la masse d'air incluse dans un cylindre de surface de base égale à S_{eq} et de hauteur

$$h = 2 \cdot r / 3 \quad (\text{HP-62})$$

- **Aux fréquences hautes ($k \cdot r > 1,41$)**

$$Z_{mr} = (4/3) \rho \cdot c \cdot S_{eq} \cdot [1 + j/k \cdot r] \quad (\text{HP-63})$$

qui fait apparaître une résistance $R_{mr} = (4/3) \rho \cdot c \cdot S_{eq}$ (HP-64)

en série avec une compliance $C_{mr} = (3/4) \cdot r / (\rho \cdot c^2 \cdot S_{eq})$ (HP-65)

sa compliance acoustique $C_{ar} = (3/4) \cdot r \cdot S_{qe} / (\rho \cdot c^2)$ (HP-66)

est équivalente à celle d'un volume d'air contenu dans un cylindre de base S_{eq} et de hauteur $h = 3 \cdot r / 4$ (HP-67)

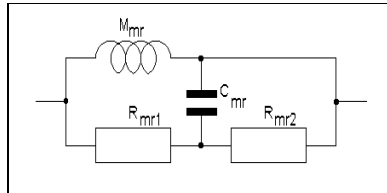
- pour $(k \cdot r \gg 1,41)$ $Z_{mr} = R_{mr}$ (HP-68)

✓ **Pour les deux impédances de rayonnement** l'expression de Z_{mr} peut s'écrire :

$$Z_{mr} = p \cdot M_{mr} \cdot T_{mr(p)} \quad (\text{HP-69})$$

T_{mr} est une fonction de transfert caractéristique liée au mode de rayonnement. Sa connaissance est primordiale et nous y reviendrons lors de la description d'une enceinte asservie.

Le schéma simplifié de Z_{mr} est le suivant :



Son admittance, l'inverse de son impédance s'écrit :

$$Y_{mr} = (1/p \cdot M_{mr}) + 1 / (R_{mr1} + 1 / (p \cdot C_{mr} + 1/R_{mr2})) \quad (\text{HP-70})$$

Qui amène à :

$$Z_{mr} = p \cdot M_{mr} \cdot (1 + p \cdot C_{mr} R_{||}) / (1 + p (C_{mr} \cdot R_{||} + M_{mr} / R_s) + p^2 C_{mr} \cdot M_{mr} R_{mr2} / R_s) \quad (\text{HP-71})$$

Dans laquelle :

$R_s = R_{mr1} + R_{mr2}$, l'association en série de $R_{mr1} + R_{mr2}$ (HP-72)

$R_{||} = R_{mr1} \cdot R_{mr2} / R_s$, l'association parallèle des deux résistances de rayonnement (HP-73)

Les valeurs des composants sont fonction du modèle de rayonnement du HP considéré.

✓ **Conséquence** : La précédente écriture de Z_{mr} permet une prise en compte simple dans l'expression de la masse de l'équipage mobile. Et ainsi : $M_{ms} = M_{md} + 2 \cdot M_{mr} \cdot T_{mr(p)}$ (HP-74)

Le facteur 2 est lié au fait que la membrane rayonne par chacune de ses deux faces.

Ou, $T_{mr} = (1 + p \cdot C_{mr} R_{||}) / (1 + p (C_{mr} \cdot R_{||} + M_{mr} / R_s) + p^2 C_{mr} \cdot M_{mr} R_{mr2} / R_s)$ (HP-75)

Pour $k \cdot r < 1 \Rightarrow T_{mr} \sim 1$ et $M_{ms} = M_{md} + 2 \cdot M_{mr}$ (HP-76)

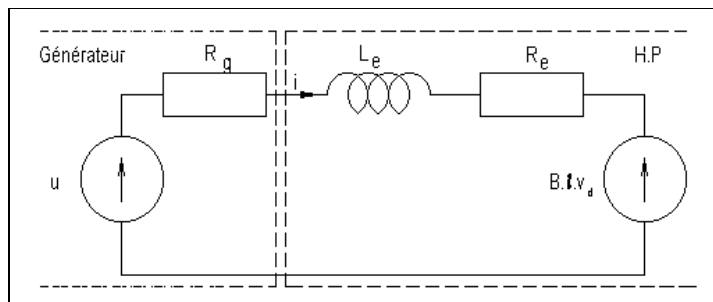
Ainsi se dégage la masse dynamique $2 \cdot M_{mr}$

2.3 Mouvement de l'équipage mobile

✓ Le réseau électrique

Il est physiquement constitué, de la résistance R_e , associée à l'inductance L_e de la bobine mobile, et d'un élément de couplage imposant la force contre électromotrice.

A ce circuit en série est associé une impédance Z_g que nous apparenteront momentanément à une résistance R_g et qui permet de mettre en évidence l'influence de l'environnement électrique du HP sur son fonctionnement.



Considérons le HP raccordé à un amplificateur, d'impédance de sortie R_g .

Il délivre un signal sinusoïdal dont la valeur instantanée est : $u = U_e \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}$ (HP-77)

La loi des mailles nous permet d'écrire

$$u - R_g \cdot i - R_e \cdot i - L_e \cdot di/dt - B \cdot l \cdot dx_d/dt = 0 \quad (\text{HP-78})$$

avec x_d le déplacement de la membrane, à une vitesse v_d

L'emploi de l'opérateur de Heaviside simplifie son écriture qui devient :

$$u - R_g \cdot i - R_e \cdot i - p \cdot L_e \cdot i - B \cdot l \cdot v_d = 0 \quad (\text{HP-79})$$

En appelant $Z_{et} = R_g + R_e + p \cdot L_e$ (HP-80)

l'impédance électrique propre au HP

Tirons en
$$i = (u - B.l.v_d) / Z_{et} \tag{HP-81}$$

✓ ✓ **Fonction de transfert électrique**

Appelons R_{et} la somme des résistances R_e et R_g . $R_{et} = R_e + R_g$ (HP-82)

Le comportement de ce réseau peut être explicité après des transformations simples, ainsi,

$$i = (u - B.l.v_d) \cdot \left(1 / R_{et} \cdot (1 + p \cdot L_e / R_{et}) \right) \tag{HP-83}$$

ou
$$i = \left(u / R_{et} - B.l.v_d / R_{et} \right) \cdot T_e \tag{HP-84}$$

dans laquelle T_e est la fonction de transfert électrique du HP

$$T_e = 1 / (1 + p \cdot \tau_{et}) \tag{HP-85}$$

Il s'agit de la fonction de transfert d'un filtre passe bas du 1° ordre, (cf. Les filtres) dans laquelle,

$$\tau_{et} = L_e / R_{et} \tag{HP-86}$$

est la constante de temps du réseau électrique du HP. Elle définit la pulsation de coupure de i .

$$\omega_e = 1 / \tau_{et} \tag{HP-87}$$

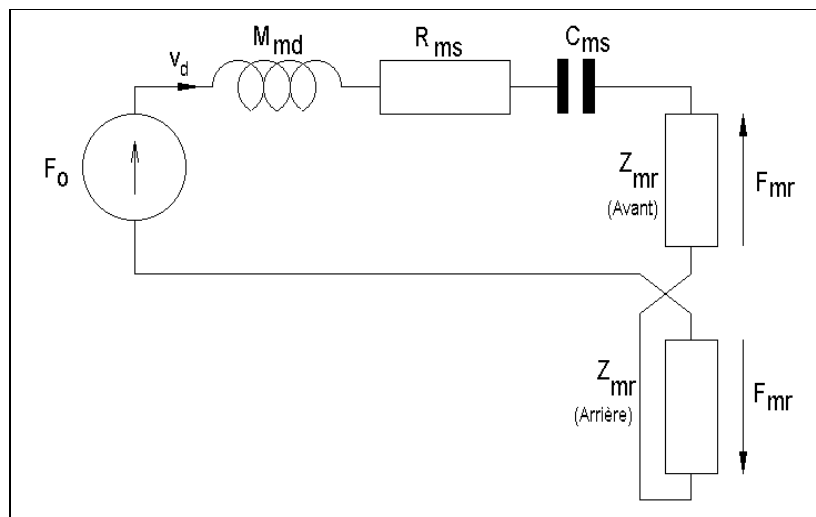
et par voie de conséquence : $f_e = \omega_e / 2.\pi = 1 / 2.\pi. \tau_{et}$ (HP-88)

$$T_e = 1 / (1 + p / \omega_e) \tag{HP-89}$$

✓ **Le réseau mécanique soumis à l'influence du réseau acoustique**

Il est matériellement constitué de la masse pesante M_{md} , de la résistance R_{ms} et de la compliance des suspensions C_{ms} .

Il est couplé au réseau électrique par son générateur de force, et au réseau acoustique par un élément de couplage qui lui communique les forces mécaniques de rayonnement.



Le générateur de force est considéré parfait. Les effets du circuit électrique ne se font pas (encore) sentir sur le comportement mécano acoustique. Considérons que l'unique force qui provoque le mouvement du diaphragme est celle de la bobine mobile. Sachant qu'une force de réaction s'exerce sur chacune des deux faces de la membrane, et sur chaque composant mécanique, l'équation de La maille mécanique s'écrit :

$$F_0 - (p^2 M_{md} \cdot x_d + p^2 \cdot 2.M_{mr} \cdot T_{mr(p)} \cdot x_d + p \cdot R_{ms} \cdot x_d + x_d / C_{ms}) = 0 \tag{HP-90}$$

Traduite en fonction de la vitesse du diaphragme v_d

$$F_0 = v_d (p \cdot M_{md} + p \cdot 2.M_{mr} \cdot T_{mr(p)} + R_{ms} + (1/p \cdot C_{ms})) \tag{HP-91}$$

✓ **Impédance mécanique**

La précédente relation fait apparaître l'impédance mécanique du HP, sans influence du circuit électrique

$$Z_{ms} = F_0 / v_d = p \cdot M_{md} + p \cdot 2.M_{mr} \cdot T_{mr(p)} + R_{ms} + 1/p \cdot C_{ms} \tag{HP-92}$$

$$Z_{ms} = p \cdot (M_{md} + 2.M_{mr} \cdot T_{mr(p)}) + R_{ms} + (1/p \cdot C_{ms}) \tag{HP-93}$$

De laquelle on peut dissocier $Z_{md} = p \cdot M_{md} + R_{ms} + (1/p \cdot C_{ms})$ (HP-94)

Et conclure que : $Z_{ms} = Z_{md} + 2 \cdot Z_{mr}$ (HP-95)

✓ **Le réseau acoustique soumis à l'influence du réseau mécanique**

A une force uniformément répartie sur une surface parfaitement rigide correspond une pression

(HP-96)

A la force de Laplace $F_0 = B \cdot \ell \cdot i$ appliquée à la surface du diaphragme correspond la pression

$$\mathcal{P}_0 = F_0/S_d \quad (\text{HP-97})$$

En tenant compte du flux de vitesse acoustique $\Phi_v = v_d \cdot S_d$

$$\mathcal{P}_0 = F_0/S_d = v_d \cdot S_d \left(p \cdot M_{md}/S_d^2 + p \cdot 2 \cdot T_{mr} \cdot M_{mr}/S_d^2 + R_{ms}/S_d^2 + 1/p \cdot C_{ms} \cdot S_d^2 \right) \quad (\text{HP-98})$$

Soit

$$\mathcal{P}_0 = \Phi_v \cdot Z_{ms}/S_d^2 \quad (\text{HP-99})$$

Ou

$$\mathcal{P}_0 = \Phi_{v(p)} \cdot \left(p \cdot M_{ad} + p \cdot 2 \cdot T_{mr} \cdot M_{ar} + R_{as} + (1/p \cdot C_{as}) \right) \quad (\text{HP-100})$$

Dans laquelle

$$M_{ad} = M_{md}/S_d^2, \quad (\text{HP-102})$$

$$R_{as} = R_{ms}/S_d^2, \quad (\text{HP-103})$$

$$C_{as} = C_{ms} \cdot S_d^2. \quad (\text{HP-104})$$

✓ Volume équivalentla valeur de C_{as} vient d'être déterminée en fonction de la compliance mécanique.Or, nous savons qu'un volume d'air clos se comporte comme une compliance. D'où l'idée de traduire C_{as} sous la forme d'un volume d'air ayant la même compliance. On appelle V_{as} ce volume équivalent sa valeur est

$$V_{as} = C_{as} \cdot \rho \cdot c^2 \quad (\text{HP-105})$$

✓ Fonction de transfert acoustique du rayonnementLa fonction acoustique de rayonnement T_{ar} est identique à T_{mr}

Avec

$$M_{ar} = M_{mr}/S_d^2, \quad (\text{HP-106})$$

$$R_{ar1} = R_{mr1}/S_d^2 \quad (\text{HP-107})$$

$$R_{ar2} = R_{mr2}/S_d^2 \quad (\text{HP-108})$$

$$C_{ar} = C_{mr} \cdot S_d^2 \quad (\text{HP-109})$$

✓ Impédances acoustiques

De ce qui précède nous pouvons déduire

$$\mathcal{P}_0 = \Phi_v \cdot Z_{as} \quad (\text{HP-110})$$

 Z_{as} est l'impédance acoustique du réseau considéré.

$$Z_{as} = Z_{ms}/S_d^2 \quad (\text{HP-111})$$

Avec

$$Z_{as} = p \cdot M_{ad} + p \cdot 2 \cdot T_{ar} \cdot M_{ar} + R_{as} + (1/p \cdot C_{as}) \quad (\text{HP-112})$$

$$Z_{as} = Z_{ad} + Z_{ar}$$

Dans laquelle

$$Z_{ad} = p \cdot M_{ad} + R_{as} + (1/p \cdot C_{as})$$

Et

$$Z_{ar} = Z_{mr}/S_d^2 \quad (\text{HP-113})$$

$$Z_{ar} = M_{ar} \cdot T_{ar} \quad (\text{HP-114})$$

✓ Élément de couplage mécano acoustiquedes deux relations $\mathcal{P} = F/S$ et $\Phi_v = v \cdot S$

en se souvenant que par analogie, force et pression sont analogues à une tension électrique, vitesse et flux de vitesse sont analogues à une intensité de courant.

Les deux relations peuvent s'écrire $u_2 = u_1 \cdot n$

$$i_2 = i_1/n$$

Elles correspondent au système d'équation d'un transformateur sans pertes dont le rapport de transformation est

$$n = 1/S \quad (\text{HP-115})$$

A première vue cette équation n'est pas homogène. Pourtant, si l'on se souvient qu'un Pascal est le rapport d'une force de 1N appliqué à une surface de 1m^2 , le réel rapport de transformation calculé est le rapport de l'unité de surface (1m^2) par la surface considérée exprimée en m^2 . L'unité n'apparaît pas dans une équation.Dans le cas d'un HP il suffit de substituer S par S_d dans l'expression de n .

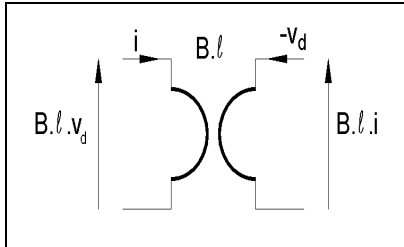
✓ **Élément de couplage électro mécanique**

Coté électrique il voit la force contre électromotrice $u_e = - B \cdot l \cdot v_d$

et, coté mécanique la force de Laplace $F_0 = B \cdot l \cdot i$

Les analogies électro mécaniques nous apprennent que tension et forces sont analogues et que intensité de courant et vitesse le sont également .

Nous en déduisons que le produit $B \cdot l$ est homogène à une résistance \mathcal{R}



Ainsi les deux équations précédentes peuvent s'écrire

$$u_1 = \mathcal{R} \cdot i_2 \quad \text{avec } u_1 = u_e \text{ et } i_2 = v_d$$

$$u_2 = \mathcal{R} \cdot i_1 \quad \text{avec } u_2 = F_0 \text{ et } i_1 = i$$

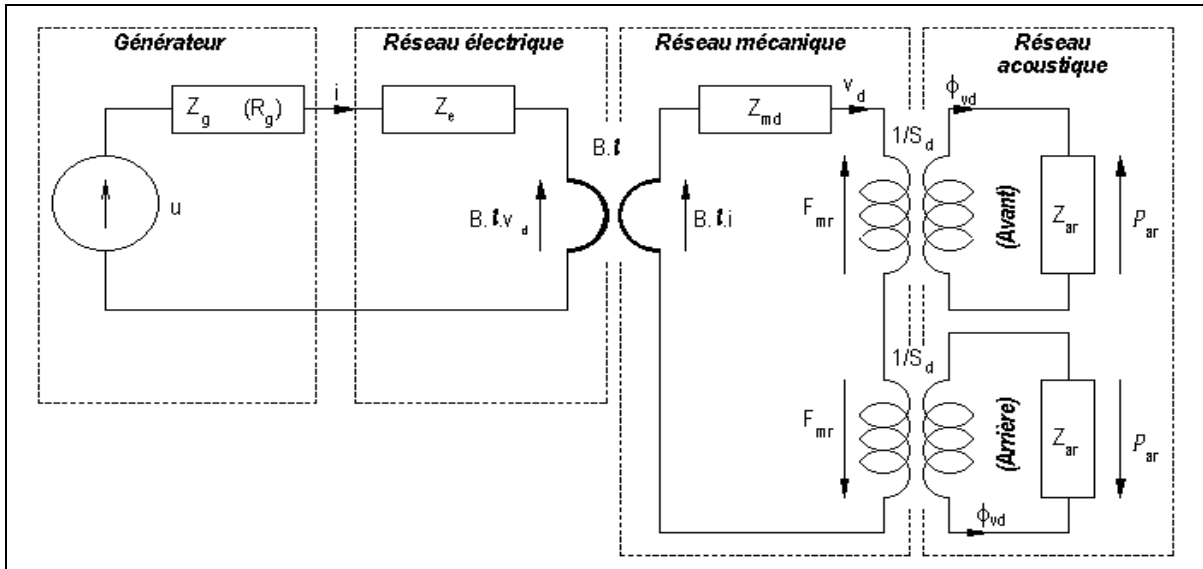
Qui représente un système d'équation caractérisant un gyrateur parfait. Le facteur de force $B \cdot l$ est apparentée à la résistance de gyration du coupleur électro mécanique.

Un gyrateur a pour principale caractéristique de montrer sur deux de ses bornes (d'entrée ou de sortie) l'inverse de l'impédance présente sur les deux autres bornes (de sortie ou d'entrée).

2-4 Modélisation

✓ **Globale**

De ce qui précède, et en parfait accord avec les analogies, il est possible d'établir le schéma électro mécano acoustique du HP.



Ce schéma , si l'on fait abstraction du circuit du générateur, fait clairement apparaître les trois réseaux électrique, mécanique, et acoustique.

Apparaissent aussi , les groupes d'éléments qui composent chacun d'eux, et les coupleurs entre réseaux .

Le générateur, et les éléments composites constituant, l'impédance de source (du générateur) et les impédances dues au câblage, voir, à un filtrage passif, sont présents.

✓ **Ramenée à un unique réseau mécanique**

Le report de HP-81 dans HP-90 amène,

$$(B \cdot l \cdot u / R_{et}) \cdot T_e = p(M_{md} + 2 \cdot M_{mr} \cdot T_{mr}) \cdot v_d + R_{ms} \cdot v_d + B^2 \cdot l^2 \cdot v_d T_e / R_{et} + v_d / p \cdot C_{ms} \quad \text{(HP-116)}$$

$$\text{Le produit } B \cdot l \text{ a la dimension d'une résistance et par conséquent } B^2 \cdot l^2 / R_{et} = R_{met} \quad \text{(HP-117)}$$

R_{met} est la Résistance mécano électrique totale

Elle est totale parce qu'elle inclut la résistance R_e propre au HP et la somme des résistances externes au HP définies par R_g .

Afin de mieux discerner le fonctionnement du haut parleur, il est nécessaire de dissocier le rôle tenu par chacune des résistances vis à vis de R_{met} . L'expression de son inverse, sa conductance,

$$1/R_{met} = (R_g + R_e) / B^2 \cdot \ell^2 = (R_g / B^2 \ell^2) + (R_e / B^2 \ell^2) = (1/R_{meg}) + (1/R_{me}) \quad (\text{HP-118})$$

met en évidence l'association parallèle de la résistance mécanique issue du générateur, et autres résistances associées

$$R_{meg} = B^2 \cdot \ell^2 / R_g \quad , \quad (\text{HP-119})$$

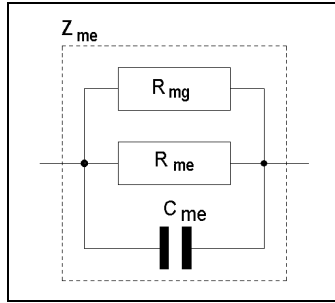
et

$$R_{me} = B^2 \cdot \ell^2 / R_e \quad , \quad (\text{HP-120})$$

la résistance mécanique issue de la résistance électrique propre au HP.

Il est facile de vérifier que pour $R_g=0$, $R_{met}=R_{me}$.

En fait le terme $B^2 \cdot \ell^2 \cdot v_d \cdot T_e / R_{et}$ traduit une impédance mécano électrique



$$Z_{me} = B^2 \cdot \ell^2 \cdot T_e / R_{et} = B^2 \cdot \ell^2 / (R_{et} + p \cdot L_e) \quad (\text{HP-121})$$

dont l'admittance :

$$Y_{me} = (R_{et} / B^2 \cdot \ell^2) + (p \cdot L_e / B^2 \cdot \ell^2) \quad (\text{HP-122})$$

qui peut se traduire par:

$$Y_{me} = 1/R_{met} + p \cdot C_{me} \quad (\text{HP-123})$$

$$\text{Dans laquelle } C_{me} = L_e / B^2 \cdot \ell^2 \quad (\text{HP-124})$$

Une factorisation de v_d dans le second membre de HP-116, en prenant en compte HP-117

$$(B \cdot \ell \cdot u / R_{et}) \cdot T_e(p) = v_d \cdot [p (M_{md} + 2 \cdot M_{mr} \cdot T_{mr}) + R_{ms} + R_{met} \cdot T_e + (1/p \cdot C_{ms})] \quad (\text{HP-125})$$

Dans laquelle apparaît :

$$F_0 = u \cdot (B \cdot \ell / R_{et}) \cdot T_e \quad , \quad (\text{HP-126})$$

le générateur de force.

Cette force instantanée est appliquée sur l'ensemble du réseau mécanique, lui-même composé d'une impédance mécanique totale et parcourue par la vitesse v_d .

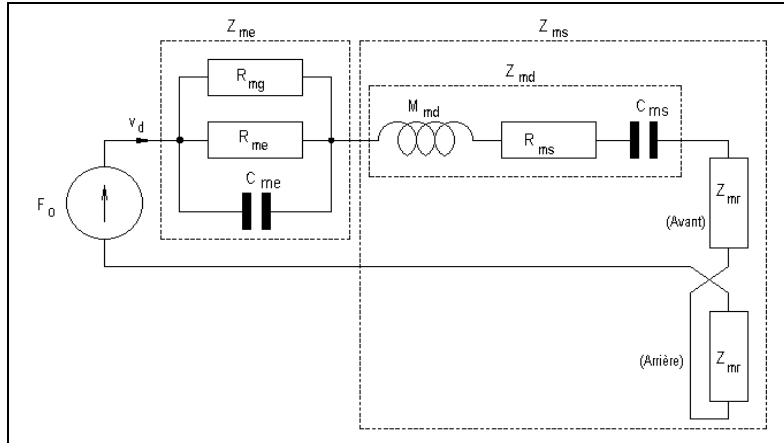
$$Z_{mt} = Z_{ms} + Z_{me} \quad (\text{HP-127})$$

sans oublier :

$$Z_{ms} = Z_{md} + 2 \cdot Z_{mr} \text{ définie dans HP-95}$$

L'équation du réseau mécanique peut, elle, se traduire par l'équation simple, $F_0 = v_d \cdot Z_{mt}$ (HP-128)

L'ensemble de ces développements mène au schéma mécanique suivant.



✓ Ramenée à un unique réseau acoustique

En transformant HP-125, de telle manière que la force F_0 appliquée sur la surface S_d soit traduite en pression P_0 ,

qui engendrera le flux de vitesse acoustique Φ_v .

et toujours en fonction de la variable p :

$$(B \cdot \ell \cdot u / R_{et} \cdot S_d) \cdot T_e = \Phi_v (p (M_{md} + 2 \cdot M_{mr} \cdot T_{mr}) + R_{ms} + R_{met} \cdot T_e + (1/p \cdot C_{ms})) / S_d^2 \quad (\text{HP-129})$$

$$\text{dont le premier terme est: } P_0 = (B \cdot \ell \cdot u / R_{et} \cdot S_d) \cdot T_e \quad (\text{HP-130})$$

L'impédance acoustique totale Z_{at} est égale au rapport de la pression P_0 sur le flux de vitesse Φ_v

$$Z_{at} = P_0 / \Phi_v = (p (M_{md} + 2 \cdot M_{mr} \cdot T_{mr}) + R_{ms} + R_{met} \cdot T_e + 1/p \cdot C_{ms}) / S_d^2 \quad (\text{HP-131})$$

Que l'on peut écrire :

$$Z_{at} = \left(p \cdot M_{md} + R_{ms} + 1/p \cdot C_{ms} \right) / S_d^2 + p \left(2 \cdot M_{mr} \cdot T_{mr} \right) / S_d^2 + R_{met} \cdot T_e / S_d^2 \quad (\text{HP-132})$$

En rapprochant cette expression de celle présente dans **HP-100**

$$Z_{at} = Z_{ad} + 2 \cdot Z_{ar} + Z_{ae} \quad (\text{HP-133})$$

Soit encore

$$Z_{at} = Z_{as} + Z_{ae} \quad (\text{HP-134})$$

Les équivalents mécaniques des composants de Z_{ad} soient M_{ad}, R_{as}, C_{as} sont développés de **HP-102** à **HP-104**.

Ceux de Z_{ar} soient M_{ar}, R_{ar1}, R_{ar2} et C_{ar} de **HP-106** à **HP-109**.

La définition de

$$Z_{ae} = Z_{me} / S_d^2 \quad (\text{HP-135})$$

Indique que Z_{ae} est à l'image de Z_{me}

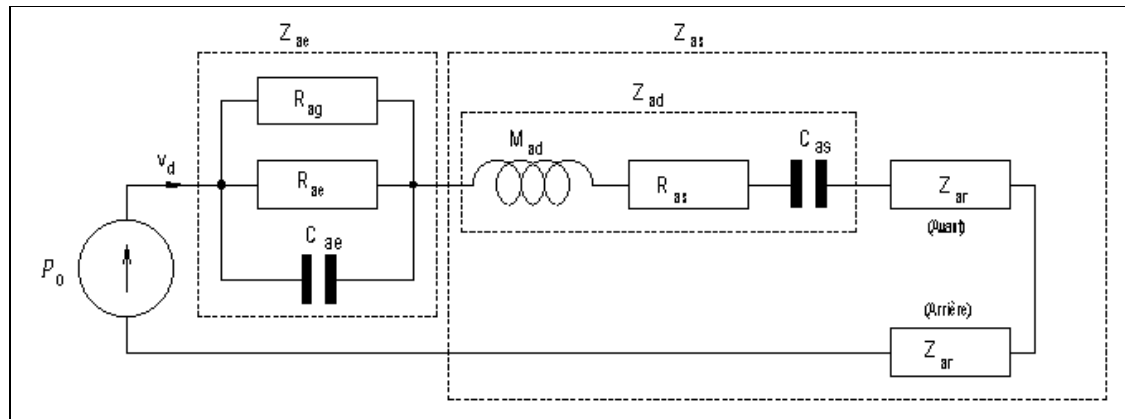
Ce qui amène à poser

$$R_{ae} = R_{me} / S_d^2 \quad (\text{HP-136})$$

$$R_{ag} = R_{mg} / S_d^2 \quad (\text{HP-137})$$

$$C_{ae} = C_{me} \cdot S_d^2 \quad (\text{HP-138})$$

Le schéma acoustique équivalent du HP est le suivant



✓ Ramenée à un unique réseau électrique

En reportant l'interprétation de **HP-91** et à l'aide de **HP-128**, soit

$$F_0 = B \cdot l \cdot i = v_d \cdot Z_{mt} \quad (\text{HP-139})$$

Le report de

$$v_d = B \cdot l \cdot i / Z_{ms} \quad (\text{HP-140})$$

dans **HP81** donne

$$u - i \cdot Z_{et} - (B^2 \cdot l^2 \cdot i / Z_{ms}) \quad (\text{HP-141})$$

qui après factorisation de i donne: $u = i \cdot (Z_{et} + B^2 \cdot l^2 / Z_{mt})$

(HP-142)

ou apparaît l'impédance motionnelle, encore appelée impédance électro-cinétique

$$Z_{em} = B^2 \cdot l^2 / Z_{mt} \quad (\text{HP-143})$$

traduite l'équation **HP-141** donne : $Z_{HPt} = u/i = (Z_{et} + Z_{em})$

(HP-144)

Impédance électrique totale du HP et de son environnement

Z_{em} est en série avec le circuit électrique initial. Elle se substitue au générateur de force contre électro motrice.

✓ Remarque importante

de ce qui précède nous pouvons écrire : $Z_{em} \cdot i = B \cdot l \cdot v_d$ (HP-145)

✓ Structure de l'impédance motionnelle

Le développement de **HP-143** en y incluant **HP-95** nous conduit à

$$Z_{em} = (B^2 \cdot l^2 / (Z_{md} + 2 \cdot Z_{mr})) = 1 / \left((Z_{md} / B^2 \cdot l^2) + (2 \cdot Z_{mr} / B^2 \cdot l^2) \right) \quad (\text{HP-146})$$

L'expression de son admittance en simplifie la lecture

$$Y_{em} = (Z_{md} / B^2 \cdot l^2) + (2 \cdot Z_{mr} / B^2 \cdot l^2) \quad (\text{HP-147})$$

De laquelle nous pouvons extraire l'admittance issue du seul réseau mécanique

$$Y_{ed} = Z_{md} / B^2 \cdot l^2 \quad (\text{HP-148})$$

Et, l'admittance électrique de rayonnement $Y_{er} = Z_{mr} / B^2 \cdot l^2$

(HP-149)

$$Y_{em} = Y_{ed} + 2 \cdot Y_{er} \quad (\text{HP-150})$$

Le gyrateur via sa résistance $B \cdot l$ assure bien la transposition des impédances en admittances.

✓ Image électrique du seul réseau mécanique

Dévoilée dans **HP-148** elle est liée à Z_{md} , développée dans **HP-94**

$$Y_{ed} = \left(p.M_{md} / B^2.l^2 \right) + \left(R_{ms} / B^2.l^2 \right) + \left(1/p.C_{ms}. B^2.l^2 \right) \quad (\text{HP-151})$$

En convenant que $C_{ed} = M_{md} / B^2.l^2$, (HP-152)

est la capacitance électrique issue de la masse M_{md} du diaphragme,

$$R_{em} = B^2.l^2 / R_{ms} \quad (\text{HP-153})$$

est la résistance électrique issue de la résistance mécanique R_{ms}

$$L_{em} = C_{ms}. B^2.l^2 \quad (\text{HP-154})$$

est l' inductance issue de la compliance C_{ms} ,

l'expression de l'admittance électro mécanique devient

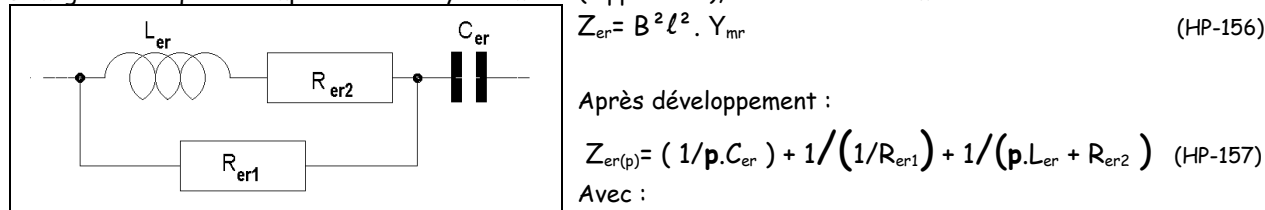
$$Y_{ed(p)} = p.C_{ed} + \left(1 / R_{em} \right) + \left(1 / p.L_{em} \right) \quad (\text{HP-155})$$

L'admittance Y_{ed} est constitué de la somme de trois admittances .

Le schéma de l'impédance est donc constitué des trois composants, C_{ed} , R_{em} , M_{em} , parallèles entre eux.

✓ **Image électrique du réseau mécanique de rayonnement**

L'image électrique de l'impédance de rayonnement (approchée), à travers son admittance s'écrit



$$Z_{er} = B^2.l^2 . Y_{mr} \quad (\text{HP-156})$$

Après développement :

$$Z_{er(p)} = \left(1/p.C_{er} \right) + 1/\left(1/R_{er1} \right) + 1/\left(p.L_{er} + R_{er2} \right) \quad (\text{HP-157})$$

Avec :

$$C_{er} = M_{mr} / B^2.l^2 \quad (\text{HP-158})$$

$$L_{er} = C_{mr}. B^2.l^2 \quad (\text{HP-159})$$

$$R_{er1} = B^2.l^2 / R_{mr1} \quad (\text{HP-160})$$

$$R_{er2} = B^2.l^2 / R_{mr2} \quad (\text{HP-161})$$

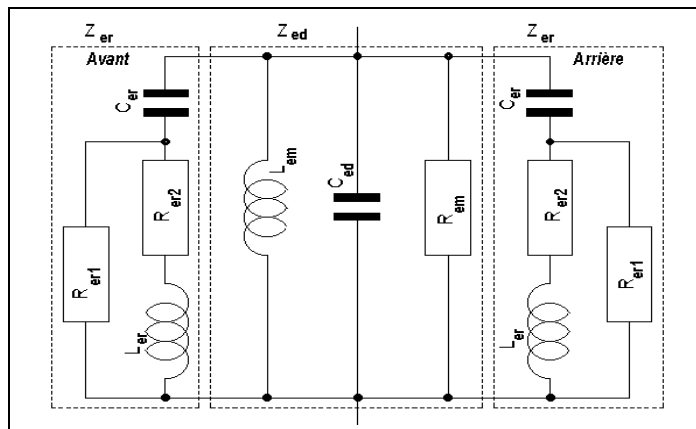
Conformément à HP-69 : $Z_{er} = \left(1/p.C_{er} \right) . \left(1/T_{mr} \right)$ et $Y_{er} = p.C_{er} . T_{mr}$ (HP-162)

✓ **Schéma de l'impédance motionnelle complète**

Le schéma ci contre représente l'impédance électro cinétique complète du HP.

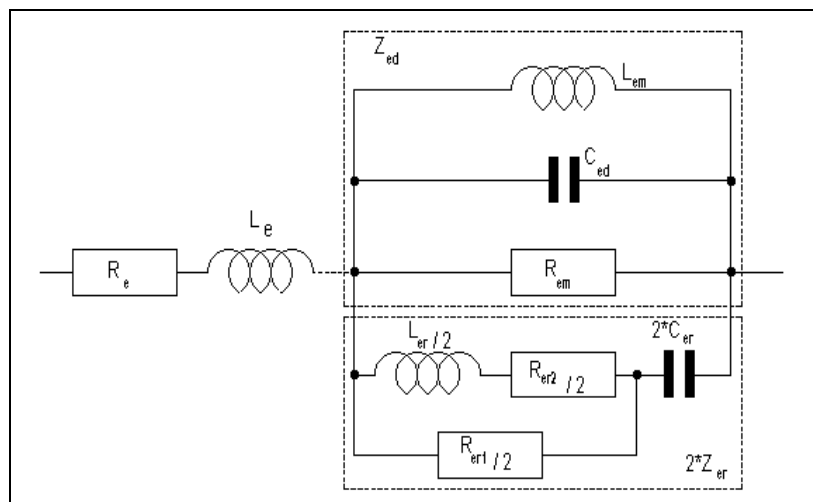
Apparaissent les impédances de rayonnement électrique, avant et arrière, de la membrane.

Une simplification du schéma est possible en les groupant en une unique impédance.



✓ **Circuit électrique complet du HP seul (sans générateur)**

Il est le résumé de l'analyse complète du réseau électrique. Les deux impédances de rayonnement ont été regroupées en une seule électriquement équivalente.



3- Cinématique du HP

✓ Déplacement de la membrane

La factorisation de x_d dans le second membre de HP-73, en prenant en compte HP-81, la variable étant p , fait écrire

$$(B.l. u/R_{et}). T_e = x_d. [p^2 (M_{md}+2.M_{mr}. T_{mr})+ p.(R_{ms} + R_{met}. T_e) + (1/C_{ms})] \quad (HP-163)$$

ou encore

$$(B.l. u/R_{et}) T_e = (x_d/C_{ms}). [p^2.C_{ms} (M_{md}+2.M_{mr}. T_{mr})+ p.C_{ms} (R_{ms} + R_{met}. T_e) + 1] \quad (HP-164)$$

En convenant que

$$k_M = M_{mr}/M_{ms} \quad (HP-165)$$

En sachant que

$$M_{md} = M_{ms} - 2.M_{mr} \quad (HP-166)$$

et, en posant

$$k_{Rm} = R_{met}/R_{ms} \quad (HP-167)$$

$$x_d = (B.l. u / R_{et}). C_{ms}. T_e / (p^2 M_{ms}. C_{ms} (1+2. k_M (T_{mr} -1)) + p. C_{ms} R_{ms} (1+ k_{Rm}. T_e) + 1) \quad (HP-168)$$

Equation, d'où nous pouvons dégager la fonction de transfert mécanique du déplacement de la membrane.

$$T_{mx(p)} = 1 / (p^2 M_{ms}. C_{ms} (1+2. k_M (T_{mr} -1)) + p. C_{ms} R_{ms} (1+ k_{Rm}. T_e) + 1) \quad (HP-169)$$

L'équation du déplacement instantané de la membrane devient :

$$x_d = (B.l. u / R_{et}). C_{ms}. T_e . T_{mx} , \quad (HP-170)$$

En multipliant le second terme, haut et bas par M_{ms}

$$x_d = B.l. u. C_{ms} .M_{ms}. T_e . T_{mx} / M_{ms}. R_{et} \quad (HP-171)$$

$$x_d = u. (B.l. / M_{ms}. R_{et}). T_e . T_{mx} / \omega_s^2 \quad (HP-172)$$

Or

$$C_{ms}.M_{ms} = 1/\omega_s^2 \quad (HP-173)$$

Dans laquelle

$$\omega_s = 2*\pi.f_s \quad (HP-174)$$

est la pulsation à laquelle correspond la fréquence de résonance du HP.

En multipliant le second membre haut et bas par S_d on abouti à:

$$x_d = u. (B.l. .S_d/ M_{ms}. R_{et}). T_e . T_{mx} . 1/S_d.\omega_s^2 \quad (HP-175)$$

de cette dernière formule on peut déduire,

✓ le volume d'air déplacé sur chacune des faces de la membrane.

Il est le produit de la surface de la membrane S_d par son déplacement x_d

$$V_d = x_d . S_d \quad (HP-176)$$

$$V_d = u. (B.l. .S_d/ M_{ms}. R_{et}). T_e . T_{mx} . 1/\omega_s^2 \quad (HP-177)$$

✓ Vitesse de déplacement de l'équipage mobile : L'expression de la vitesse instantanée du diaphragme

$v_d = dx_d/dt \Leftrightarrow v_{d(p)} = p. x_{d(p)}$, est obtenue en adaptant HP-172, et s'écrit :

$$v_d = u. (B.l./\omega_s.M_{ms}. R_{et}) (p/\omega_s). T_e . T_{mx} \quad (HP-178)$$

En considérant

$$T_{mv} = (p/\omega_s). T_{mx} \quad (HP-179)$$

$$v_d = u. (B.l./\omega_s.M_{ms}. R_{et}). T_e . T_{mv} \quad (HP-180)$$

$$\text{ou } v_d = u. (B.l. S_d/M_{ms}. R_{et}). T_e . T_{mv} / S_d.\omega_s \quad (HP-181)$$

✓ Le flux de vitesse de l'équipage mobile est déduit de la formule précédente.

Par définition le flux de vitesse est le produit d'une vitesse par une surface. Appliqué au HP, sur chacune de ses faces

$$\Phi_v = v_d . S_d \quad (HP-182)$$

$$\Phi_V = u. \left(B.l. S_d / M_{ms}. R_{et} \right). T_e. T_{mv} / \omega_s \quad (\text{HP-183})$$

✓ Accélération de l'équipage mobile

La méthode d'évaluation de l'accélération est quasi identique à celle qui a permis de définir la vitesse de déplacement. L'accélération $\gamma_d = d^2 x_d / dt^2 \Leftrightarrow \gamma_d = p^2 . x_d$.

$$\gamma_d = u. \left(B.l. / M_{ms}. R_{et} \right) \left(p^2 / \omega_s^2 \right). T_e . T_{mx} \quad (\text{HP-184})$$

En considérant

$$T_{m\gamma} = \left(p^2 / \omega_s^2 \right). T_{mx} \quad (\text{HP-185})$$

$$\gamma_d = u. \left(B.l. / M_{ms}. R_{et} \right). T_e . T_{m\gamma} \quad (\text{HP-186})$$

$$\gamma_d = u. \left(B.l. S_d / M_{ms}. R_{et} \right). T_e . T_{m\gamma} / S_d \quad (\text{HP-187})$$

✓ Le flux d'accélération

Il est le produit de l'accélération de l'équipage mobile par la surface considérée du diaphragme

$$\Phi_\gamma = \gamma_d . S_d \quad (\text{HP-188})$$

Son expression est contenue dans **HP-187**

$$\Phi_\gamma = u. \left(B.l. S_d / M_{ms}. R_{et} \right). T_e . T_{m\gamma} \quad (\text{HP-189})$$

3.1 Efficacité du HP

✓ Le Facteur d'accélération

Le produit $B.l$ est le facteur de force du HP, et, par définition une force est le produit d'une masse par une accélération. L'accélération peut donc être définie comme le rapport d'une force sur une masse. Les précédentes équations du mouvement font apparaître un rapport commun

$$\Gamma = B.l / M_{ms} \quad (\text{HP-190})$$

qui est le facteur d'accélération du HP.

Le produit $B.l$ représentant une force, Γ traduit les capacités à l'accélération, d'un HP.

Il est concevable de penser qu'un HP destiné à la reproduction des basses fréquences (Boomer) ait un facteur d'accélération inférieur à celui d'un HP reproduisant les fréquences hautes (Tweeter)

✓ **Remarque** : En prenant le produit $B.l$ comme la résistance de gyration du coupleur électro mécanique le facteur d'accélération est l'inverse de la constante de temps $M_{ms} / B.l$

✓ **Exemple** :

Considérons un Boomer dont $B.l = 18 \text{ N/A}$ et $M_{ms} = 100 \text{ g}$ soit $0,1 \text{ kg}$

Son facteur d'accélération est $\Gamma_{\text{Boomer}} = 18 / 0,1 = 180 \text{ m/s}^2$.

Prenons maintenant un Tweeter dont le facteur de force $B.l = 8$ ayant une masse $M_{ms} = 2 \text{ g}$ soit 2.10^{-3} kg son facteur d'accélération est de : $\Gamma_{\text{Tweeter}} = 8 / 2.10^{-3} = 4 . 10^3 = 4 \text{ 000 m/s}^2$.

✓ **Le facteur d'efficacité** du HP ,de son générateur et de son environnement, est commun à chacun des vecteurs mécaniques du HP. Il est défini par la relation :

$$E = \left(B.l. S_d / M_{ms}. R_{et} \right) \quad (\text{HP-191})$$

Dans laquelle est inclus le facteur d'accélération.

$$E = \Gamma. \left(S_d / R_{et} \right) \quad (\text{HP-192})$$

✓ le facteur d'efficacité intrinsèque du HP

Il définit les capacités de conversions du HP. Il est intimement lié à son rendement.

Afin de caractériser le HP seul on pose $R_g = 0$ et ainsi $R_{et} = R_e$

Après un report dans **HP-192** $E_0 = \Gamma. \left(S_d / R_e \right) \quad (\text{HP-193})$

✓ **Remarques** : Avec R_g présent dans le circuit,

$$E = E_0 R_e / R_{et} = E_0 R_e / \left(R_e + R_g \right) = E_0 / k_{Re} \quad (\text{HP-194})$$

Qui montre que le facteur d'efficacité E est inférieur au facteur d'efficacité intrinsèque E_0 puisque k_{Re} est supérieur à 1. Cette observation apparaît logique si l'on considère qu'une partie de l'énergie délivrée par le générateur est consommée dans R_g .

3-2 Application du facteur d'efficacité

Les précédentes formules du mouvement sont considérablement simplifiées en y intégrant l'expression du facteur d'efficacité. Les valeurs instantanées

$$\text{du déplacement} \quad x_d = u \cdot E \cdot T_e \cdot T_{mx} / S_d \cdot \omega_s^2 \quad (\text{HP-195})$$

$$\text{du volume} \quad V_d = u \cdot E \cdot T_e \cdot T_{mx} / \omega_s^2 \quad (\text{HP-196})$$

$$\text{de la vitesse} \quad v_d = u \cdot E \cdot T_e \cdot T_{mv} / S_d \cdot \omega_s \quad (\text{HP-197})$$

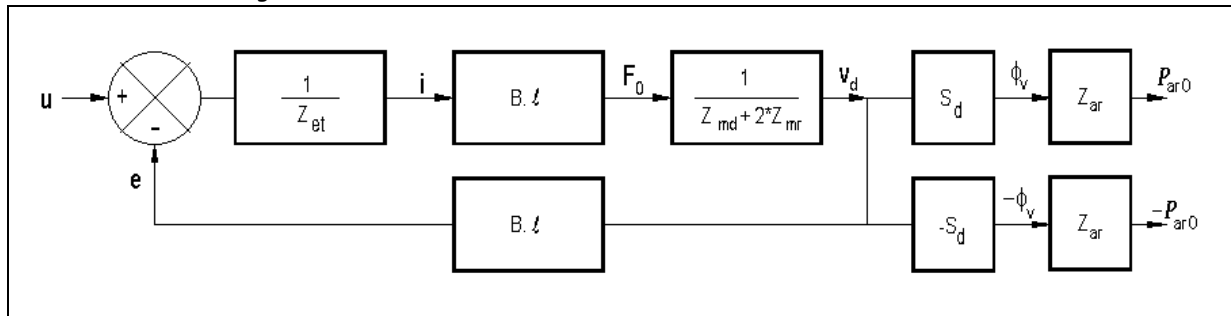
$$\text{du flux de vitesse} \quad \Phi_v = u \cdot E \cdot T_e \cdot T_{mv} / \omega_s \quad (\text{HP-198})$$

$$\text{de l'accélération} \quad \gamma_d = u \cdot E \cdot T_e \cdot T_{m\gamma} / S_d \quad (\text{HP-199})$$

$$\text{et du flux d'accélération} \quad \Phi_\gamma = u \cdot E \cdot T_e \cdot T_{m\gamma} \quad (\text{HP-200})$$

1- Diagramme de fonctionnement du HP

Synthèse de ce qui précède, il éclaire immédiatement sur les transformations, et permet de dresser facilement la fonction de transfert globale du HP.



2- Formulation finale

Quelques paramètres restent encore à découvrir. Leur découverte nécessite la simplification des formules précédentes.

✓ Simplification

Elle a pour seul avantage de permettre d'entrevoir le fonctionnement du HP et de dégager un complément de paramètres pratiques pour l'analyse.

L'expression de T_{mx} est difficile à interpréter parce qu'elle inclut deux fonctions de transfert dans ses termes.

En posant $R_{met} \cdot T_e = R_{met}$, et $T_{mr}=1$, c'est à dire en négligeant l'action de T_e et de T_{mr} dans les parties concernées de HP-163, cette dernière s'en trouve simplifiée.

Cette condition n'est réaliste qu'aux fréquences bien inférieures à la plus basse des fréquences de coupures, électrique et acoustique du HP. Ainsi simplifiée,

$$T_{mx} = 1 / (p^2 / \omega_s^2 + p / Q_t \cdot \omega_s + 1) \quad (\text{HP-201})$$

Dans laquelle apparaît Q_t , est un coefficient utile, que nous allons découvrir.

L'allure de T_{mx} est celle d'un filtre passe bas du second ordre.

✓ Remarque

C'est sur cette base de simplification, que les formules, publiées dans la presse, vous sont livrées. Elles ne permettent pas de faire aboutir un projet avec une précision suffisante.

✓ Définitions des coefficients usuels

La simplification de T_{mx} fait apparaître dans T_{mx} un nouveau terme fondamental pour l'analyse, Q_t .

Il est le coefficient total de qualité (ou de surtension) du HP et de son environnement.

Rapproché de HP-163 et dans les conditions de simplifications précédemment éditées

$$Q_t = 1 / (\omega_s \cdot C_{ms} (R_{ms} + R_{met})) = 1 / (\omega_s \cdot (C_{ms} \cdot R_{ms} + C_{ms} \cdot R_{met})) \quad (\text{HP-202})$$

$$\text{En interprétant son inverse,} \quad 1 / Q_t = \omega_s \cdot C_{ms} \cdot R_{ms} + \omega_s \cdot C_{ms} \cdot R_{met} \quad (\text{HP-203})$$

$$\text{En appelant} \quad Q_{ms} = 1 / (C_{ms} \cdot R_{ms} \cdot \omega_s) \quad (\text{HP-204})$$

Dans lequel n'apparaissent que, C_{ms} et R_{ms} , des composants du réseau mécanique. Nous l'appelons pour cette raison le coefficient de surtension mécanique du « speaker ».

$$\text{De la même manière nous appelons} \quad Q_e = 1 / \omega_s \cdot C_{ms} \cdot R_{met} \quad (\text{HP-205})$$

Le coefficient de surtension électrique du HP, dans la mesure ou R_{met} , l'image mécanique de la résistance électrique totale, apparaît .

$$HP-203 \text{ devient : } 1/Q_t = (1/Q_{ms}) + (1/Q_e) = (Q_{ms} \cdot Q_e) / (Q_{ms} + Q_e) \quad (HP-206)$$

✓ **Remarques**

- Dans un précédent paragraphe il a été mis en évidence que pour $R_g=0$, $R_{met}=R_{me}$
 Dans ce cas le coefficient de surtension électrique du speaker seul est :

$$Q_{es} = 1/(\omega_s \cdot C_{ms} \cdot R_{me}) \quad (HP-207)$$

Et Q_t se transforme en :

$$Q_{ts} = Q_{ms} \cdot Q_{es} / (Q_{ms} + Q_{es}) \quad (HP-208)$$

- Le rapport entre Q_e et Q_{es} est intéressant à connaître d'autant qu'il s'exprime simplement.

En divisant HP-205 par HP-207 on obtient :

$$Q_e / Q_{es} = R_{me} / R_{met} = (R_e + R_g) / R_e = 1 + (R_g / R_e) = k_{Re} \quad (HP-209)$$

Ainsi,

$$Q_e = Q_{es} \cdot k_{Pe} \quad (HP-210)$$

6- Transformation des formules

Les précédentes expressions manipulent de nombreux termes de la forme p/ω , dans lesquelles p est la variable et ω , une pulsation caractéristique.

Prenons en compte la relation p/ω_s liée à la fréquence de résonance du HP, notre variable reste p et, ω_s la pulsation de référence.

Nous l'appellerons désormais S_s , car, même si elle représente une transformée, par convention nous pouvons écrire

$$S_s = p/\omega_s \quad (HP-211)$$

pour un signal sinusoïdal, de pulsation ω , établi (hors d'un régime transitoire)

$$p \cdot e^{j\omega t} = de^{j\omega t}/dt = j \cdot \omega \cdot e^{j\omega t} \Rightarrow p = j \cdot \omega \quad (HP-212)$$

qui ramène à l'utilisation des nombres complexes (cf. mathématiques).

En résumé $S_s = p/\omega_s = j \cdot (\omega / \omega_s) = j \cdot (f/f_s) \quad (HP-213)$

Aux fonctions de transfert en p précédemment définies, correspondent les fonctions de transfert en s_s et en $j \cdot \omega_s$

✓ **Transformation de la fonction de transfert électrique**

En procédant comme précédemment, Il est possible de définir :

$$S_e = p/\omega_e = j \cdot (\omega / \omega_e) = j \cdot (f/f_e) \quad (HP-214)$$

Afin de ne manipuler qu'une seule variable S_s , posons,

$$S_e = p \cdot \omega_s / \omega_s \cdot \omega_e = k_e \cdot p/\omega_s \quad S_e = k_e \cdot j \cdot (f/f_e) = k_e \cdot S_s \quad (HP-215)$$

dans laquelle est incluse la constante $k_e = \omega_s / \omega_e = f_s / f_e \quad (HP-216)$

Pour aboutir à :

$$T_{e(p)} = 1 / (1 + p/\omega_e) \Leftrightarrow T_{e(s)} = 1 / (1 + (k_e \cdot s_s)) \quad (HP-217)$$

✓ **Transformation de la fonction de transfert de rayonnement**

La transformation en s , avec s_s pour seule variable, nécessite la transformation préalable de $T_{mr(p)}$.

En se référant à HP-75 et en convenant que :

$$a_r^2 = R_{mr2} / R_{smr} \quad (HP-218)$$

Il en découle :

$$\omega_r = 1/a_r \left(C_{mr} \cdot M_{mr} \right)^{1/2}, \quad (HP-219)$$

$$R_{||mr} = R_{mr1} \cdot a_r^2, \quad (HP-220)$$

et

$$R_{smr} = R_{mr2} / a_r^2 \quad (HP-221)$$

Le développement amène à définir deux coefficients de surtension,

Pour le numérateur $Q_{nr} = 1 / (C_{mr} \cdot R_{mr1} \cdot \omega_r) \quad (HP-222)$

Et pour le dénominateur $Q_{dr} = (1/\omega_r) \left(1 / (C_{mr} \cdot R_{mr1} + (M_{mr}/R_{mr2})) \right)$

Notre curiosité nous entraîne à définir la relation entre Q_{nr} et Q_{dr}

$$Q_{nr} = Q_{dr} \cdot \left(1 + (M_{mr} / C_{mr} \cdot R_{mr1} \cdot R_{mr2}) \right) \quad (HP-223)$$

$$T_{mr} = \left(1 + (p/\omega_r \cdot Q_{nr}) \right) / \left(1 + (p/\omega_r \cdot Q_{dr}) + (p^2/\omega_r^2) \right) \quad (HP-224)$$

En définissant

$$k_{tr} = \omega_s / \omega_r \quad (HP-225)$$

L'équation de la fonction de transfert de rayonnement (approchée) est :

$$T_{mr(s)} = (1 + (s_s \cdot k_{tr} / Q_{nr})) / (1 + (s_s \cdot k_{tr} / Q_{dr}) + (s_s \cdot k_{tr})^2) \quad (\text{HP-226})$$

✓ **Transformation des fonctions de transfert**

L'équation de transfert du déplacement HP-169 peut être écrite

$$T_{mx(p)} = 1 / ((p^2 / \omega_s^2) \cdot (1 + 2 \cdot k_M (T_{mr(p)} - 1)) + (p / Q_{ms} \cdot \omega_s) \cdot (1 + k_{Rm} \cdot T_{e(p)}) + 1) \quad (\text{HP-227})$$

Transformée en utilisant la variable s_s

$$T_{mx(s)} = 1 / (s_s^2 \cdot (1 + 2 \cdot k_M (T_{mr(s)} - 1)) + (s_s / Q_{ms}) \cdot (1 + k_{Rm} \cdot T_{e(s)}) + 1) \quad (\text{HP-228})$$

Ou sont reportées $T_{e(s)}$ et $T_{mr(s)}$

De la même manière l'expression de la fonction de transfert de la vitesse HP-179

$$T_{mv(p)} = (p / \omega_s) T_{mx(p)} \Leftrightarrow T_{mv(s)} = s_s \cdot T_{mx(s)} \quad (\text{HP-229})$$

Et bien sur l'expression de fonction de transfert de l'accélération HP-185

$$T_{m\gamma(p)} = (p^2 / \omega_s^2) T_{mx(p)} \Leftrightarrow T_{m\gamma(s)} = s_s^2 \cdot T_{mx(s)} \quad (\text{HP-230})$$

✓ **Transformation des mouvements**

$$x_{d(p)} = u \cdot E \cdot T_{e(p)} \cdot T_{mx(p)} / S_d \cdot \omega_s^2 \Leftrightarrow x_{d(s)} = u \cdot E \cdot T_{e(s)} \cdot T_{mx(s)} / S_d \cdot \omega_s^2 \quad (\text{HP-231})$$

$$V_{d(p)} = u \cdot E \cdot T_{e(p)} \cdot T_{mx(p)} / \omega_s^2 \Leftrightarrow V_{d(s)} = u \cdot E \cdot T_{e(s)} \cdot T_{mx(s)} / \omega_s^2 \quad (\text{HP-232})$$

$$v_{d(p)} = u \cdot E \cdot T_{e(p)} \cdot T_{mv(p)} / S_d \cdot \omega_s \Leftrightarrow v_{d(s)} = u \cdot E \cdot T_{e(s)} \cdot T_{mv(s)} / S_d \cdot \omega_s \quad (\text{HP-233})$$

$$\Phi_{V(p)} = u \cdot E \cdot T_{e(p)} \cdot T_{mv(p)} / \omega_s \Leftrightarrow \Phi_{V(s)} = u \cdot E \cdot T_{e(s)} \cdot T_{mv(s)} / \omega_s \quad (\text{HP-234})$$

$$\Phi_{\gamma(p)} = u \cdot E \cdot T_{e(p)} \cdot T_{m\gamma(p)} \Leftrightarrow \Phi_{\gamma(s)} = u \cdot E \cdot T_{e(s)} \cdot T_{m\gamma(s)} \quad (\text{HP-235})$$

✓ **Transformation des fonctions de transfert simplifiées**

pour le déplacement

$$T'_{mx(p)} = 1 / (p^2 / \omega_s^2 + p / Q_t \cdot \omega_s + 1) \Leftrightarrow T'_{mx(s)} = 1 / (s_s^2 + s_s / Q_t + 1) \quad (\text{HP-236})$$

La vitesse $T'_{mv(p)} = (p / \omega_s) T'_{mx(p)} \Leftrightarrow T'_{mv(s)} = s_s \cdot T'_{mx(s)} \quad (\text{HP-237})$

L'accélération $T'_{m\gamma(p)} = (p^2 / \omega_s^2) \cdot T'_{mx(p)} \Leftrightarrow T'_{m\gamma(s)} = s_s^2 \cdot T'_{mx(s)} \quad (\text{HP-238})$

✓ **Transformation des mouvements simplifiées**

$$x'_{d(p)} = u \cdot E \cdot T'_{mx(p)} / S_d \cdot \omega_s^2 \Leftrightarrow x'_{d(s)} = u \cdot E \cdot T'_{mx(s)} / S_d \cdot \omega_s^2 \quad (\text{HP-239})$$

$$V'_{d(p)} = u \cdot E \cdot T'_{mx(p)} / \omega_s^2 \Leftrightarrow V'_{d(s)} = u \cdot E \cdot T'_{mx(s)} / \omega_s^2 \quad (\text{HP-240})$$

$$v'_{d(p)} = u \cdot E \cdot T'_{mv(p)} / S_d \cdot \omega_s \Leftrightarrow v'_{d(s)} = u \cdot E \cdot T'_{mv(s)} / S_d \cdot \omega_s \quad (\text{HP-241})$$

$$\Phi'_{V(s)} = u \cdot E \cdot T'_{mv(p)} / \omega_s \Leftrightarrow \Phi'_{V(s)} = u \cdot E \cdot T'_{mv(s)} / \omega_s \quad (\text{HP-242})$$

$$\Phi'_{\gamma(p)} = u \cdot E \cdot T'_{m\gamma(p)} \Leftrightarrow \Phi'_{\gamma(s)} = u \cdot E \cdot T'_{m\gamma(s)} \quad (\text{HP-243})$$

7- Evaluation de la sensibilité du HP

✓ **pression acoustique exercée**

La force exercée sur le milieu, par la membrane du HP, est le produit de l'accélération provoquée par

la dite membrane sur la masse du milieu. La pression exercée P_{ar0} est donc le produit du flux d'accélération $\Phi_{\gamma(p)}$ par la masse volumique de l'air.

$$P_{ar0} = \Phi_{\gamma(p)} \cdot \rho \quad (\text{HP-244})$$

Si dans HP-243 on se place dans la région où $T_{m\gamma(s)} = 1$ alors $P_{ar} = u \cdot E \cdot \rho$

$$(\text{HP-245})$$

Lors du tracé de la courbe de réponse du HP nous verrons que cette condition correspond à l'asymptote horizontale de la courbe, traduisant un maximum de pression.

✓ **Conditions de l'évaluation**

Les mesures sont effectuées à une distance $d=1m$ du HP.

Les dimensions du HP et l'élément de séparation, des rayonnements avant et arrière, sont considérées négligeables vis à vis de la longueur d'onde $\lambda=c/f$ du son émis .

Si le HP seul est considéré être placé sur un baffle plan infini, ces conditions sont irréelles.

S'il est placé dans une enceinte acoustique close de faibles dimensions, l'évaluation de la pression exercée est réaliste aux fréquences basses . Même si la fonction de transfert de l'accélération est modifiée à cause de l'enceinte, en la considérant unitaire, HP-245 reste inchangée. Dans ces dernières conditions le HP est considéré

rayonner comme une sphère . A la distance d, l'onde sphérique s'est théoriquement diluée sur une surface de $4\pi d^2$ (m^2) et puisque $d=1$ la surface est égale à 4π (m^2)

✓ **Pression délivrée à 1m**

la pression acoustique est devenue : $P_a = P_{ar} / 4\pi$ (HP-246)

Soit $P_a = u \cdot E \cdot \rho / 4\pi$ (HP-247)

✓ **Adaptation à notre perception**

Notre perception sonore n'est pas linéaire vis à vis des écarts de pression. La loi de FECHNER nous dit

La sensation varie comme le logarithme de l'excitation

Notre seuil d'audition à 1KHz est donné pour $P_{a0} = 20 \mu Pa$ soient $2 \cdot 10^{-5} Pa$.

Le niveau délivré par le HP est traduit en dB SPL (Sound Pressure Level) et s'écrit

$$N_{dB} = 20 \cdot \log (P_a / P_{a0}) \quad (HP-249)$$

soit $N_{dB} = 20 \cdot \log (u \cdot E \cdot \rho \cdot 10^5 / 8 \cdot \pi)$ (HP-250)

que l'on peut écrire : $N_{dB} = 20 \cdot \log (u) + 20 \cdot \log (E) + 20 \cdot \log (\rho) + 20 \cdot \log (10^5) - 20 \cdot \log (8 \cdot \pi)$ (HP-251)

tout cela pour le mettre sous la forme : $N_{dB} = 72 + N_{db(u)} + N_{db(E)} + N_{db(\rho)}$ (HP-252)

L'action du générateur est : $N_{db(u)} = 20 \cdot \log (u)$, (HP-253)

l'influence du facteur d'efficacité est : $N_{db(E)} = 20 \cdot \log (E)$, (HP-254)

l'influence du milieu et de son état : $N_{db(\rho)} = 20 \cdot \log (\rho)$ (HP-255)

La constante est la résultante de l'extraction de : $20 \cdot \log (10^5 / 8 \cdot \pi)$. la réponse est considérée omnidirectionnelle

✓ **Sensibilité du HP**

Pour une tension $u = 1$ Volt $N_{dB(1V)} = 72 + N_{db(E)} + N_{db(\rho)}$ (HP-256)

Or la sensibilité est établie pour la tension qui permet au générateur de délivrer une puissance de $P_e = 1W$ dans une charge purement résistive et normalisée de $Z_{norm} = 2$ ou 4 ou 8 ou 16 voir 32 Ω .

A cette puissance correspond une tension efficace $U_0 = (P_e \cdot Z_{norm})^{1/2} = (Z_{norm})^{1/2}$ (HP-257)

La connaissance de la classification du HP en fonction de l'impédance normalisée se fait généralement lors de l'achat du HP. L'impédance normalisée est celle qui est supérieure, et proche de la valeur de R_e .

Pour cette valeur $N_{db(U0)} = 20 \cdot \log (Z_{norm}^{1/2}) = 10 \cdot \log (Z_{norm})$ (HP-258)

La sensibilité $N_{db0} = N_{dB(1V)} + 10 \cdot \log (Z_{norm})$ (HP-259)

✓ **Conclusion** : Nous voici bien armés pour analyser le comportement du HP et le mettre en boîte.