De la puce à l'oreille

- Jean-Claude BODOT -

Asservissement en pression d'un HP

Notions de servomécanismes

1- Introduction

♦ Le système

Un ***système*** correspond à un ensemble d'éléments qui exercent collectivement une tache déteminée.
Il communique avec l'extérieur à l'aide de grandeurs fonctions du temps, appelés signaux.
Lorsque qu'un ***système***, sous l'action d'une grandeur, variable à l'entrée, fournit une grandeur de sortie fonction de la variable d'entrée, on dit que ***l'entrée commande la sortie***.
Il est dit linéaire si sa réponse (la grandeur de sortie) est égale à la combinaison linéaire des entrées. En appliquant à l'entrée un signal $e_{(t)} = a.e_{1(t)} + b.e_{2(t)} + c.e_{3(t)} + \ldots,$ (NS-1)

le ***système*** est ***linéaire*** si $s_{(t)} = a.\ s_{1(t)} + b.\ s_{2(t)} + c.\ s_{3(t)} + \ldots$ (NS-2)

Le ***système*** est ***invariant*** ou à constante localisée si soumis à un signal d' entrée $e(t)$ reproduit à des temps $t1$,$t2$,.. ses réponses $s_{(t1)}$, $s_{(t2)}$, .. restent identiques.

2- Asservissements

On appelle asservissement ou système asservi ou encore servomécanisme,
un système de commande avec amplification de puissance et, possédant un système de retour.

• Propriétés essentielles d'un asservissement

Un servomécanisme possède trois propriétés essentielles ;

- Sa précision d'exécution.
- La qualité d'adaptation à des conditions d'emploi imprévues,
- Son indépendance vis à vis des conditions extérieures.

S'il est précis, rapide et inconditionnellement stable , il est qualifié de robuste.

• Organes d'un asservissement

La variété d'éléments qui composent un système asservi est quasi infinie. Formellement, on caractérise chacun des éléments par sa fonction.
Ainsi on distingue les éléments qui ont les fonctions :

- de détection,
- de compensation,
- d'amplification,
- d'exécution.

Le dispositif sera composé de détecteur(s), de réseau(x) correcteur(s), d'amplificateur(s),
de moteur(s) et de l' organe à asservir.

♦ Signaux de commande et de perturbations

Les signaux auxquels sont soumis les servomécanismes sont aléatoires. Pour évaluer les performances d'un système on devrait utiliser des méthodes statistiques mais elles sont souvent difficiles à mettre en œuvre. Pour simplifier l'analyse il est fait appel à quatre signaux typiques :

✔ **L'échelon** : *C'est une fonction nulle pour t<0 et égale à une constante* e_o pour t>0.

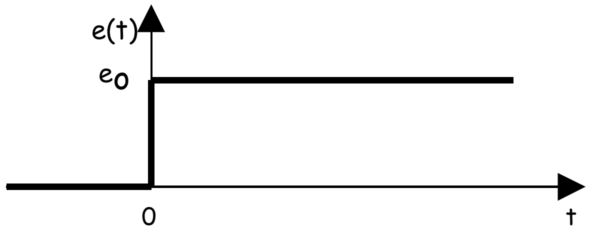
On l'exprime par : $e_{(t)}=e_o.u_{(t)}$, **(NS-8)**

avec $u(t)$ la fonction échelon unitaire

Si e_o=1 , $e_{(t)}=u_{(t)}$, **(NS-9)**

la fonction $u_{(t)}$ prend toute sa dimension.

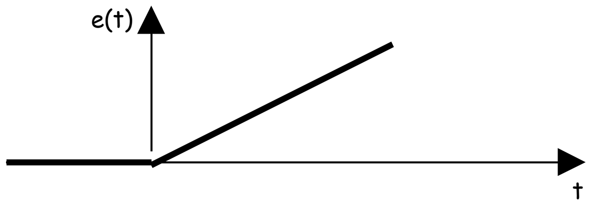
Sa transformée est $e_{(p)}=e_o/\mathbf{p}$ **(NS-10)**



- **La rampe** : La fonction est nulle pour t<0 et de pente constante a pour t>0.

On l'exprime par : $e_{(t)} = a.t.u_{(t)}$ **(NS-11)**

Sa transformée de Laplace est $\mathcal{L}\, e_{(t)} = e_{(\mathbf{p})}=a/\mathbf{p}^2$ **(NS-12)**



- **L'impulsion** : *C'est la limite d'une fonction nulle en dehors d'un petit intervalle de temps.*

Son expression est : $e_{(t)}=\lim_{k=infini} A.[\, k.u_{(t)} - ku_{(t-1/k)}]$ **(NS-13)**

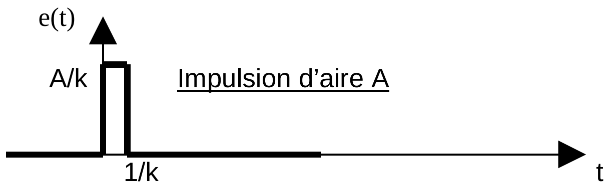
C'est un rectangle d'aire A se transformant en une raie verticale d'abscisse t=0, en conservant son aire A.

On la note : $e_{(t)}=A.\delta_{(t)}$ **(NS-14)**

$\delta(t)$ est la fonction de Dirac ou fonction impulsion unitaire.

La transformée de $\delta_{(t)}$ est $\mathcal{L}\, \delta_{(t)} = 1$ **(NS-15)**

ainsi la transformée de $e_{(t)}$ est $\mathcal{L}\, A.\delta_{(t)}= e_{(\mathbf{p})}= A$ **(NS-16)**



- **La sinusoïde** : Son expression est : $e_{(t)}=e_0.\sin(\omega.t + \phi).u_{(t)}$ **(NS-17)**

avec :

- e_0 , l'amplitude crête du signal,
- ω , la pulsation du signal en rd/s
- ϕ , la phase à l'origine (à t=0)

♦ Régimes d'un système asservi

Soumis à l'entrée à l'un des 4 signaux $e_{(t)}$ de commande précédent, le système finit par présenter, s'il est ***stable***, une sortie $s_{(t)}$ de même type que l'entrée. A l' instant considéré le système a atteint son ***régime définitif*** ou ***régime permanent***.

Le temps qui sépare l'application de la consigne, au moment ou le système atteint son régime définitif, est appelé ***régime transitoire***. Sa connaissance est importante car elle définit la dynamique du système.

Le régime transitoire peut être, oscillatoire, trop peu amorti (oscillatoire amorti), ou trop lent.

Un système bien conçu sera bien amorti et rapide.

✔ Erreur en régime définitif

Si à tout instant l'écart $\varepsilon_{(t)}=e_{(t)} - s_{(t)}$ est nul le système est ***calé***. Il suit la consigne.
Par contre si l'erreur est constante on l'appelle :

- dans le cas d'un échelon : écart statique ou ***erreur de position***,
- dans le cas d'une rampe : ***erreur de traînage***.
- dans le cas d'une consigne harmonique (sinusoïdale) la sortie est de la forme

$$s_{(t)}=A.e_0.\sin(\omega.t + \phi + \alpha) \qquad \textbf{(NS-18)}$$

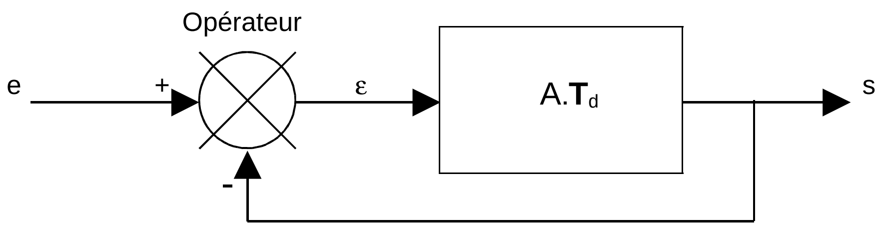
avec A le rapport d'amplitude .
et α ***l'erreur de phase***
L'erreur commise est traduite par les courbes de réponse du système.

♦ Transfert d'un système asservi

L'étude du fonctionnement d'un système asservi, nécessite le tracé de son diagramme fonctionnel.
Les dénominations A pour le gain, $\mathbf{T}$ pour une fonction de transfert sont celles que nous employons dans l'ensemble des sujets traités. ***L'automaticien aurait préféré*** K pour le gain et, F, G ou H pour les fonction de transfert remplacés respectivement par $\mathbf{T}_r$, pour le transfert de retour, $\mathbf{T}_d$, pour le transfert direct, et $\mathbf{T}_t$ pour le transfert total.

✔ Retour unitaire, fonction de transfert.

Son schéma type est le suivant



Il se compose :

- d'une chaîne directe dont l'entrée est l'écart $\varepsilon(t) = e(t) - s(t)$ et la sortie, $s(t)$. Elle est composée d'un amplificateur de gain A et d'un élément dont la fonction de transfert est $\mathbf{T}_d$
- d'une branche de retour qui applique $s(t)$ à l'opérateur
- d'un opérateur qui compare $s(t)$ à $e(t)$

L'écart $\varepsilon_{(p)} = e_{(p)} - s_{(p)} = s_{(p)}/A.\mathbf{T}_{(p)}$ (NS-19)

nous montre que : $e_{(p)} = s_{(p)} [\ 1 + 1/A.\mathbf{T}_{d(p)}]$ (NS-20)

La fonction de transfert du système est ainsi :

$$\mathbf{T}_{t(p)}= s_{(p)} / e_{(p)}= A.\mathbf{T}_{d(p)} / [1+A.\mathbf{T}_{d(p)}] = 1 / [\ 1+ 1/A.\mathbf{T}_{d(p)}\ ] \qquad \textbf{(NS-21)}$$

La structure de la chaîne directe constitue, si la boucle est ouverte (pas de retour), la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) du système. $\mathbf{T}_{BO(p)}= A.\mathbf{T}_{(p)}$. (NS-22)

A partir de NS-19 on déduit l'expression de l'écart

$$\varepsilon_{(p)}= e_{(p)} /(1+ \mathbf{T}_{BO(p)}) \qquad \text{(NS-23)}$$

qui permet de définir la fonction de transfert écart / entrée $\mathbf{T}_{\varepsilon(p)} = \varepsilon_{(p)}/e_{(p)}= 1/(1+\mathbf{T}_{BO(p)})$ (NS-24)

L'idéal voudrait que $\mathbf{T}_{BO(p)}$ tende vers l'infini afin que $\mathbf{T}_\varepsilon$ $(\mathbf{p})=0$, l'écart serait nul, le système se verrait attribuer le doux nom d' ***asservissement de recopie***.
L'équation caractéristique du système à retour unitaire est:

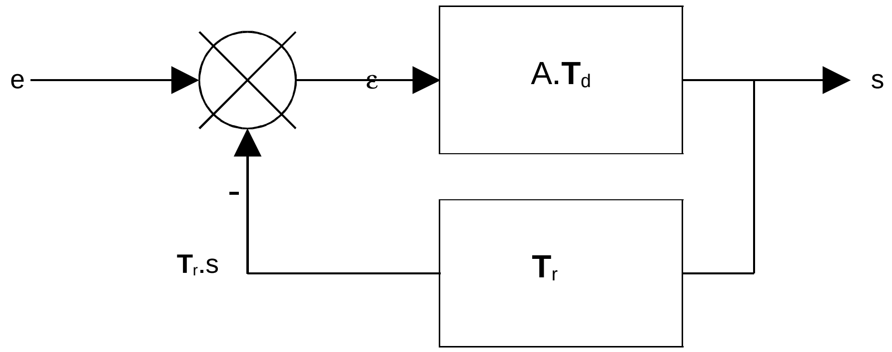
$$1+\mathbf{T}_{BO(p)} = 0 \qquad \text{(NS-25)}$$

soit

$$1+ A.\mathbf{T}_{(p)} =0 \qquad \text{(NS-26)}$$

Retour non unitaire , Fonction de transfert,

Le diagramme fonctionnel est le suivant.



Il se compose :

- d'une chaîne directe identique à la précédente
- d'une chaîne de retour ou le signal de sortie traverse un réseau correcteur dont la fonction de transfert est $T_{r(p)}$. L'opérateur effectue la différence entre $e_{(p)}$ et $s_{(p)}.T_{r(p)}$.

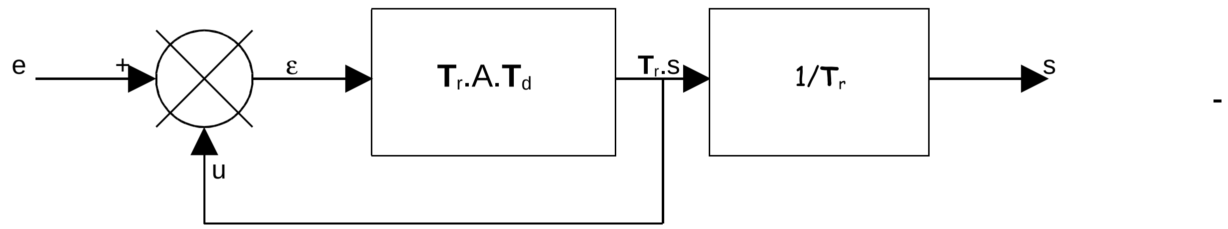
La valeur de l'écart $\quad \varepsilon_{(p)} = e_{(p)} - (s_{(p)}.T_{r(p)})$, (NS-27)

permet d'écrire $\quad s_{(p)}/A.T_{d(p)} = e_{(p)} - s_{(p)}.T_{r(p)}$, (NS-28)

et définir la fonction de transfert totale de l'asservissement.

$$T_{t(p)} = s_{(p)}/e_{(p)} = A.T_{d(p)} / [1 + A.T_{d(p)}.T_{r(p)}] \qquad \textbf{(NS-29)}$$

Equivalent à retour unitaire



Ce diagramme permet d'écrire :

$$s_{(p)} = u_{(p)} / T_{r(p)} \qquad \text{(NS-30)}$$

soit $\quad u_{(p)} = s_{(p)} . T_{r(p)}$ (NS-31)

$$\varepsilon_{(p)} = e_{(p)} - T_{r(p)}.s_{(p)} = s_{(p)} / A.T_{d(p)} \qquad \text{(NS-32)}$$

Après développement on vérifie bien que la fonction de transfert est identique à celle du système à retour non unitaire NS-27.

$$T_{t(p)} = s_{(p)} / e_{(p)} = A.T_{d(p)} / [1 + A.T_{d(p)}.T_{r(p)}] \qquad \textbf{(NS-33)}$$

Stabilité d'un système asservi

Réponse temporelle

L'application d'une impulsion de Dirac $\delta_{(t)}$ à l'entrée du système de fonction de transfert $T_{t(t)}$ donne à sa sortie

$$s_{(t)} = T_{t(t)}.\delta_{(t)} \qquad \text{(NS-34)}$$

Le système est dit stable, si sa réponse impulsionnelle est le siège d'un régime amorti. Autrement dit si écarté de sa position d'équilibre il tend à y revenir, instable si il tend à s'en écarter.

Réponse fréquentielle

Soumis aux mêmes conditions d'entrée, la réponse du système dans le domaine de Laplace est

$\mathcal{S}_{(p)} = \mathbf{T}_{t(p)}$ puisque $\mathcal{L}\,\delta_{(t)}=1$ **(NS-35)**

La fonction de transfert du système $\mathbf{T}_{t(p)}$ peut être écrite : $\mathbf{T}_{t(p)} = N_{(p)}/D_{(p)}$ **(NS-36)**

Ou $N_{(p)}$ et $D_{(p)}$ sont des polynômes présents au Numérateur et au Dénominateur de la fonction de transfert $\mathbf{T}_{t(p)}$.

Une fonction de transfert est aussi appelée ***transmittance*** .

On appelle ***zéros*** de la transmittance les ***racines de l'équation*** $N_{(p)}=0$

De même les ***pôles*** sont les ***racines de l'équation*** $D_{(p)}=0$

Ils sont développés en détail dans le chapitre1 'Les filtres'

Critères de stabilité, lieux de transfert, seront développés avec les filtres,
Les solutions pour obtenir la robustesse d'un servo mécanisme suivront l'évolution du chapitre sur l'asservissement des HP