Correction du DNB 2013
Pondichéry
Avril 2013

Exercice 1. **5 points**

1. **Affirmation 1** : VRAI
   On peut développer en utilisant l'identité remarquable : $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
   On obtient alors : $\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right) = \left(\sqrt{5}\right)^2 - 1^2 = 5 - 1 = 4$.
   Et 4 est bien un nombre entier.
2. **Affirmation 2** : FAUX
   Le nombre 4 admet 3 diviseurs distincts, 1, 2 et 4.

3. **Affirmation 3** : VRAI
   Un cube possède 6 faces, une pyramide à base carrée 5 faces et un pavé droit 6 faces soit au total : $6+5+6 = 17$ faces.

4. **Affirmation 4** : FAUX

   – Données : Les points A,O,C et B,O,D sont alignés dans cet ordre.
   – Test sur les rapports : $\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{2}{3,5} = \dfrac{20}{35}$ et $\dfrac{OB}{OD} = \dfrac{2,8}{5} = \dfrac{19,6}{35}$.
   – Les rapports sont différents donc d'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites ne sont pas parallèles.

Exercice 2. **8 points**

1. Il y a 1 + 2 = $\boxed{\text{3 plantules}}$ qui mesurent 12 cm ou moins.
2. L'étendue de la série est : 22 - 0 soit $\boxed{\text{22 cm}}$.
3. La moyenne de la série est : $\overline{m} = \dfrac{0\times 1 + 8\times 2 + \ldots + 21\times 4 + 22\times 2}{29} = \dfrac{481}{29} \approx 16{,}5862$ donc $\boxed{\overline{m} \approx 16{,}6 \text{ cm au dixième près}}$.
4. **Calcul de la médiane**.
   Il y a 29 valeurs dans cette série, $29 = 14+1+14$ donc la médiane est la $15^{ème}$ valeur.
   Soit $\boxed{M_e = 18 \text{ cm}}$. Il y a au moins la moitié des plantules qui font 18 cm et au moins la moitié qui font moins de 18 cm.
5. Il y a 24 plantules sur 29 au total qui mesurent 14 cm ou plus.
   Or on a : $\dfrac{24}{29} \times 100 \approx 82,76$ soit en pourcentage environ $\dfrac{82,76}{100} \approx 83\%$.
   De ce fait, environ 83% des élèves semblent avoir bien respecté le protocole.

6. Si le professeur ajoute une mesure, on se retrouve avec 30 valeurs. La médiane est donc la moyenne des $15^{ème}$ et $16^{ème}$ valeurs qui sont les mêmes, 18 cm.
   En effet, dans la série initiale, les valeurs de rang 14, 15 et 16 sont 18 cm, et, après la mesure de la plantule du professeur :

– soit sa mesure est inférieure à 18 cm et alors les valeurs 18 cm deviennent de rang 15, 16 et 17, la médiane reste de 18cm ;
– soit elle est supérieure à 18 cm et le rang des valeurs précédentes ne changent pas, la médiane reste de 18 cm ;
– soit elle est de 18 cm et il y a 4 valeurs à 18 cm de rang 14, 15, 16 et 17, la médiane est encore de 18 cm.

Exercice 3. **6 points**

1. Poids d'un homme de 70 kg sur Terre : $\boxed{P = m.g_T = 70 \times 9,8 = 686 \text{ N}}$.
2. Sur la Lune.
   a. Le tableau est bien un tableau de proportionnalité car on passe de la première ligne à la deuxième en multipliant par 1,7. C'est le coefficient de proportionnalité.
   b. C'est le coefficient de proportionnalité est noté $\boxed{g_L = 1,7}$. On a bien $P = m.g_L = m \times 1,7$.
   c. On a : $\dfrac{g_T}{g_L} = \dfrac{9,8}{1,7} \approx 5,765$ donc on pèse environ 6 fois moins lourd sur la Lune que sur la Terre.
3. Un cratère sur la Lune.
   a. On se place dans le triangle BCD, rectangle en D alors :
   $\tan \widehat{C} = \dfrac{\text{BD}}{\text{CD}}$ soit $\tan 4,3° = \dfrac{\text{BD}}{29}$ et donc $\boxed{\text{BD} = 29 \times \tan 4,3° \approx 2,2 \text{ km arrondi au dixième}}$.
   b. D'après les données de l'énoncé, CD = 20%× AB = 0,2× AB
   et donc $\text{AB} = \dfrac{\text{CD}}{0,2} = \dfrac{29}{0,2} = 145$ km.
   $\boxed{\text{Le cratère AB mesure environ 145 km}}$.

Exercice 4. **4 points**

1. En tapant 6 dans la cellule A17 on obtient l'image de 6 par la fonction $x \longmapsto 2x^2 - 3x - 9$ soit $2 \times 6^2 - 3 \times 6 - 9 = 2 \times 36 - 18 - 9 = \boxed{45}$.
2. D'après le tableau, on a 2 solutions de l'équation $2x^2 - 3x - 9 = 0$ qui sont : $\boxed{-1,5 \text{ et } 3}$.
3. L'aire du rectangle ABCD est : $\mathscr{A} = AB \times AC = (2x+3)(x-3) = 2x^2-3x-9 = 2x^2-6x+3x-9$.
   On retrouve donc l'expression dont on a le tableau de valeurs. On remarque alors que cette expression est égale à 5 pour deux valeurs : $x = 3,5$ et $x = -2$.
   Cependant, x doit être supérieur à 3 sinon AD $= x - 3$ n'a pas de sens (AD est une distance et donc un nombre positif).
   Pour $\boxed{x = 3,5 \text{ cm}}$ on a donc une aire du rectangle ABCD, $\mathscr{A} = 5$ cm^2.

Exercice 5. **6 points**

1. **a.** On a : $\mathscr{V} = \dfrac{Aire(\text{ABCD}) \times \text{SH}}{3}$ et donc on remplaçant par les valeurs :
   $108 = \dfrac{Aire(\text{ABCD}) \times 9}{3} = 3 \times Aire(\text{ABCD})$ donc $\boxed{Aire(\text{ABCD}) = \dfrac{108}{3} = 36 \text{ cm}^2}$.

b. Puisque la base ABCD est un carré, on a : $\boxed{\text{AB} = \sqrt{Aire(\text{ABCD})} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}}$.

c. Calculons le périmètre de ABC : $\mathscr{P} = \text{BA} + \text{BC} + \text{AC}$.

- Puisque BA = BC = 6 cm, le périmètre du triangle ABC, isocèle en B est $\mathscr{P} = 12 + \text{AC}$, il nous faut calculer AC.
- Le triangle ABC est rectangle isocèle en B donc d'après le théorème de Pythagore on a : $\text{BA}^2 + \text{BC}^2 = \text{AC}^2$ et donc $\text{AC}^2 = 6^2 + 6^2 = 72$
- On en déduit que : $\text{AC} = \sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$ cm.
- De ce fait : $\boxed{\mathscr{P} = 12 + 6\sqrt{2} \text{ cm}}$.

2. **a.** L'aire de la base passe donc de 36 cm^2 à 4 cm^2 et est donc divisée par un facteur a avec : $\dfrac{36}{a} = 4$ soit $a = \dfrac{36}{4} = 9$.

On sait alors que quand les longueurs sont divisées par k, les aires le sont par k^2 et les volumes par k^3.

Ainsi le rapport $k = \sqrt{a} = \sqrt{9} = 3$ et le volume de la pyramide réduite est :

$\boxed{\mathcal{V}' = \dfrac{\mathcal{V}}{3^3} = \dfrac{108}{27} = 4 \text{ cm}^3}$.

b. D'après la question précédente, puisque le triangle MNP est la réduction du triangle ABC par 3, Élise a bien raison.

Exercice 6. **6 points**

---

1. La durée du vol est de 255 jours soit $\boxed{255 \times 24 = 6\,120 \text{ heures}}$.

2. La vitesse moyenne du Rover est : $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{560 \times 10^6}{6\,120}$ km/h.

Donc $\boxed{v \approx 9,1503 \times 10^4 \text{ km/h} \approx 91\,500 \text{ km/h}}$ arrondi à la centaine.

3. Le temps mis par le signal pour parcourir les 248×10^6 km à la vitesse de 300 000 km/s est de $t = \dfrac{d}{v} = \dfrac{248 \times 10^6}{3 \times 10^5}$ s $= \dfrac{248}{3} \times 10^1$ s $\approx 826,66$ s

soit $\boxed{t \approx \dfrac{826,66}{60} \text{ min} \approx 14 \text{ min}}$ arrondi à la minute.

Remarque.

Pour être plus rigoureux on a :

$$t = \frac{2\,480}{3} \text{ s} = \frac{2\,480}{3 \times 60} \text{ min} = \frac{248}{18} \text{ min} = \frac{13 \times 18 + 14}{18} \text{ min} = 13 \text{ min} + \frac{7}{9} \text{ min}$$

$$t = 13 \text{ min} + \frac{140}{3} \text{ s} = 13 \text{ min} + 46 \text{ s} + \frac{2}{3} \text{ s}$$