

## DEVOIR MAISON n° 6 – 1S-

### Exercice 1.

On fabrique, avec une surface donnée  $S$  de tôle, une boîte cylindrique de rayon  $x$  et de hauteur  $h$  (avec un fond et un couvercle circulaires). Quel volume maximal peut-on donner à cette boîte ?  
(application numérique :  $S = 1\text{m}^2$ )

### Exercice 2.

On considère les fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par des formules de type :

$$f(x) = x^3 + px + q \quad \text{avec } p \text{ et } q \text{ des réels}$$

1. Montrer que si  $p \geq 0$ , la fonction  $f$  correspondante est croissante sur  $\mathbb{R}$  ( quel que soit  $q$ ).
2. Montrer que si  $p < 0$ , la fonction correspondante admet un tableau de variations du type :

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$\beta$	$+\infty$
$f(x)$		$M$	$m$	

↗                  ↘                  ↗

(Vous calculerez  $\alpha, \beta, m, M$  en fonction de  $p$  et  $q$ )

3. Faire les tableaux de variations et les graphiques des fonctions suivantes :

$$f(x) = x^3 + 2x \quad (p = 2, \quad q = 0)$$

$$f(x) = x^3 - 2x + 1 \quad (p = -2, \quad q = 1)$$

$$f(x) = x^3 - 2x + 4 \quad (p = -2, \quad q = 4)$$

$$f(x) = x^3 - 2x - 2 \quad (p = -2, \quad q = -2)$$

4. Pourquoi peut-on dire qu'une équation de type  $x^3 + px + q = 0$  a toujours au moins une solution ?  
En est-il de même d'une équation de type  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  (si vous avez le temps d'y réfléchir!...)