

## DEVOIR MAISON n° 1 -CORRECTION- 1S3 –sept 11

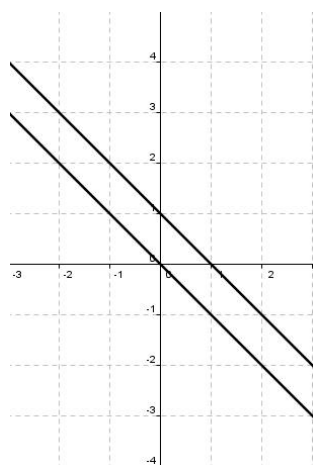
### Exercice 1.

$$(x + y)^2 = x + y \quad \text{soit} \quad (x + y)(x + y - 1) = 0 \quad \text{soit} \quad x + y = 0 \quad \text{ou} \quad x + y - 1 = 0$$

Une solution sera constituée par deux nombres  $x$  et  $y$  vérifiant l'une ou l'autre des relations trouvées. Par exemple deux nombres opposés ( $-2$  et  $2$ ) constitueront une solution. De même  $3$  et  $-2$  constitueront une solution.

On peut aussi dire qu'on peut représenter une solution par un point de coordonnées  $(x, y)$  dans un repère orthonormé. Les solutions seront alors représentées par les points dont les coordonnées vérifient  $y = -x$  et par les points dont les coordonnées vérifient  $y = -x + 1$ .

On reconnaît les équations de deux droites. Les couples de coordonnées des points de ces droites sont donc les solutions de l'équation donnée. On remarque que si  $(x, y)$  est une solution,  $(y, x)$  en est une aussi.



### Exercice 2.

Soit une feuille de format  $f = \frac{L}{l}$ . Si on la coupe en deux dans le sens de la longueur, il est évident que le format ne peut être conservé ! Si on la divise en deux dans l'autre sens, le nouveau format est  $f' = \frac{l}{L/2}$  si  $L < 2l$  ou  $\frac{L/2}{l}$  sinon. Dans ce deuxième cas, il est évident également que le format ne peut être conservé !

Considérons donc que l'on passe d'un format  $f = \frac{L}{l}$  à un format  $f' = \frac{l}{L/2} = 2\frac{l}{L} = \frac{2}{f}$ .  $f = f'$  signifie donc que  $f^2 = 2$  soit  $f = \sqrt{2}$ .

Exercice 3. 1.  $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$  : il suffit de développer et de réduire !

2. En développant, on trouve :

$$\frac{1}{2}((a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2) = (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

3. D'après les deux questions précédentes :

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a + b + c)((a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2)$$

Si  $a, b, c$  sont des positifs on en déduit que  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \geq 0$  soit  $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$ .

4. On a l'égalité lorsque  $a + b + c = 0$  ou  $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$ . Comme  $a, b, c$  sont positifs, cela ne peut se produire que lorsque  $a = b = c$ .