Les Racines carrées.

I. Définition de la racine carrée

Définition :
Soit a un nombre positif, la racine carrée de a est le nombre positif dont le carrée est a.
La racine carrée de a se note $\sqrt{a}$. $[\ (\sqrt{a})^2 = a\ ]$

Exemple : $\sqrt{16} = 4$ et $\sqrt{25} = 5$ $\sqrt{0} = 0$ $\sqrt{1} = 1$
$\sqrt{8} \approx 2.83$
$(1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$

Remarque

- $\sqrt{8}$ n'a pas d'écriture décimale
- $\sqrt{a}$ n'a pas de sens si $a < 0$
- $\sqrt{a}$ est un nombre positif et $(\sqrt{a})^2 = a$
- $\sqrt{a^2} = a$ si a est positif
- On appelle carré parfait un entier positif dont la racine carrée est un entier

Exemples :
16 est un carré parfait

II. Propriétés des racines carrées

Propriétés : Soient a et b deux nombres positifs on a :

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ avec $b \neq 0$
- $\sqrt{a^2} = a$

Exemple :
a) Développer
$A = (\sqrt{7} - \sqrt{3})^2 =$ ………………………….. $B = (5 - \sqrt{2})(5 + \sqrt{2}) =$ …………………
$C = (2\sqrt{50} + 3\sqrt{2})^2 =$……………………… $D = (1 + \sqrt{5})(2\sqrt{3} - 1) =$…………………………

b) Ecrire sous la forme la plus simple possible :
$A = \sqrt{75} + \sqrt{48}$ = ……………………………………………….
$B = \dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{45}} =$…………………………… $C = \dfrac{5}{\sqrt{2}} =$…………………………………………….
$D = \sqrt{200} - 3\sqrt{2} - 4\sqrt{18} =$……………………………………………………………………
$E = \sqrt{72} + \sqrt{64} - \sqrt{18} - \sqrt{50} =$ ……………………………………………………………..

III. Résolution de l'équation $x^2 = a$.

Théorème :
Si $a < 0$ alors l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solutions.
Si $a > 0$ alors l'équation $x^2 = a$ a deux solutions : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.

Exercice : Résoudre les équations suivantes :

$x^2 = 48$	$x^2 = 72$	$x^2 = -121$