CALCUL LITTERAL

I) Puissance d'un nombre relatif.

Règles : *a* désigne un nombre relatif non nul. *n* et *p* désignent deux nombres entiers relatifs.
$a^n \times a^p = a^{n+p}$; $\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$; $(a^n)^p = a^{n \times p}$, $(ab)^n = a^n \times b^n$; $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

Exemples :

- $(3x)^2 = 3^2 \times x^2 = 9x^2$
- $(-2x)^3 = (-2)^3 \times x^3 = -8x^3$
- $\left(\dfrac{3}{4}\right)^3 = \dfrac{3^3}{4^3} = \dfrac{27}{64}$
- $\left(\dfrac{1}{2}\right)^5 = \dfrac{1^5}{2^5} = \dfrac{1}{32}$

Remarques :

- $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$ $\quad 5^{-3} = \dfrac{1}{5^3} = \dfrac{1}{125}$ $\quad$ donc $\quad (-5)^3 \neq 5^{-3}$
- $2^2 + 2^3 = 4 + 8 = 12$ $\quad$ et $\quad 2^{2+3} = 2^5 = 32$ $\quad$ donc $\quad 2^2 + 2^3 \neq 2^{2+3}$

II)Calcul littéral

1. Applications de la distributivité

a. Règles

Distributivité simple : *k, a* et *b* désignent des nombres relatifs : $\underbrace{k(a+b)}_{produit} = \underbrace{ka+kb}_{somme\ a\lg\acute{e}brique}$

Définition :
Quand on transforme un produit en somme algébrique, on dit que l'on développe le produit
Quand on transforme une somme algébrique en produit, on dit que l'on factorise la somme.

Exemples :

- Développer l'expression $A = -2(y + 7)$
$A = -2(y+7) = -2y + (-2) \times 7 = -2y - 14$

- Factoriser l'expression $B = -2y - 14$
$B = (-2) \times y + (-2) \times 7 = -2(y + 7)$

Double distributivité : *a*, *b*, *c* et *d* désignent quatre nombres relatifs :
$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Exemple : Développer l'expression $C = (3x + 2)(5y - 7)$
$C = 3x \times 5y + 3x \times (-7) + 2 \times 5y + 2 \times (-7) = 15xy - 21x + 10y - 14.$

b. Réduction d'une expression littéral

Définition : réduire une expression revient) l'écrire avec le moins de termes possibles

Exemples :

- $D = 3x + 4x - 18x = (3 + 4 - 18)x = -11x$
- $E = 5a^2 - 4a - 1 + 2a^2 + a + 3 = 7a^2 - 3a + 2$

c. Factorisation avec un facteur commun

Exemples : factoriser les expressions suivantes

- $F = (x + 1)(x + 2) - 5(x + 2)$

$F = (x + 2)\left[(x + 1) - 5\right] = (x + 2)(x - 4)$

- $G = (x + 3)^2 - (x + 3)(2x - 4)$

$G = (x + 3)\left[(x + 3) - (2x - 4)\right] = (x + 3)(-x + 7)$

2. Identités remarquables

Règles : a et b désignent des nombres relatifs
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Exemples : Développer les expressions suivantes

Etape 1	$H = (x + 3)^2$	Je reconnais la forme $(a + b)^2$
Etape 2	$H = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$	J'utilise l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ *avec* $a = x$ *et* $b = 3$
Etape 3	$H = x^2 + 6x + 9^2$	J'effectue les calculs

Etape 1	$H = (3x - 5y)^2$	Je reconnais la forme $(a - b)^2$
Etape 2	$H = (3x)^2 - 3x \times 5y + (5y)^2$	J'utilise l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ *avec* $a = 3x$ *et* $b = 5y$
Etape 3	$H = 9x^2 - 15xy + 25y^2$	J'effectue les calculs

Etape 1	$H = (4x + 7)(4x - 7)$	Je reconnais la forme $(a + b)(a - b)$
Etape 2	$H = (4x)^2 - 7^2$	J'utilise l'identité remarquable $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ *avec* $a = 4x$ *et* $b = 7$
Etape 3	$H = 16x^2 - 49$	J'effectue les calculs

Remarques :
- la carré d'une somme de deux termes non nuls n'est pas égal à la somme des carrés de ces deux termes.
- Le carré d'une différence de deux termes non nuls n'est pas égale à la différences des carrés de ces deux termes.

Exemples factoriser les expressions suivantes.

Etape 1	$H = x^2 + 6x + 9$	Je repère les carrés (en vert)
Etape 2	$H = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$	H est de la forme $a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = x$ et $b = 3$. Je vérifie le double produit et son signe
Etape 3	$H = (x + 3)^2$	Je factorise en utilisant l'identité : $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

Etape 1	$H = 9x^2 - 15xy + 25y^2$	Je repère les carrés (en vert) En effet, $9x^2 = (3x)^2$ et $25y^2 = (5y)^2$
Etape 2	$H = (3x)^2 - 3x \times 5y + (5y)^2$	H est de la forme $a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 3x$ et $b = 5y$. Je vérifie le double produit et son signe
Etape 3	$H = (3x - 5y)^2$	Je factorise en utilisant l'identité : $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

Etape 1	$H = 16x^2 - 49$	Je reconnais la différence de deux carrés En effet, $16x^2 = (4x)^2$ et $49 = 7^2$
Etape 2	$H = (4x)^2 - 7^2$	H est de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = 4x$ et $b = 7$
Etape 3	$H = (4x - 7)(4x + 7)$	Je factorise en utilisant l'identité : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

III) Résolution d'équations

1. Equation à une inconnue

a. Définition

Définition : une équation à une inconnue est une égalité dans laquelle un nombre inconnue est désigné par une lettre.

Exemple : $3x - 12 = 4(x - 1)$ est une équation d'inconnue x

Remarques :

- Pour cette équation, le plus grand exposant de l'inconnue x est 1 ; cette équation est de degré 1.
- Pour l'équation $x^2 + 1 = 4x - 1$, le plus grand exposant de l'inconnue x est 2 ; cette équation est de degré 2.

Définition : Résoudre une équation d'inconnue x revient à trouver toutes les valeurs possibles du nombre x (si elles existent) qui vérifient l'égalité. Chacune de ces valeurs est une solution de l'équation.

b. Propriétés des égalités.

Propriétés

- On ne change pas une égalité lorsqu'on ajoute ou soustrait un même nombre à chacun de ces membres.
- On ne change pas une égalité lorsqu'on multiplie ou divise par un même nombre non nul chacun de ses membres.

c. Résolution d'une équation de degré 1 à une inconnue.

Exemples :

Résolution	Objectifs
$4x - 12 = 2(x + 3)$ $4x - 12 = 2x + 6$	Réduire chaque membre de l'équation
$4x - 12 - 2x = 2x - 6 - 2x$ $2x - 12 = - 6$	Regrouper les termes en x dans un membre de l'équation en utilisant les propriétés des égalités
$2x - 12 + 12 = -6 + 12$ $2x = 18$	Regrouper les termes constants dans l'autre membre de l'équation.
$\frac{2x}{2} = \frac{18}{2}$ $x = 9$	Obtenir la valeur possible de x

3. Equation produit nul

a. Définition

Définition : a, b, c et d désignent des nombres relatifs. Une équation de la forme $(ax + b)(cx + d) = 0$ est une équation produit nul d'inconnue x.

Exemple : $(3x + 4)(2x - 5) = 0$ est une équation produit nul d'inconnue x.

Remarque : $(3x + 4)(2x - 5) = 6x^2 - 7x - 20$. Le plus grand exposant de l'inconnue x est 2. Cette équation est de degré 2.

b. Propriété

Propriété : Un produit de facteur est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul
a et b désignent des nombres : $a \times b = 0$ équivaut à $a = 0$ ou $b = 0$.

Remarques :

- Les nombres a et b peuvent être tous les deux égaux à zéro.
- Si dans un produit un facteur est nul, alors ce produit est nul.

c. Résolution d'une équation produit

Exemple :

Résolution	Objectifs
$(x - 1)(x + 2) = 0$ un produit de facteur est nul si et seulement si l'un de ces facteurs est nul $x - 1 = 0$ ou $x + 2 = 0$	Se ramener à deux équations de degré 1
$x - 1 + 1 = 0 + 1$ ou $x + 2 - 2 = 0 - 2$ $x = 1$ ou $x = -2$	Pour chaque équation de degré 1, obtenir les valeurs possibles de x

L'équation $(x - 1)(x + 2) = 0$ admet deux solutions 1 ou – 2