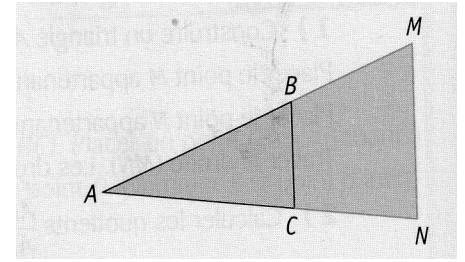


# THEOREME DE THALES

## I) Agrandissement ou réduction d'un triangle

Sur la figure ci-contre :

- Les points  $A, B, M$  sont alignés
- Les points  $A, C$  et  $N$  sont alignés
- Les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont parallèles



Le triangle  $AMN$  est un agrandissement du triangle  $ABC$ .

Toutes les longueurs sont multipliées par le rapport d'agrandissement  $k$ , avec  $k > 1$ .

Le triangle  $ABC$  est une réduction du triangle  $AMN$ .

Toutes les longueurs sont multipliées par le rapport de réduction  $k$ , avec  $k < 1$ .

Les mesures des angles de la figure sont inchangées.

## II) Théorème de Thalès

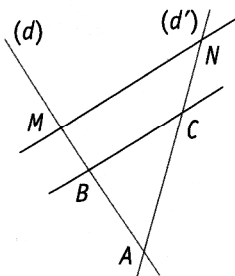
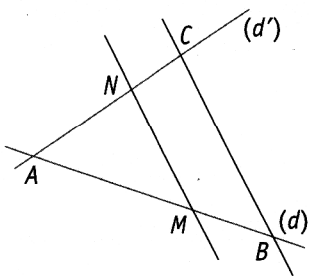
**Théorème :** Soient  $(d)$  et  $(d')$  deux droites sécantes en un point  $A$ .

Soient  $B$  et  $M$  deux points de la droite  $(d)$ , distincts de  $A$ .

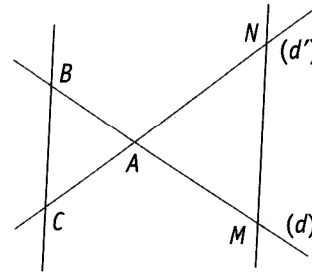
Soient  $C$  et  $N$  deux points de la droite  $(d')$ , distincts de  $A$ .

Si les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont parallèles, alors on a :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

### ■ CONFIGURATIONS VUES EN 4° :



### ■ AUTRE CONFIGURATION :



## III) Applications du théorème de Thalès

### 1. Calculer une longueur

**Exemple :** sur la figure ci-contre, on donne :  $A \in (BM)$

$A \in (CN)$  et  $(BC) \parallel (MN)$ .

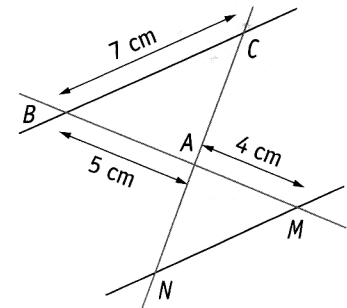
On peut calculer la longueur  $MN$ .

Les droites  $(BM)$  et  $(NC)$  sont sécantes en  $A$

Les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Donc  $\frac{4}{5} = \frac{MN}{7}$  donc  $MN = 7 \times \frac{4}{5} = 5.6$  cm



## 2. Partager un segment

### Exemple :

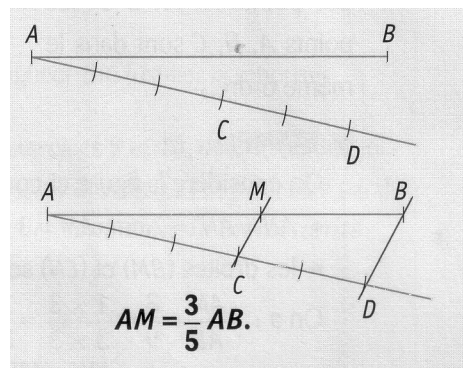
Construire le point  $M$  d'un segment  $[AB]$  tel que  $AM = \frac{3}{5}AB$ .

On trace le segment  $[AB]$  ainsi qu'une demi-droite d'origine  $A$ .

On gradue, à l'aide d'un compas, cette demi-droite et on y place les points  $C$  et  $D$  d'abscisses respectives 3 et 5.

On trace la droite  $(BD)$  : On construit la parallèle à la droite  $(BD)$  qui passe par le point  $C$ .

Enfin on note  $M$  son point d'intersection avec la droite  $(AB)$ .



### Justification :

Les droites  $(MB)$  et  $(CD)$  sont sécantes au point  $A$ .

Les droites  $(MC)$  et  $(BD)$  sont parallèles

Or, d'après le Théorème de Thalès, on a  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{3}{5}$ .

## 3. Prouver que deux droites ne sont pas parallèles

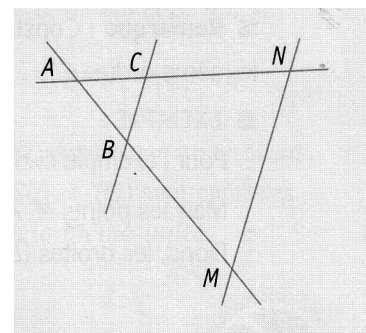
### Conséquence du théorème de Thalès :

Soient  $(d)$  et  $(d')$  deux droites sécantes en un point  $A$

Soient  $B$  et  $M$  deux points de la droite  $(d)$ , distincts de  $A$ .

Soient  $C$  et  $N$  deux points de la droite  $(d')$ , distincts de  $A$

Si  $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$  alors les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  ne sont pas parallèles.



**Exemple :** On considère la figure ci-dessus pour laquelle :

•  $AB = 3$  cm,  $AM = 9$  cm,  $AN = 7$  cm et  $AC = 2$  cm.

• Les droites  $(BM)$  et  $(CN)$  sont sécantes au point  $A$ .

On a :  $\frac{AM}{AB} = \frac{9}{3} = 3$  et  $\frac{AN}{AC} = \frac{7}{2} = 3.5$

On constate que  $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$

Donc , par conséquence du théorème de Thalès, les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  ne sont pas parallèles.

## IV) Réciproque du Théorème de Thalès

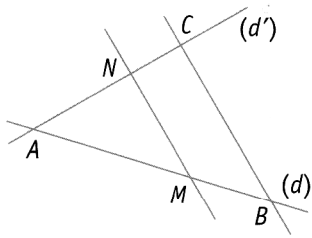
**Théorème :** Soient  $(d)$  et  $(d')$  deux droites sécantes en un point  $A$ .

Soient  $B$  et  $M$  deux points de la droite  $(d)$ , distincts de  $A$ .

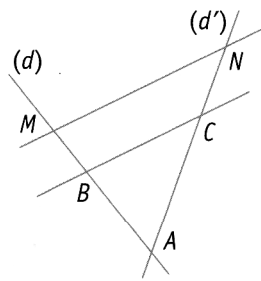
Soient  $C$  et  $N$  deux points de la droite  $(d')$ , distincts de  $A$

Si  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$  et si les points  $A, B, M$  et les points  $A, C, N$  sont dans le même ordre alors les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont parallèles.

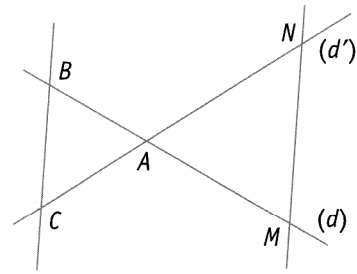
**Remarque :** Concernant l'ordre des points, on retrouve trois configurations :



Les points  $A, M, B$  et les points  $A, N, C$  sont dans le même ordre.



Les points  $A, B, M$  et les points  $A, C, N$  sont dans le même ordre.



Les points  $B, A, M$  et les points  $C, A, N$  sont dans le même ordre.

**Exemple :** On considère la figure ci-contre pour laquelle :

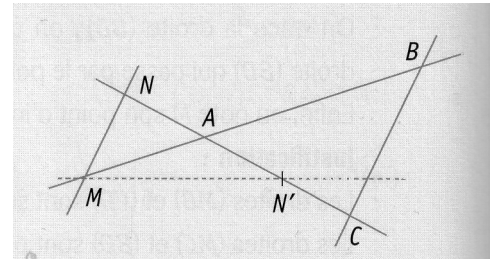
- $AN = AN' = 2 \text{ cm}$ ,  $AM = 3 \text{ cm}$ ,  $AB = 9 \text{ cm}$  et  $AC = 6 \text{ cm}$
- Les droites  $(BM)$  et  $(CN)$  sont sécantes en  $A$ .

On a :  $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$  et  $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

On constate que  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ .

De plus, les points  $M, A, B$  et les points  $N, A, C$  sont dans le même ordre.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont parallèles.



**Remarque :** Constaté l'égalité ne suffit pas, il faut aussi vérifier que les points sont dans le même ordre.

**Exemple :**

Pour l'exemple ci-dessus, on constate que :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN'}{AC} = \frac{1}{3}$ . Les droites ne sont pourtant pas parallèles car les points  $M, A, B$  et les points  $N', A, C$  ne sont pas dans le même ordre.