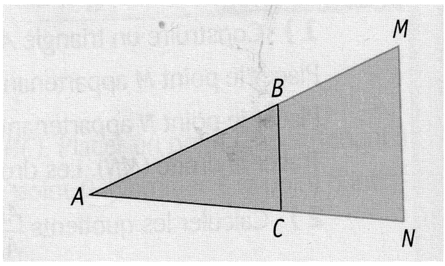
THEOREME DE THALES

I) Agrandissement ou réduction d'un triangle



Sur la figure ci-contre :

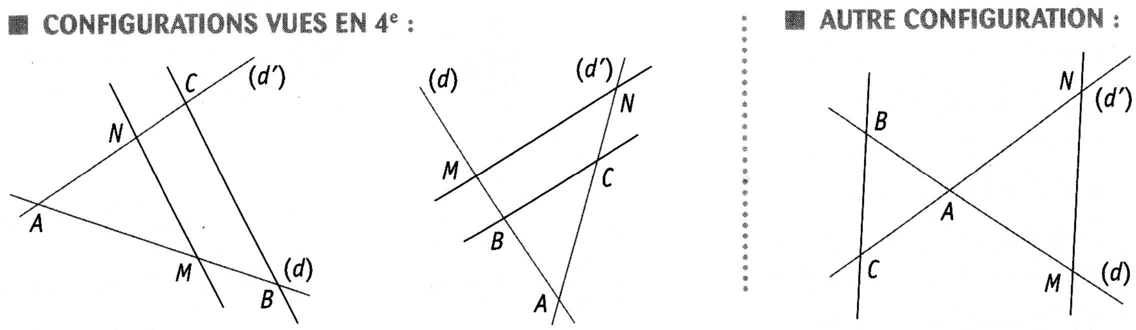
- Les points *A*, *B*, *M* sont alignés
- Les points *A*, *C* et *N* sont alignés
- Les droites (*BC*) et (*MN*) sont parallèles

Le triangle *AMN* est un agrandissement du triangle *ABC*.
Toutes les longueurs sont multipliées par le rapport d'agrandissement *k*, avec $k > 1$.
Le triangle *ABC* est une réduction du triangle *AMN*.
Toutes les longueurs sont multipliées par le rapport de réduction *k*, avec $k < 1$.

Les mesures des angles de la figure sont inchangées.

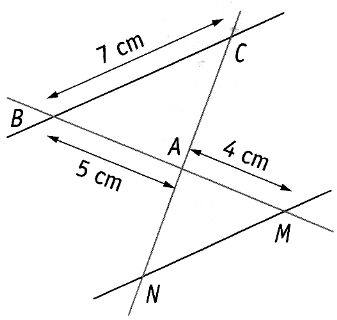
II) Théorème de Thalès

Théorème : Soient (*d*) et (*d'*) deux droites sécantes en un point *A*.
Soient ……….deux points de la droite (*d*), distincts de *A*.
Soient ………. deux points de la droite (*d'*), distincts de *A*
Si les droites (*BC*) et (*MN*) sont …………………, alors on a : ………………………



III) Applications du théorème de Thalès

1. Calculer une longueur

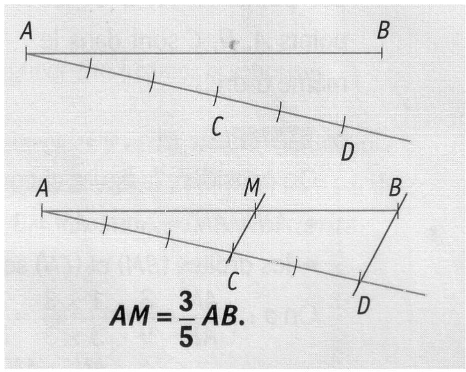


Exemple : sur la figure ci-contre, on donne : $A \in (BM)$
$A \in (CN)$ et $(BC)//(MN)$.
Calculer la longueur *MN*.

Partager un segment

Exemple :

Construire le point M d'un segment $[AB]$ tel que $AM = \frac{3}{5}AB$.

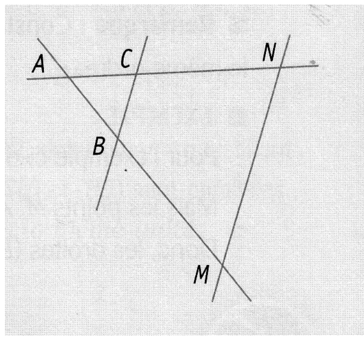


On trace le segment $[AB]$ ainsi qu'une demi-droite d'origine A.
On gradue, à l'aide d'un compas, cette demi-droite et on y place les points C et D d'abscisses respectives 3 et 5.
On trace la droite (BD) : On construit la parallèle à la droite (BD) qui passe par le point C.
Enfin on note M son point d'intersection avec la droite (AB).

Justification :

2. Prouver que deux droites ne sont pas parallèles

Conséquence du théorème de Thalès :
Soient (d) et (d') deux droites sécantes en un point A
Soient B et M deux points de la droite (d), distincts de A.
Soient C et N deux points de la droite (d'), distincts de A
Si ……………….. alors les droites (BC) et (MN) ………………………….



Exemple : On considère la figure ci-dessus pour laquelle :

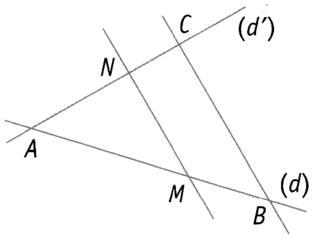
- $AB = 3$ cm, $AM = 9$ cm, $AN = 7$ cm et $AC = 2$ cm.
- Les droites (BM) et (CN) sont sécantes au point A.

Les droites (BC) et (MN) sont-elles parallèles ?

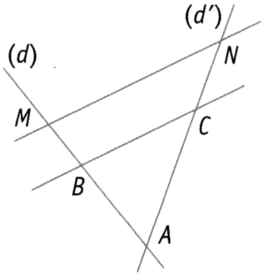
IV) Réciproque du Théorème de Thalès

Théorème : Soient (d) et (d') deux droites sécantes en un point A.
Soient B et M deux points de la droite (d), distincts de A.
Soient C et N deux points de la droite (d'), distincts de A
Si ………………………et si les points ………….. et les points ………… sont dans ……………………
alors les droites (BC) et (MN) sont ………………………..

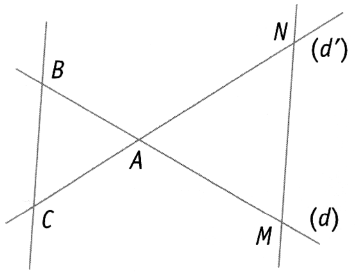
Remarque : Concernant l'ordre des points, on retrouve trois configurations :



Les points A, M, B et les points A, N, C sont dans le même ordre.



Les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre.



Les points B, A, M et les points C, A, N sont dans le même ordre.

Exemple : On considère la figure ci-contre pour laquelle :

- $AN = AN' = 2$ cm, $AM = 3$ cm, $AB = 9$ cm et $AC = 6$ cm
- Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A.

Les droites (BC) et (MN) sont-elles parallèles ?

Remarque : Constater l'égalité ne suffit pas, il faut aussi vérifier que les points sont dans le même ordre.

Exemple :

Pour l'exemple ci-dessus, on constate que : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN'}{AC} = \dfrac{1}{3}$. Les droites ne sont pourtant pas parallèles car les points M, A, B et les points N', A, C ne sont pas dans le même ordre.