



Kepler et la découverte de la fonction régissant le système solaire

BRUCE DIRECTOR

Nous adaptons ici les six premiers articles d'une longue série publiée dans le journal américain *The New Federalist* et intitulée « Riemann for Anti-Dummies ». Sur un mode polémique et non académique, nous verrons comment Kepler n'a jamais conçu ses découvertes fondamentales comme étant « trois lois », cette formalisation nous empêchant même de comprendre le principe de découverte de Kepler.

On peut voir dans la prolifération de livres pratiques « pour les nuls » un symptôme de la déficience cognitive de la génération des soixante-huitards et des suivantes. Comme beaucoup de tendances destructrices de la fin du XX^e siècle, ce type d'ouvrages a comme origine l'industrie de l'information et du divertissement numériques. Les « grands prêtres » de l'information, insatiables dès qu'il s'agit de profits financiers, initient au fonctionnement soi-disant complexe des programmes informatiques un nombre croissant d'âmes égarées, et cela en utilisant un langage pour bébés et des images pour enfants de telle sorte que les « nuls » puissent comprendre. Cet appel à l'ignorance s'est répandu comme une traînée de poudre, et ce d'autant plus rapidement qu'un nombre grandissant de victimes acceptaient volontiers de s'identifier comme faisant partie des « nuls ». Un survol récent du site d'Amazon.com a produit plus de 714 livres de ce genre, portant sur des sujets informatiques comme *Windows 98 pour les nuls* ou *Internet pour les nuls*, ou plus généralement sur des sujets comme *Investir pour les nuls*, *Comment acheter une voiture pour les nuls*, *La musique classique pour les nuls*, *Comment élever ses enfants pour les nuls*, *Gastronomie pour les*

nuls, *Le sexe pour les nuls*, *Leadership pour les nuls*, édition abrégée (et ce n'est pas une plaisanterie !).

Certes, il n'y a là rien de nouveau. Cinq cents ans auparavant, Paolo Sarpi et son protégé Galilée avaient concocté une « science pour les nuls » afin de saper les accomplissements de la Renaissance. Ils pensaient qu'en éliminant l'esprit humain, ils pourraient rendre l'univers plus simple. Depuis lors, les disciples de Sarpi – de Newton à von Neumann, en passant par Euler et Kronecker – ont induit d'innombrables individus, intelligents par ailleurs, à se détourner de l'approche plus véridique mais aussi plus exigeante de Platon, Nicolas de Cues, Johannes Kepler, Pierre de Fermat, Gottfried Leibniz, Abraham Kästner, Carl Gauss et Bernhard Riemann. L'oligarchie a imposé sa vision plus simple et épurée (c'est-à-dire débarrassée de l'esprit humain) d'un « univers pour les nuls ». La façon dont elle a procédé est la suivante : se débarrasser des solides platoniciens et des intervalles harmoniques, réduire le reste en trois expressions mathématiques simples et baptisée les « lois de Kepler », réduire davantage ces trois expressions jusqu'à ce que nous obtenions la « loi de l'inverse des carrés », embaucher cet occultiste psychopathologique du nom d'Isaac Newton afin qu'il

écrit un « univers pour les nuls », embaucher ensuite une nouvelle génération d'académiciens encore plus dégénérés (si possible provenant de l'Ile de Laputa) pour qu'ils produisent à leur tour une autre version – « L'univers pour les vrais nuls » – et la vendre comme manuel scolaire aux écoles et aux universités, enfin la publier sur Internet.

Maintenant, comme l'avenir de la civilisation dépend de notre capacité à réduire l'attrait que l'on pourrait trouver à être nul, nous allons entreprendre une enquête approfondie, à partir des découvertes faites par Kepler concernant le système solaire, sur le développement de ce que l'on pourrait appeler plus généralement la « théorie des fonctions de Gauss et de Riemann ». Même si les présentations mathématiques de ce sujet sont légion, tant sous une forme destinée aux « grands prêtres » des mathématiques et de l'informatique que dans une version simplifiée pour les nuls, pratiquement aucune d'entre elles ne s'appuie sur une compréhension véritable de la pensée sous-tendant les découvertes de Gauss et de Riemann. Il serait plus approprié, de notre point de vue, de caractériser la théorie des fonctions de Gauss et de Riemann comme étant une science métaphorique plutôt qu'une science mathématique formelle. En conséquence, nous allons éviter de commencer par une définition formelle du concept de fonction. Nous préférons ainsi laisser la question en suspens, afin de permettre au lecteur de construire par lui-même ce concept, plutôt que de simplement apprendre une définition.

Kepler s'oppose à Ptolémée, Copernic et Brahe

Même si cela peut être à l'occasion tacitement reconnu, il est presque impossible de comprendre aujourd'hui comment la science révolutionnaire de Kepler a pu servir de base au développement de la théorie des fonctions de Gauss et de Riemann. Nous allons donc, pour cette raison, explorer certains aspects des découvertes de Kepler.

Pour Kepler, comme pour tous les hommes qui l'ont précédé et qui lui

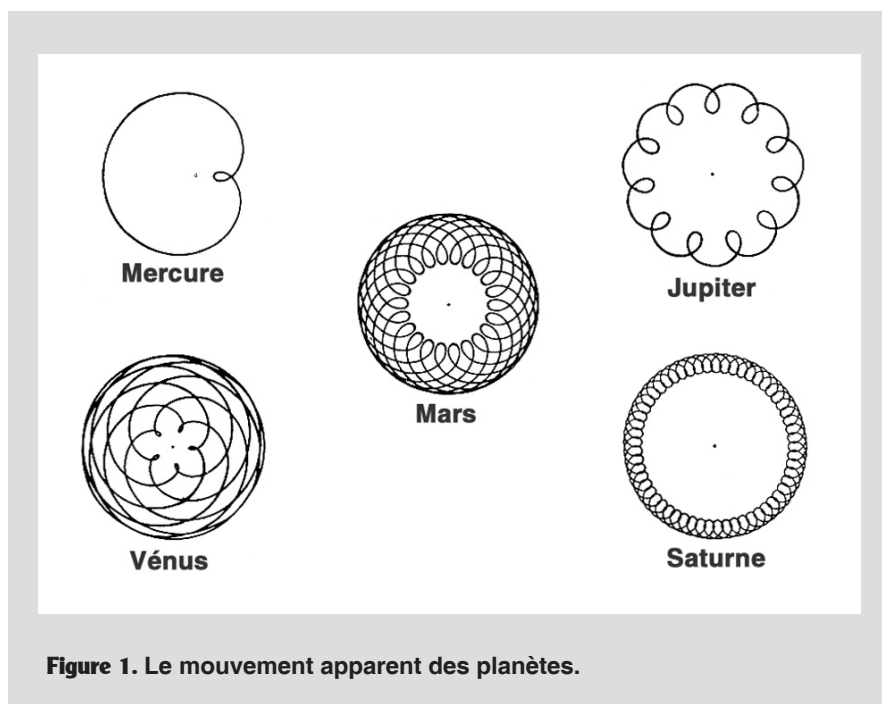


Figure 1. Le mouvement apparent des planètes.

ont succédé, les mouvements des planètes de notre système solaire, ainsi que celui des étoiles situées au-delà, ne sont observés qu'indirectement. Ils nous apparaissent comme des positions sur la face intérieure d'une sphère céleste. Les déplacements, lorsqu'ils sont tracés de façon simultanée sur cette sphère, forment un réseau d'arcs de cercles enchevêtrés (figure 1). A partir de cet enchevêtrement, nous nous rendons compte, après mûre réflexion, que les déplacements ainsi représentés nous semblent irréguliers. Comment l'esprit humain peut-il, par conséquent, démêler ces courbes et construire une fonction dont cet enchevêtrement n'est qu'une projection ?

Cette projection contient en particulier un ensemble de points singuliers pouvant représenter :

- les endroits où les planètes changent de direction ;
- les endroits où le mouvement passe d'une accélération à une décélération ;
- les endroits où la planète atteint une déviation maximale ou minimale de l'écliptique ;
- les points où les projections des orbites des différentes planètes semblent se croiser.

En procédant à l'envers, la relation entre ces points singuliers donne au chercheur la possibilité de construire une fonction qui permet de reproduire les résultats observés. Kepler souligne dans le chapitre 1 de son

Astronomie Nouvelle : « Le témoignage des âges confirme que le mouvement des planètes est orbiculaire. La raison, de même que l'expérience, nous permet immédiatement d'en déduire que leurs girations sont des cercles parfaits. Car parmi les figures, ce sont les cercles, et parmi les corps, ce sont les cieux, qui sont considérés comme étant les plus parfaits. Cependant, lorsque l'expérience enseigne quelque chose de différent à ceux qui sont attentifs, en l'occurrence que les planètes s'écartent d'une trajectoire simplement circulaire, un émerveillement profond naît et conduit les hommes à étudier les causes.

« C'est à partir de cela même que l'astronomie est née parmi les hommes. On considère que l'astronomie a pour but d'expliquer pourquoi le mouvement des étoiles semble être irrégulier vu de la Terre, et ce malgré le fait qu'elles soient infiniment bien ordonnées dans le ciel. Elle a aussi pour but d'établir les cercles selon lesquels les étoiles se déplacent, de façon à ce que leurs positions et apparitions puissent à tout moment être prédites. »

Ptolémée, Copernic et Brahe ont tous cherché à construire une fonction qui, projetée sur une sphère, permettrait de produire un enchevêtrement de courbes se rapprochant du mouvement observé des planètes. Chacun d'entre eux en a produit une mais elles diffèrent toutes radicalement les unes des autres. Toutes



Claude Ptolémée (100-170), Nicolas Copernic (1473-1543) et Tycho Brahe (1546-1601).

donnaient des approximations équivalentes « à un poil près », mais toutes s'écartaient des observations historiques et étaient incapables de prédire exactement les observations futures. Non seulement était-il impossible de distinguer laquelle pouvait être la fonction correcte, mais l'on pouvait aussi se demander s'il n'était pas possible de construire une infinité d'autres fonctions qui nous donneraient une approximation tout aussi bonne des valeurs observées.

Dans sa démarche, Kepler a rejeté la méthode mathématique de ses prédécesseurs, écrivant dans *Le secret du monde* : « [...] alors que Copernic le fait à partir de raisons mathématiques, je le faisais à partir de raisons physiques ou, mieux encore, métaphysiques. » La fonction recherchée devait par conséquent non seulement tenir compte des apparences mais elle devait aussi expliquer le mouvement physique des planètes, ce qui exigeait une analyse de la raison de ce mouvement : « Par sa force inhérente, la planète doit accomplir une trajectoire parfaitement circulaire dans le pur éther, épicyclique dans le premier modèle et excentrique dans le second. Il est donc clair que le moteur devra s'acquitter de deux tâches : il devra être doté d'une faculté assez forte pour faire déplacer le corps et, deuxièmement, il devra avoir une connaissance suffisante pour trouver une délimitation circulaire dans le pur éther, qui ne soit pas lui-même divisé en de telles régions. Ceci est la fonction de l'Esprit. »

Quelle est la nature de l'Esprit, et comment peut-on la découvrir ? Ke-

pler écrit dans *Le secret du monde* : « Dieu, à l'instar de n'importe quel architecte humain, a procédé à la création du monde avec ordre et mesure et qu'il a ainsi mesuré chaque chose, comme si ce n'était pas l'Art qui imitait la nature, mais comme Dieu lui-même qui avait considéré la manière de construire de l'homme qui devait exister un jour ! »

La fonction construite par Kepler n'était pas une construction logique formelle mais plutôt une métaphore utilisant la géométrie, les mots et les nombres, qui devait permettre de refléter les caractéristiques de l'esprit vers ce même esprit. La fonction recherchée ne peut être formulée en simples termes mathématiques formels mais seulement en reproduisant son processus d'élaboration, tel qu'il est contenu dans l'ensemble du corpus de l'œuvre de Kepler. Certains des principes caractérisant la fonction peuvent être résumés de la façon suivante :

- la force motrice du système solaire est localisée dans le Soleil, ce dernier étant au repos ;
- les effets de cette force motrice diminuent avec la distance ;
- la distance de la planète par rapport au Soleil varie au cours de son parcours, produisant ainsi un mouvement régulier mais non constant, dont le reflet se trouve dans le rapport constant entre l'aire balayée par la planète et le temps écoulé dans cet intervalle ;
- la forme des orbites ainsi produite est une ellipse et toutes les orbites ont pour foyer le Soleil ;
- les orbites sont disposées de telle

sorte que le rapport du carré des périodes sur le cube des distances moyennes par rapport au Soleil soit égal pour toutes les orbites ;

- le rapport des vitesses angulaires entre les planètes correspond à des intervalles musicaux singuliers.

Les conditions décrites ci-dessus sont seulement quelques-unes des caractéristiques de la fonction recherchée. C'est l'ensemble de la fonction qui détermine chacune des caractéristiques. Nous connaissons la nature de la fonction à travers ses caractéristiques, mais nous ne pouvons pas découvrir les caractéristiques sans avoir au préalable développé un concept de la fonction.

Une fonction « hypergéométrique »

On peut imaginer s'exprimer, au début du XVII^e siècle, un ancêtre des actuels soixante-huitards : « Ne me dites pas comment l'univers est construit. J'ai seulement besoin de savoir quand Mars sera dans le Lion, quand Saturne sera en opposition au Soleil et quand Jupiter sera de nouveau alignée avec la Lune. Les armées s'amassent aux portes de la ville et, d'après des informateurs dignes de confiance, la guerre commencera lorsque les étoiles seront ainsi disposées. Quand les armées se regroupent, je fais fortune : les dés, le whisky et les femmes de compagnie. J'ai une commission sur tout cela. Mais lorsque la bataille s'engage, il

est trop tard pour spéculer. J'ai besoin de savoir maintenant. Achetez au rabais et vendez cher, disent-ils. C'est mieux si je dis aux autres de vendre mais ça ne marche que s'ils pensent que je suis le seul à détenir l'information pertinente. »

Kepler n'a peut-être jamais rencontré un interlocuteur aussi direct, mais il a fort probablement dû confronter quelque chose de similaire : « *Hélas de combien de biens les malheureux mortels se privent mutuellement à cause de leur misérable démangeaison de disputes ! Quelle profonde ignorance de leur destin n'engloutit-elle pas des hommes qui se comportent ainsi ! Quelle funeste résolution nous fait, en fuyant le feu, tomber au beau milieu du feu* », écrit-il en 1621, trois ans après l'éruption de la guerre de Trente ans.

« *Après ce renversement dans les affaires d'Autriche, puisse-t-il être enfin le moment de la réalisation de cet oracle de Platon* : Alors que la Grèce était en proie, de tous côtés, à une longue guerre et qu'elle souffrait de tous les maux qui accompagnent ordinairement une guerre civile, consulté sur le problème de Délos, Platon y trouva l'occasion de donner aux peuples des conseils salutaires : il répondit que, selon l'opinion d'Apollon, la Grèce serait en paix si les Grecs voulaient bien se tourner vers la Géométrie et les autres études philosophiques, parce que ces études amèneraient les esprits, de l'ambition et autres désirs qui font naître les guerres et tous autres maux, à l'amour de la paix et à la modération en toutes choses. »

Telle fut l'introduction de Kepler à la réédition du *Secret du monde*, publiée vingt-cinq ans après sa première édition de 1595. Cette période de vingt-cinq ans fut marquée par une escalade des guerres de religions orchestrées par les Vénitiens. Commencées en 1513, ces guerres de religions furent accompagnées par une progression de la superstition populaire et de la sorcellerie, elle aussi orchestrée, au point où la propre mère de Kepler, accusée de sorcellerie, fut condamnée à mort. Pendant cette période tourmentée, Kepler allait développer davantage les découvertes accomplies dans son premier ouvrage, élaborant les principes qui régissent les différentes formes de mouvement rencontrées dans le système solaire et les ordon-

nant en une fonction unifiée d'un type particulier, que Gauss allait qualifier deux cents ans plus tard d'« *hypergéométrique* ».

L'astronomie a deux fins, écrit Kepler dans l'*Epitomé de l'astronomie copernicienne* : « *Sauver les apparences et contempler le véritable édifice de la nature.* » Pour Kepler, les principes nécessaires au deuxième objectif sont aussi valables pour le premier. Plusieurs efforts visant à sauver les apparences avaient été tentés par le passé, mais il leur manquait quelque chose. Ils présentaient tous le même défaut, non pas dans la sophistication de leurs constructions géométriques mais dans leur intention sous-jacente qui consistait à prédire et non à connaître.

Connaître, au lieu de simplement prédire, exige « *la discipline qui dévoile les causes des choses, qui s'affranchit des tromperies de la vue et qui transporte l'esprit plus haut et plus loin, au-delà des limites de la vue. Par conséquent, ce n'est une surprise pour personne que la vue devrait apprendre de la raison, que l'élève devrait apprendre de son maître quelque chose de nouveau qu'il ne connaissait pas auparavant [...]* », écrit Kepler dans son *Epitomé*.

La fonction « hypergéométrique » composée par Kepler est ainsi constituée d'un ensemble de contraintes physiques qui, considérées comme un tout, permettent aux seuls mouvements qui ont physiquement lieu, d'avoir lieu. Chaque contrainte est en elle-même une fonction, un cas particulier en quelque sorte, de cette fonction hypergéométrique générale qui caractérise l'ordonnement du système solaire.

Voyons à titre d'exemple comment Kepler aborde, dans son *Epitomé*, les contraintes qui déterminent le nombre de planètes : « *Ce problème a été résolu, avec l'aide de Dieu, de façon satisfaisante. Les raisons géométriques sont co-éternelles avec Dieu – et en elles nous trouvons la première différence entre le courbé et la ligne droite. Plus haut [dans le Livre I], nous avons dit que le courbé recèle en quelque sorte une ressemblance avec Dieu ; la ligne droite représente ce qui a été créé. Et en premier lieu, dans l'ornement du monde, la région la plus éloignée, celle des étoiles fixes, a été faite sphérique, dans une ressemblance géométrique avec Dieu, parce qu'en tant que Dieu corporel – adoré*

par les Gentils sous le nom de Jupiter – il devait contenir toutes les autres choses en lui. Ainsi, les grandeurs rectilignes appartiennent aux éléments les plus intimes de la sphère la plus éloignée ; et les grandeurs les plus immédiates et les plus belles aux éléments premiers. Mais parmi les grandeurs rectilinéaires, les premières, les plus parfaites, les plus belles sont celles qui sont appelées les cinq solides platoniciens. Il y a plus de deux mille ans, les Pythagoriciens disaient d'eux qu'ils étaient les cinq figures du monde, puisqu'ils pensaient que les quatre éléments primordiaux plus le ciel – la quintessence – se conformaient selon l'archétype de ces cinq figures.

« *Mais la véritable raison pour laquelle ces figures s'emboîtent mutuellement est que ces cinq figures peuvent ainsi se conformer aux intervalles des sphères. Ainsi, s'il y a cinq intervalles sphériques, il faut qu'il y ait six sphères ; de la même façon que s'il y a quatre intervalles linéaires, il y a nécessairement cinq nombres.* »

Ainsi, les contraintes qui déterminent le nombre de planètes et la taille de leurs orbites découlent, en tant que cas particulier, de la fonction hypergéométrique et reflètent l'incommensurabilité du linéaire avec le courbé. Il existe en effet une caractéristique différente entre l'action sur une surface plane et celle sur une surface courbe. Les cinq solides platoniciens représentent la totalité de toutes les divisions égales possibles d'une sphère, alors qu'une surface plane est caractérisée par un ensemble complètement différent de « maillage » (**figure 2**). De plus, la périodicité caractérisant une surface plane est quadruple alors que la périodicité caractéristique d'une surface sphérique est quintuple (comme Napier, un contemporain de Kepler, l'a montré dans ses études sur le *pentagramma mirificum*). La corrélation entre ce paradoxe géométrique et la nature physique du système solaire démontre que la fonction hypergéométrique régissant le système solaire est courbe, c'est-à-dire anti-euclidienne.

L'action sphérique en tant que telle ne suffit pas pour autant à caractériser le mouvement des planètes sur leurs orbites. Même s'il est vrai que la période totale de chaque orbite planétaire est constante, le mouvement des planètes « *est d'une vitesse irrégulière dans ses parties ; il*

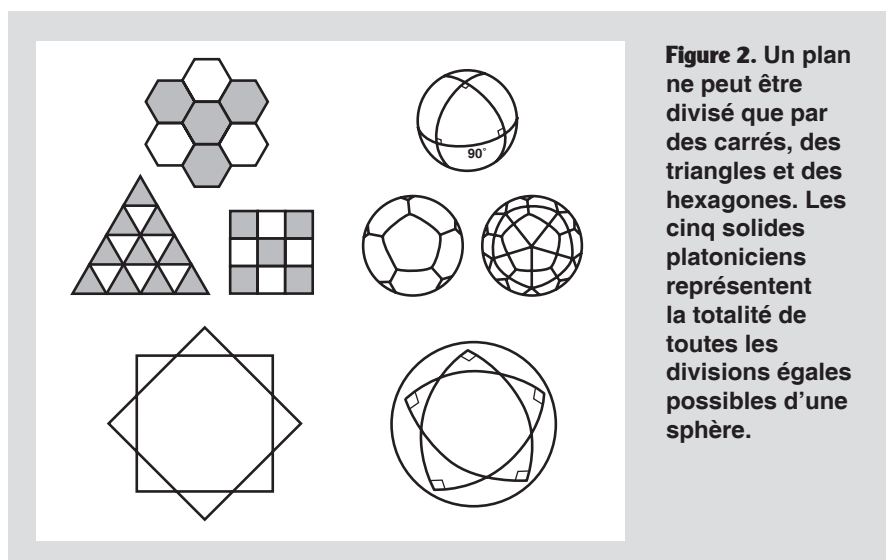


Figure 2. Un plan ne peut être divisé que par des carrés, des triangles et des hexagones. Les cinq solides platoniciens représentent la totalité de toutes les divisions égales possibles d'une sphère.

d'imaginaire, le mouvement, dans toute sa rigueur mathématique, n'est rien d'autre qu'un changement dans les positions [situs] des corps entre eux, et ainsi, le mouvement n'est pas quelque chose d'absolu, mais consiste en une relation. »

Il s'ensuit donc qu'il est impossible de savoir qui, de la Terre ou du Soleil, est en mouvement. Pourtant, on entend souvent les réponses suivantes :

1. Selon la perception sensorielle naïve : le Soleil est celui qui est en mouvement, parce que je vois le Soleil, les étoiles et les planètes bouger autour de moi.

2. Selon l'opinion populaire : la Terre tourne autour du Soleil. Tout le monde sait cela, nous l'avons appris à l'école.

3. Selon la perception sensorielle naïve et l'opinion populaire, avec une tournure plus sophistiquée : la Terre tourne autour du Soleil. Cela peut être découvert en observant le mouvement de toutes les planètes, en mesurant les intervalles entre les diverses périodes de mouvement rétrograde et en comparant ces intervalles avec le cycle annuel apparent du Soleil. Toutes ces observations, prises dans leur ensemble, montrent clairement que la Terre tourne autour du Soleil.

Il existe évidemment d'autres variantes. Néanmoins, peu importe la façon dont vous l'expliquez, vous n'arriverez jamais à déterminer, comme l'affirme correctement Leibniz, si c'est la Terre ou le Soleil qui est en mouvement. Le mieux que vous puissiez espérer est de dire que la Terre et le Soleil sont en mouvement l'un par rapport à l'autre.

Alors comment se fait-il, pourriez-vous répliquer, que Kepler affirme de façon certaine que le Soleil est au repos et la Terre en mouvement ? En fait, il s'agit d'une mauvaise question. En effet, Kepler ne s'est jamais demandé si c'est la Terre ou le Soleil qui est en mouvement mais plutôt lequel des deux est le moteur.

Regardons la différence entre les deux questions. La première concerne seulement un changement de lieu qui, selon Leibniz, est relatif. La seconde concerne un principe d'ordonnement physique. Dans la première question, le verbe « est » se réfère à quelque chose d'autre que le Soleil ou la Terre, en l'occurrence à l'espace imaginaire dans lequel

entraîne la planète, pour une partie déterminée de son trajet, plutôt loin du Soleil, alors que sur le segment opposé elle se retrouve très proche de lui ; et plus loin elle se trouve [du Soleil], plus lente elle devient ; plus elle se rapproche, plus elle prend de la vitesse. [...] Ainsi, l'astronomie nous montre que si nous éliminons par l'esprit toutes les distorsions introduites par la vue dans l'apparence confuse du mouvement planétaire, la planète demeure avec un trajet caractérisé par une vitesse irrégulière lorsque nous comparons des parties égales. [...] L'astronomie, si elle est maniée subtilement, nous montre que les chemins ou les trajets des planètes ne forment pas des cercles parfaits mais des ellipses. »

Ces contraintes physiques gouvernant le mouvement irrégulier des planètes constituent, elles aussi, un cas particulier de la même fonction hypergéométrique que nous avons rencontrée auparavant. Ces contraintes reflètent ici aussi la différence entre le linéaire et le courbé. Alors que le mouvement de la planète sur son orbite change constamment, le rapport entre, d'une part, l'aire balayée par une ligne reliant la planète au Soleil et, d'autre part, le temps écoulé, demeure toujours constant. Ainsi, même si la taille des orbites et la longueur des périodes écoulées sont évidemment différentes pour chaque planète, le rapport entre le carré de la période et le cube de la distance moyenne par rapport au Soleil est le même pour toutes les planètes. Les soi-disant deuxième et troisième lois de Kepler sont donc des cas particuliers de la fonction

hypergéométrique gouvernant le mouvement des planètes. Le premier rapport est constant au sein même d'une orbite, tandis que le deuxième demeure constant lorsque nous passons d'une orbite à l'autre.

De la même façon, les relations harmoniques entre les vitesses angulaires minimales et maximales des planètes adjacentes, correspondant à des intervalles musicaux, constituent un autre cas particulier de notre fonction hypergéométrique générale.

Nous entendons déjà se plaindre un ancêtre d'un soixante-huitard : « Mais Galilée a rendu tout cela beaucoup plus simple. Je préfère quand c'est plus simple. » Kepler a sans doute été confronté à une situation semblable à celle que nous rencontrons aujourd'hui : « *En ce qui concerne les universités, celles-ci sont établies afin de régler les études des élèves et sont soucieuses de ne pas changer les programmes d'enseignement trop souvent. Il arrive fréquemment, dans l'intérêt de l'élève, que les éléments programmatiques choisis ne soient pas les plus vrais mais plutôt les plus faciles* ».

Le principe de découverte selon Kepler

Dans son texte *Sur le copernicanisme et la relativité du mouvement*, Leibniz présente une proposition qui peut sembler provocatrice au lecteur : « *En résumé, puisque l'espace sans matière est quelque chose*

les deux corps interagissent. Dans la seconde question, le verbe « est » fait référence à la cause physique du mouvement – le « moteur ». Une réponse peut être apportée à la seconde question tandis que la première ne peut qu'être débattue, soit par des académiciens soit par des idiots.

Maintenant que l'on a la bonne question, vous seriez peut-être tenté de penser que l'on apportera la réponse en observant le mouvement du Soleil, de la Terre et des planètes, en découvrant les anomalies et enfin en déterminant que le Soleil est le moteur.

Toutefois, soyons prudents car on peut vite s'égarer. Un principe universel n'est pas découvert par l'observation ou par l'expérience mais plutôt par un acte de cognition et sa validité démontrée en reproduisant cet acte de cognition à travers une expérience cruciale.

Comme l'ont montré Platon, le Cusain et Kepler, il ne s'agit pas ici d'une question de préférence entre différentes méthodes également valables mais d'un principe ontologique de l'univers lui-même.

A la fin de *l'Harmonie du Monde*, Kepler a ajouté un *Epilogue concernant le Soleil par voie de conjecture*, dans lequel il a élaboré ce principe ontologique : « *De la musique céleste à l'auditeur, des Muses à Apollon qui mène la danse, des six planètes tournant et s'accordant autour du Soleil, au centre de tous les trajets, immobile en position mais tournant sur lui-même. [...] La relation des six sphères à leur centre commun, qui est ainsi le centre du monde entier, est la même que celle de la Pensée discursive [dianoia] à l'Esprit [noos]. [...]* ».

En précisant la signification des mots grecs, nous pourrions mieux saisir ce concept. « *Dianoia* » et « *noos* », souvent traduits respectivement comme entendement et raison, font référence aux concepts développés par Platon dans le sixième livre de la *République* pour décrire les deux principes les plus élevés de la connaissance. Le principe le plus élevé – *noos* – englobe le principe immédiatement moins élevé – *dianoia*. Tandis que ces deux principes sont distincts l'un de l'autre, le plus élevé engendre le moins élevé, comme l'indique le préfixe grec *dia*.

Platon écrit : « *Je disais en conséquence que les objets de ce genre sont*

du domaine intelligible, mais que, pour arriver à les connaître, l'âme est obligée d'avoir recours à des hypothèses : qu'elle ne procède pas alors vers un principe – puisqu'elle ne peut remonter au-delà de ses hypothèses –, mais emploie comme autant d'images les originaux du monde visible, qui ont leurs copies dans la section inférieure, et qui, par rapport à ces copies, sont regardés et estimés comme clairs et distincts. [...]

« *Comprends maintenant que j'entends par deuxième division du monde intelligible celle que la raison même atteint par la puissance de la dialectique, en faisant des hypothèses qu'elle ne regarde pas comme des principes, mais réellement comme des hypothèses, c'est-à-dire des points de départ et des tremplins pour s'élever jusqu'au principe universel qui ne suppose plus de condition ; une fois ce principe saisi, elle s'attache à toutes les conséquences qui en dépendent, et descend ainsi jusqu'à la conclusion sans avoir recours à aucune donnée sensible, mais aux seules idées, par quoi elle procède et elle aboutit. [...]* »

Tout en gardant ceci à l'esprit, revenons maintenant à ce qu'écrivait Kepler dans son *Epilogue* : « *Mais nous soumettons consciencieusement l'esprit créé, de quelque excellence qu'il soit, à son Créateur, et nous n'introduisons ni des puissances intelligentes comme des dieux, comme le font Aristote et les philosophes païens, ni des armées d'innombrables esprits planétaires accompagnant le Magi, pas plus que nous ne proposons qu'ils soient adorés ou appelés à interagir avec nous par des superstitions "théurgiques", car nous entretenons une crainte justifiée de cela ; mais nous nous enquérons librement, par des raisons naturelles, de ce que peut être chaque esprit, et particulièrement s'il existe, dans le centre du monde, un quelconque esprit intimement lié à la nature des choses et faisant office d'âme du monde, ou si par ailleurs des créatures intelligentes, différentes de la nature humaine, pouvaient par hasard habiter le globe ainsi animé. Mais il nous est permis, guidé par le fil de l'analogie, de traverser le labyrinthe des mystères de la nature. Je crois que les arguments suivants ne peuvent être écartés. La relation des six sphères à leur centre commun, par conséquent le centre du monde, est identique à la relation existant*

entre la Pensée discursive [dianoia] et l'Esprit [noos].

« *De l'autre côté, la relation entre les révolutions des planètes d'un endroit à l'autre autour du Soleil et la rotation invariable de ce dernier dans l'espace central de tout le Système, est identique à la relation entre la Pensée discursive et l'Esprit, qui est aussi celle entre la multiplicité de la dialectique et la cognition la plus simple de l'esprit. Comme la rotation du Soleil sur lui-même fait déplacer les planètes, au moyen d'une forme émise de lui-même, de même les philosophes entraînent-ils l'esprit à manier la dialectique, par laquelle il se comprend lui-même et toutes les choses qu'il contient, car en déployant et déroulant sa simplicité dans la dialectique, tout devient connu. Ainsi, les mouvements des planètes autour du Soleil, situé au centre de leurs orbites, et le déploiement de la dialectique sont si entrelacés et liés ensemble que si la Terre, notre domicile, située sur son trajet annuel, à mi-chemin entre les autres sphères se déplaçant d'un endroit à l'autre, n'était pas elle-même en mouvement, jamais la cognition humaine n'aurait pu frayer son chemin vers les véritables intervalles des planètes, ainsi que vers les autres choses qui en dépendent, et n'aurait pu établir l'astronomie. »*

Cette relation entre le Soleil et les autres planètes, entre le Soleil et chaque planète prise individuellement, entre *noos* et *dianoia*, entre le verbe et l'idée, est au cœur de la théorie des fonctions de Gauss et de Riemann.

Le mouvement non uniforme

En identifiant la caractéristique non linéaire de notre système solaire, et par conséquent de tout l'univers, Kepler a amorcé une révolution dans la pensée qui rencontre, encore aujourd'hui, une grande hostilité, ou qui demeure mal comprise, autant des profanes que des scientifiques.

Ainsi, il est commun de penser, malheureusement à tort, que la découverte de Kepler fut le résultat d'une divergence entre les positions observées des planètes et celles prédites par Ptolémée, Copernic et Brahe.

Même s'il est vrai que de telles

divergences indiquaient la présence d'une erreur, le paradoxe que Kepler cherchait à résoudre n'était pas de nature numérique. Il s'agissait plutôt d'un problème épistémologique : si Dieu a composé le système solaire de telle sorte que l'action se manifeste sous la forme de cercles parfaits ou, inversement, sous la forme rectilinéaire de Galilée, pourquoi alors les planètes sont-elles animées d'un mouvement non uniforme ? En d'autres termes, le paradoxe n'était pas dans le domaine de la perception mais dans le domaine de la cognition. Il résultait de l'incapacité à réconcilier deux idées opposées de la relation entre l'homme et la nature. D'un côté, on trouvait l'idée selon laquelle l'action physique se conformait à des cercles parfaits et à des lignes droites, une idée qui semble plus naturelle à l'esprit naïf mais qui amène l'univers à « danser » de façon irrationnelle. De l'autre, se trouvait l'idée selon laquelle l'action dans l'univers physique était en réalité non uniforme, amenant ainsi l'homme à embrasser une géométrie qui semble moins parfaite mais plus conforme au mouvement réel des planètes. La première approche considère implicitement que soit l'homme, soit la nature, soit les deux, sont irrationnels. La deuxième approche fait l'aveu, au départ, d'une construction géométrique moins précise, mais elle espère, en acceptant une forme de mathématique moins simple, gagner finalement davantage en perfection. Souvenons-nous à ce sujet des mots de Kepler cités au début de cet arti-

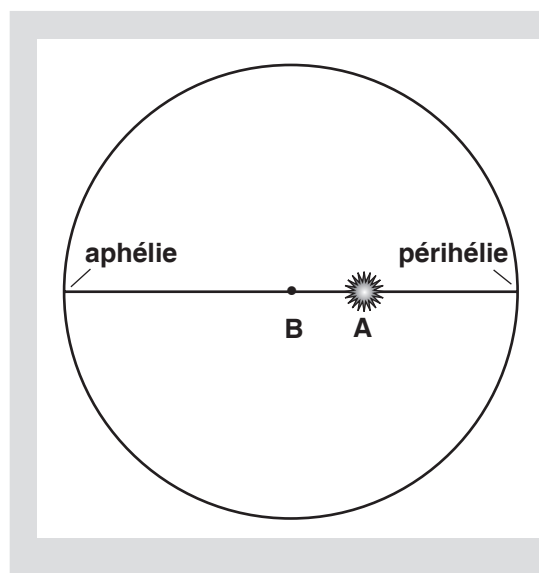


Figure 3. La première hypothèse de Kepler fut celle d'une orbite circulaire dont le centre est quelque peu excentrique par rapport au Soleil. Kepler avait remarqué que la planète se déplace plus vite au périhélie, plus lentement à l'aphélie, dans une proportion apparente inverse des distances radiales.

cle et provenant du chapitre 1 de son *Astronomie nouvelle*.

Cependant, la véritable difficulté est la suivante : une fois que Kepler eut établi que le Soleil faisait déplacer les planètes à l'aide d'une force dont l'effet diminuait avec la distance, la vitesse irrégulière d'une planète donnée pouvait être expliquée comme résultant d'une orbite excentrique (figures 3 et 4). En effet, dans le cas d'une telle orbite, la distance entre la planète et le Soleil change constamment, devenant soit plus longue, soit plus courte. Par conséquent, lorsque la planète se meut autour du Soleil, l'effet de la force venant du Soleil est toujours croissant ou décroissant, faisant ainsi ralentir ou accélérer la planète.

Par contre, dans le cas d'une or-

bite circulaire simple pour laquelle la distance entre la planète et le Soleil est toujours constante, une planète se déplaçant sur une telle orbite se meut à une vitesse constante. On est ainsi obligé de faire appel à des demi-dieux pour accélérer ou ralentir la planète lors de son trajet circulaire.

La question qui effraie les aristotéliens encore aujourd'hui est : « Comment la planète arrive-t-elle à rester sur cette orbite excentrique ? » Etant donné que pour une orbite excentrique la distance de la planète par rapport au Soleil change constamment, celle-ci doit redéfinir son trajet à tout moment, dans tout intervalle d'action, aussi petit qu'il soit. La planète ne peut en aucune façon redéfinir à tout instant son trajet par une simple action rectiligne entre le Soleil et elle-même. Son orbite doit être plutôt définie par « quelque chose » à l'extérieur de l'orbite elle-même. Ce « quelque chose » est ce que Kepler a identifié dans son *Epilogue* comme étant la relation entre le Soleil et chaque planète prise individuellement, ainsi que la relation entre le Soleil et toutes les planètes à la fois, une relation qui est de même nature que celle existant entre *noos* et *dianoia*.

Comment ce « quelque chose » peut-il être mesuré ? Kepler a dû ici se contenter d'un compromis qu'il a admis être imparfait. Il l'explique ainsi dans son *Astronomie nouvelle* : « Ma première erreur a été de supposer que la trajectoire de la planète est un cercle parfait, une supposition qui me coûta d'autant plus de temps qu'elle fût revêtue de l'autorité de tous les

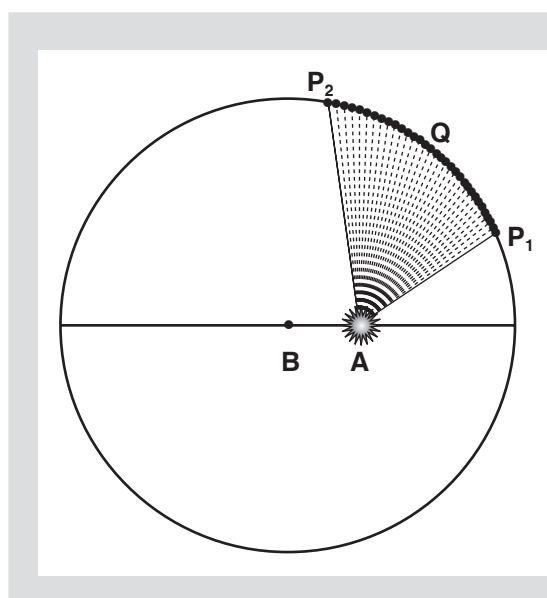


Figure 4. Supposant que les vitesses orbitales « momentanées » sont inversement proportionnelles aux distances radiales, Kepler essaye d'« additionner » les rayons pour déterminer de combien de temps la planète a besoin pour aller d'un point de l'orbite à un autre.

philosophes, et qu'elle convenait très bien en particulier à la métaphysique. Ainsi, supposons d'abord que le trajet de la planète soit un cercle parfait, excentré. [...] Puisque, par conséquent, les périodes de temps requises par la planète pour parcourir des parties égales de l'excentrique sont proportionnelles aux distances moyennes, et puisque les points individuels d'une

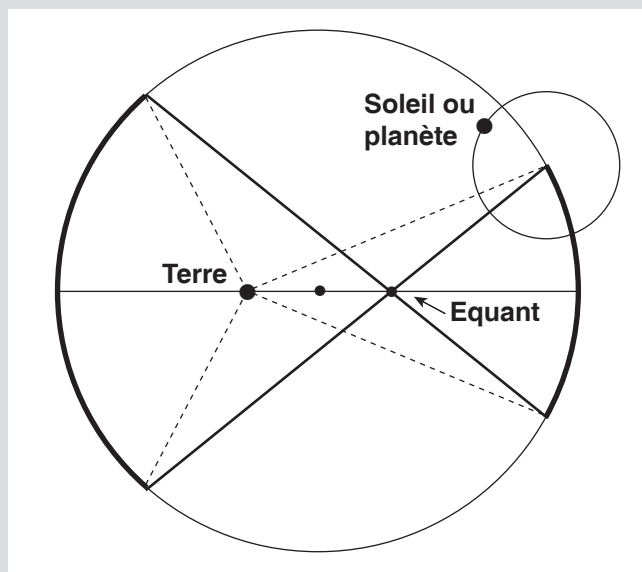
moitié entière de l'excentrique sont tous situés à des distances différentes, ce ne fut pas une tâche facile lorsque j'entrepris de déterminer comment les sommes des distances individuelles pouvaient être obtenues. Car à moins que nous puissions trouver la somme de toutes les distances (qui sont infinies en nombre), il est impossible de dire combien de temps s'est écoulé

pour une partie quelconque de l'excentrique. Ainsi, l'équation ne sera pas connue. Car la somme totale des distances est à la totalité de la période écoulée ce que la somme partielle est à sa période correspondante. »

En d'autres termes, alors que les vitesses et les distances changent constamment, Kepler étudie la somme des distances, ou l'aire ba-

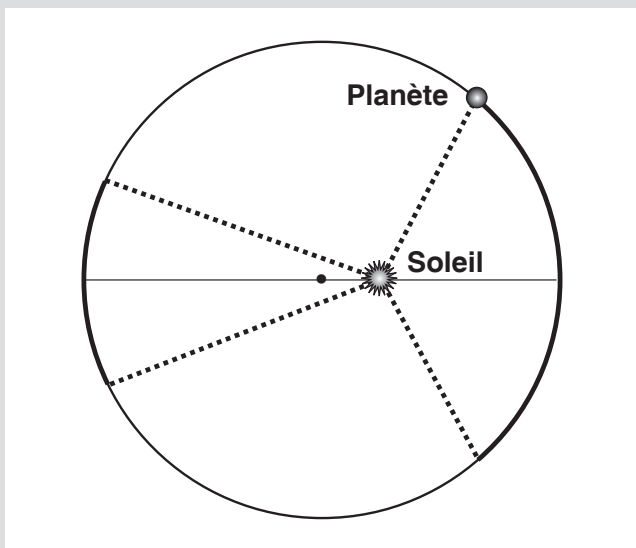
Le mouvement non uniforme : une

Kepler fut le premier, contrairement à Ptolémée, Copernic et Brahe, à reconnaître l'existence d'un mouvement non uniforme physique réel et non apparent dans l'univers. Non seulement les figures ci-contre montrent (en première approximation) la différence entre l'approche de Kepler et celle des autres, mais celui-ci se fait encore plus précis lorsqu'il fait remarquer, dans son *Astronomie nouvelle*, que « mon premier pas dans l'investigation des causes physiques du mouvement fut de démontrer que [les plans] des excentriques se croisent à nul autre endroit qu'au centre même du Soleil (et non à un point quelconque près de celui-ci) contrairement à ce que pensaient Copernic et Brahe ». Pour Kepler, « un point mathématique, qu'il soit ou non au centre du monde, ne peut affecter le mouvement des corps lourds ni agir comme un objet vers lequel ils devraient converger ».



Mouvement circulaire uniforme selon Ptolémée.

Nous avons ici un mouvement circulaire uniforme qui, lorsqu'il est combiné avec l'équant, nous permet de simuler l'effet d'accélération ou de décélération du Soleil ou de la planète lorsqu'on l'observe de la Terre.



Mouvement non uniforme selon Kepler (hypothèse circulaire).

La première hypothèse de Kepler fut celle d'une orbite circulaire, excentrée, mais caractérisée par un véritable mouvement non uniforme. Ainsi, le phénomène d'accélération et de décélération n'était pas le résultat d'une illusion géométrique, mais se trouvait engendré par une cause physique, que Kepler allait assimiler à la gravitation. Kepler découvrit donc, contrairement à la croyance populaire, la loi des aires égales décrivant ce mouvement non uniforme avant la forme elliptique des orbites.

layée, qui demeure constante pour des intervalles de temps égaux. Ainsi, ce « quelque chose » caractérisant la relation entre le Soleil et les planètes s'exprime ici sous cette règle de proportionnalité. Par contre, Kepler se trouva ici confronté à un sérieux problème.

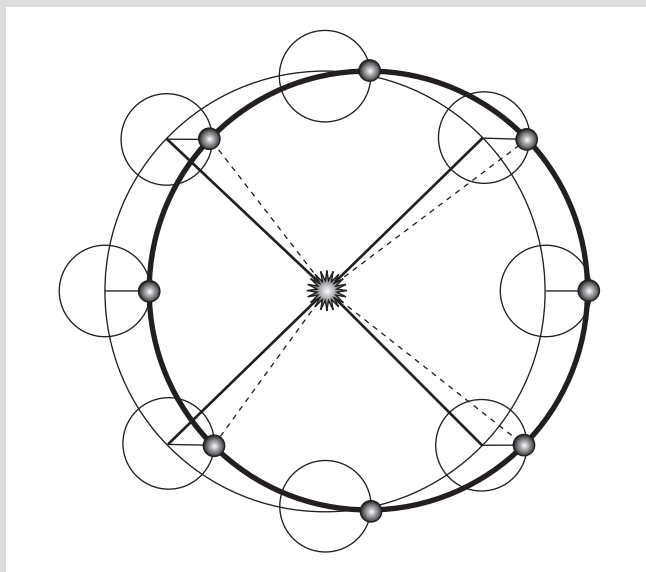
Connaissant la position de la planète à deux endroits différents, il

pouvait déterminer le temps écoulé pour que celle-ci puisse se déplacer d'un endroit à l'autre en calculant l'aire balayée. Toutefois, il était incapable de faire l'opération inverse, c'est-à-dire calculer les positions à partir du temps écoulé. Par exemple, dans la **figure 5**, Kepler pouvait calculer l'aire balayée, et donc le temps écoulé, entre les points P_1 et

P_2 , mais, pour une même période de temps et par conséquent une aire correspondante, il ne pouvait calculer à partir de P_2 la position d'un point P_3 sur l'orbite. C'est ce qui a été appelé depuis le « problème de Kepler ».

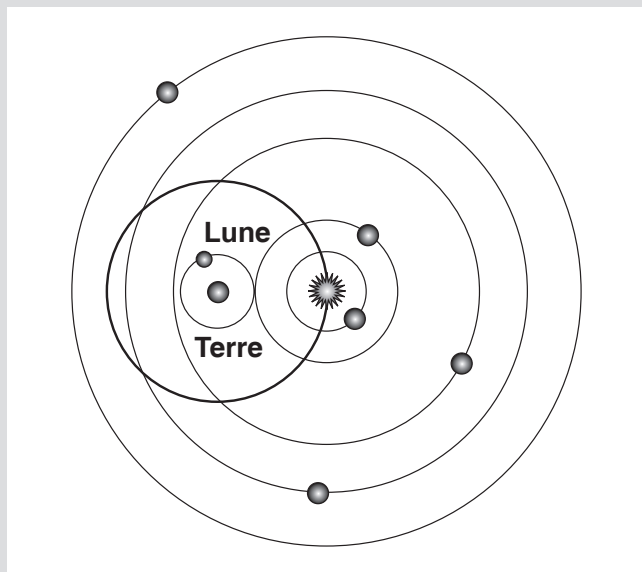
Nous avons ainsi commencé à établir pourquoi la planète arrive à rester sur son orbite excentrique.

caractéristique physique de l'univers



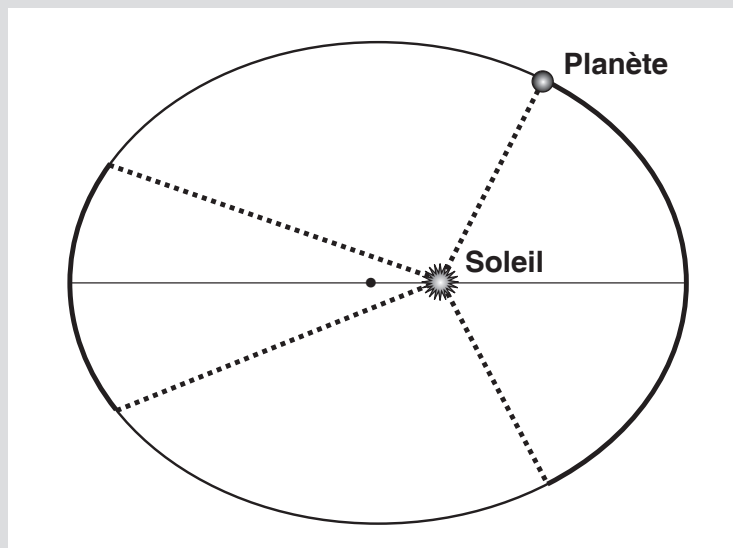
Mouvement circulaire uniforme selon Copernic.

L'orbite de Copernic semble circulaire et excentrée, mais ce n'est que le résultat apparent d'un jeu d'épicycles destiné à simuler le mouvement d'accélération et de décélération de la planète au cours de son déplacement. Copernic rejetait la possibilité d'un mouvement non uniforme réel.



Mouvement circulaire uniforme selon Tycho Brahe.

Malgré la grande complexité des apparences engendrées par ses épicycles, le mouvement circulaire uniforme demeure le fondement du dispositif imaginé par Tycho Brahe.



Mouvement non uniforme selon Kepler (hypothèse elliptique).

Le choix de l'emplacement du Soleil dans une orbite excentrée étant arbitraire, il devint clair pour Kepler qu'une ellipse et ses foyers seraient plus appropriés qu'un cercle. De plus, l'ellipse permit à Kepler de rendre compte de façon plus précise de la variation de la distance entre la planète et le Soleil et, du coup, de son accélération et de sa décélération sur son orbite.

↳ Cependant, une nouvelle question se présente immédiatement à notre esprit : comment la planète arrive-t-elle à rester sur cette orbite précise et pas une autre ? Pour cela, Kepler s'est intéressé à la relation entre le Soleil et l'ensemble des planètes, et a trouvé que le carré de la période de temps écoulé est égal au cube de la distance moyenne du Soleil.

Nous avons maintenant deux caractéristiques de ce « quelque chose » qui détermine les orbites planétaires. D'abord, chaque orbite est caractérisée à la fois par quelque chose qui change toujours – le mouvement non uniforme de la planète – et par une relation constante – l'aire balayée par rapport au temps écoulé. Kepler s'est ensuite rendu compte que toutes les orbites excentriques étaient configurées de telle sorte que le rapport entre le carré de la période totale et le cube de la distance moyenne soit toujours le même. Ces deux éléments, combinés avec l'ordonnancement des cinq solides platoniciens ainsi qu'avec les intervalles harmoniques des vitesses minimales et maximales des planètes, constituent ce « quelque chose » permettant à la planète de savoir comment rester sur son orbite non uniforme. Ce « quelque chose » est ce que Gauss et Riemann allaient plus tard appeler une « fonction ».

Toute personne compétente devrait pouvoir comprendre ce que représente le « problème de Kepler ». Ce paradoxe est tellement important, et célèbre, que depuis lors toutes les découvertes significatives effectuées en science physique s'y rattachent d'une façon ou d'une autre. Tous les grands scientifiques, considérés comme des piliers de la science moderne, y ont trouvé leur source d'inspiration et de créativité. Et pourtant, aujourd'hui, tout ce qu'il en reste est un nom désignant une obscure formule mathématique, ce qui montre à quel point bas est tombée notre civilisation.

Ce problème renferme les caractéristiques essentielles de toute découverte cruciale – un paradoxe de la physique et de l'esprit. Il découle de la découverte de Kepler que le mouvement non uniforme n'était pas seulement une apparence mais une caractéristique réelle de l'action dans l'univers, comme le montre le cas des orbites excentriques des planètes. Cette découverte met immédiatement en lumière un pro-

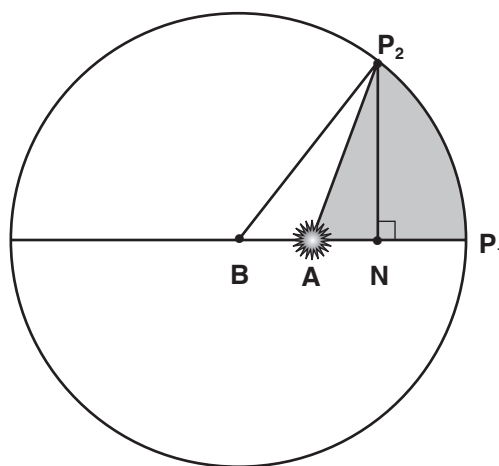


Figure 5. Kepler réussit à calculer l'aire balayée, et donc le temps écoulé, entre deux points P_1 et P_2 de l'orbite, mais ne pouvait, pour une période de temps et une aire données, calculer la position d'un point P_3 sur l'orbite. Il divisa par conséquent l'aire totale en 360 parties égales et assigna à chaque partie une distance moyenne par rapport au Soleil. Cette méthode fut assez précise pour lui permettre de déceler une déviation des données dont il disposait par rapport aux valeurs calculées et d'émettre l'hypothèse de l'ellipse pour corriger cette erreur.

blème épistémologique qui fut posé auparavant par Nicolas de Cues dans le livre II de sa *Docte ignorance* : « [...] d'où il suit que tout ce qu'on peut me donner, si ce n'est [Dieu] lui-même, comporte des différences. Donc, un mouvement ne peut pas être égal à un autre, ni être la mesure d'un autre, parce que nécessairement la mesure diffère du mesuré.

« Or, bien que ces choses te soient utiles pour une infinité de cas, si tu te tournes vers l'astronomie, tu vois que le calcul manque de précision, parce qu'il suppose que l'on puisse, d'après le mouvement du Soleil, mesurer le mouvement du Soleil, mesurer le mouvement de toutes les autres planètes. Même la disposition du ciel, pour ce qui est d'un endroit quelconque, ou du lever et du coucher des astres, ou de l'élévation du pôle, ou de tout ce qui a trait à ces sujets, n'est pas connaissable avec précision. Et comme il n'y a pas deux endroits qui concordent avec précision dans le temps ou dans l'espace, il est manifeste que les jugements astronomiques sont, dans leur particularité, bien loin de la précision. »

Ce paradoxe est particulièrement évident dans le cas d'une orbite excentrée, car aucun intervalle de l'or-

bite ne permet de mesurer un autre intervalle de cette même orbite. Dans chaque intervalle, aussi petit soit-il, la distance de la planète par rapport au Soleil, la vitesse de la planète, la distance parcourue sur l'orbite et la courbure de l'arc changent à chaque instant. Kepler était ainsi bloqué par ce que le Cusain avait désigné comme l'incommensurabilité de l'arc avec la ligne droite.

Ce paradoxe était suffisamment coriace pour contraindre les savants à s'accrocher à la tradition aristotélicienne selon laquelle l'action non uniforme devait être bannie de l'univers. En effet, pourquoi Dieu créerait-il dans l'univers une forme d'action défiant tout calcul précis ?

Kepler comprit, pour sa part, que c'est exactement ce que Dieu préfère car le principe de changement doit être manifeste dans chaque partie de l'univers. C'est seulement lorsqu'il réalise que le mouvement des planètes est non uniforme que l'homme est amené à s'enquérir de ses causes. Cet obstacle apparent, Kepler l'a surmonté non pas en mesurant directement le mouvement mais l'effet de ce mouvement, tel qu'exprimé dans le principe des aires égales.

Sommes-nous cependant en pré-

sence d'un simple problème de calcul, ou ce problème reflète-t-il quelque chose de plus fondamental ?

Etudions de plus près la nature paradoxale d'une orbite non uniforme. La distance de la planète par rapport au Soleil, sa vitesse et sa direction sont définies pour chaque intervalle d'action. Le problème de Kepler se manifeste quand nous tentons de mesurer les caractéristiques globales de l'orbite pour chaque instant. Pourquoi alors se compliquer la vie ? Nous serions tentés de répondre de façon succincte : parce que c'est la seule façon pour la cognition humaine de connaître quoi que ce soit. L'orbite complète n'est jamais observée, ni jamais connue en tant qu'orbite complète. Elle est plutôt connue par l'influence qu'elle exerce sur la planète à chaque instant d'action. Dans chacun de ces instants, ou plutôt à chaque « moment de devenir », la planète cesse d'être ce qu'elle était, devenant ce qu'elle sera prochainement. Ce qu'elle était et ce qu'elle sera constituent l'orbite complète. Ainsi, à chaque moment de devenir, la planète est simultanément dans un instant et dans tous les instants de l'orbite complète.

Ainsi, le problème de Kepler peut être reformulé de la façon suivante : comment peut-on mesurer l'influence de l'orbite complète à chaque moment de devenir ? Kepler s'est replié, comme nous l'avons déjà dit, sur ce qu'il a admis être un compromis « imparfait » : il a divisé l'aire entière de l'orbite en 360 parties et a calculé l'aire de chaque partie en utilisant le principe des aires égales. L'imperfection de cette méthode est évidente. Toutes ces petites parties comprennent un nombre infini de « moment de devenir » ; elles sont donc par leur nature même imprécises.

Kepler connaissait trop bien l'imperfection de sa méthode, comme il l'explique dans l'*Astronomie nouvelle* : « [...] [D]ans la mesure où elle manque de beauté géométrique, j'exhorte les géomètres à résoudre ce problème pour moi. [...] Il me suffit de croire qu'il m'est impossible, a priori, de résoudre ce problème, à cause de l'hétérogénéité de l'arc avec le sinus. Quiconque me montre mon erreur et montre la voie sera pour moi l'équivalent du grand Apollon. »

Peut-être le « problème de Kepler » devrait-il être rebaptisé le « défi de

Kepler ». Il a libéré l'homme de la tradition et de l'habitude immuables des cercles parfaits et des lignes droites, et l'a conduit vers un monde doté de principes mais dénué de calcul précis. Toutefois, dans ces conditions, « *un émerveillement profond naît et conduit les hommes à étudier les causes* ».

La subjectivité de la vérité

Dans la dédicace du *Quart Livre des faits et dits héroïques du bon Pantagruel*, François Rabelais évoque une découverte réalisée par le père de la médecine – Hippocrate : « *Plus y a. Sus un passage du père Hippocrates on livre cy-dessus allégué, nous suons, disputans et recherchant, non si le minois du médecin chagrin, tétrique, reubarbatif, Catonian, mal plaisant, mal content, sévère, rechigné, contriste le malade ; et du médecin la face joyeuse, seraine, gracieuse, ouverte, plaisante, resjouist le malade. Cela est tout esprouvé et très certain ; mais si telles contristations et esjouissements proviennent par appréhension du malade contemplant ces qualitez en son médecin, et par icelles conjecturant l'issue et catastrophe de son mal ensuivre, savoir est : par les joyeuses, joyeuse et désirée ; par les facheuses, facheuse et abhorrente ; ou par transfusion des esperitz serains ou ténébreux, aérez ou terrestres, joyeux ou mélancholiques du médecin en la personne du malade. Comme est l'opinion de Platon et Averroës.* »

Il en est de même de la relation entre le chercheur et l'univers physique. Abordez l'univers d'une façon joyeuse, sereine, gracieuse, ouverte et plaisante comme le firent Kepler, Fermat, Leibniz, Kästner, Gauss et LaRouche, et ses secrets seront révélés accompagnés d'un sourire. Arborez un air chagrin, sombre, rébarbatif, austère, déplaisant, jamais content, sévère, rechigné comme Galilée, Newton, Descartes, Euler et Russell, et tout ce que vous verrez sera un grillage de lignes droites menaçantes.

En fait, l'histoire des sciences peut être divisée depuis Kepler en deux camps opposés : celui des joyeux et celui des renfrognés. Kepler a dé-

montré que le principe d'action non uniforme du Cusain était, en vérité, caractéristique de l'action rencontrée dans le système solaire. Cela a permis une multitude de découvertes nouvelles démontrant la validité de ce principe pour d'autres phénomènes physiques : la découverte par Fermat du principe de moindre temps pour la lumière, celle de Huygens concernant la trajectoire isochrone d'un corps en chute, celle de Bernoulli concernant la trajectoire brachistochrone, la découverte par Leibniz de la chaînette, etc.

Dans chaque cas, comme le montra le « défi de Kepler », le principe physique recherché ne pouvait pas être trouvé par un calcul précis mais devait être appréhendé du point de vue des principes supérieurs sous-tendant la génération du phénomène physique observé. Le « défi de Kepler » est une illustration éclatante de ce problème. Toutefois, il ne s'agissait pas là que d'un paradoxe formel : les positions individuelles des planètes sont déterminées par l'ensemble de l'orbite, qui est elle-même une fonction de tout le système solaire. Pourtant, comme pour les ombres de la caverne de Platon, l'orbite et le système solaire ne se manifestent pas directement à notre esprit mais seulement par l'intermédiaire des positions toujours changeantes des planètes. Kepler a découvert la nature de la fonction par laquelle le système solaire détermine l'orbite et par laquelle l'orbite détermine les positions de la planète. Néanmoins, il avait besoin de l'inversion pour mesurer l'effet de ces deux fonctions à chaque moment de devenir, c'est-à-dire déterminer, à partir des ombres seules, comment celles-ci ont été produites.

Pour Kepler, cet état de docte ignorance était source de bonheur, bien qu'accompagné d'une certaine anxiété comme il le rappelle dans son *Astronomie nouvelle* : « *Et nous, bons lecteurs, pouvons nous laisser porter par un triomphe resplendissant pendant un certain temps (c'est-à-dire pour les cinq chapitres suivants), réprimant les rumeurs d'une rébellion renouvelée, de peur que sa splendeur ne se dissipe avant que nous y soyons arrivés. Car vous êtes heureux maintenant, mais je peinais et grinçais des dents.* »

