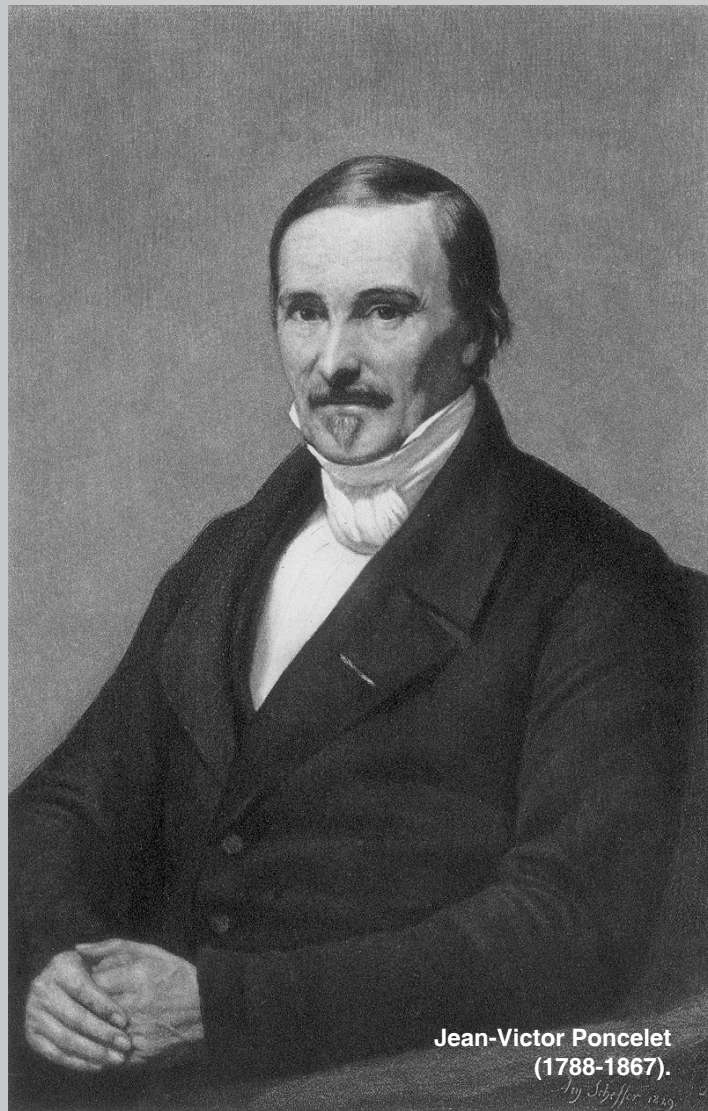


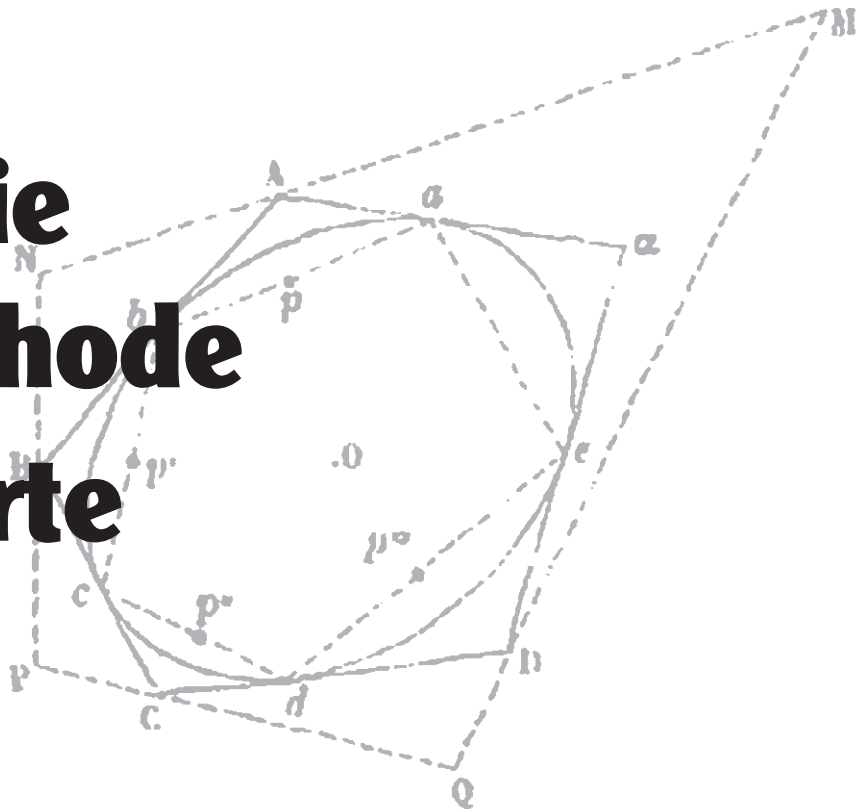
# Jean-Victor Poncelet : savant et ingénieur

**Poète et mathématicien, géomètre et mécanicien, savant et enseignant, Poncelet appartient à la grande lignée des Carnot, Monge, Ampère et Fresnel, le groupe d'hommes qui a donné son inspiration et son ampleur à la Révolution industrielle du XIX<sup>e</sup> siècle. Nous republions ici deux discours donnés lors d'une conférence célébrant le bicentenaire de Jean-Victor Poncelet, qui s'est tenue à l'Hôtel de ville de Metz, le 10 décembre 1988.**



Jean-Victor Poncelet  
(1788-1867).

# La géométrie comme méthode de découverte



EMMANUEL GRENIER

**Ce qui rend Poncelet digne d'admiration et d'hommage, c'est la fondation de la géométrie projective moderne. C'est là qu'il est véritablement révolutionnaire, là où il ouvre une ère nouvelle, là où sa stature émerge dans une période pourtant extraordinairement riche en savants de qualité. C'est pourquoi nous allons nous concentrer ici sur l'apport que nous considérons comme le plus fondamental : le principe de continuité dans la géométrie synthétique.**

Lorsque l'on examine la bibliographie des œuvres de Poncelet, on s'aperçoit qu'il s'est essentiellement consacré à deux thèmes : la géométrie projective, d'une part, et les sciences mécaniques, dans toute leur étendue, d'autre part. Ce fait ne témoigne pas d'un esprit fermé, bien au contraire. On le voit, au gré de ses occupations et préoccupations, des charges qu'il occupe et des voyages qu'il effectue en France et à l'étranger, s'intéresser à des choses aussi diverses que l'utilisation des eaux, la pénétration des projectiles dans un milieu homogène, la stabilité des voûtes, l'exploration scientifique de l'Algérie, les expositions universelles de Londres et de Paris, etc.

Cependant, ce qui rend Poncelet digne d'admiration et d'hommage encore aujourd'hui, c'est la fondation de la géométrie projective moderne. C'est là qu'il est véritablement révolutionnaire, là où il ouvre une ère nouvelle, là où sa stature émerge dans une période pourtant extraordinairement riche en savants de qualité. On peut d'ailleurs considérer que toute son activité de savant et d'ingénieur découle des années passées au camp de Saratov pendant lesquelles, sans aucun moyen extérieur à son propre cerveau, il élabore la géométrie nouvelle. C'est pourquoi nous allons nous concentrer ici sur l'apport que nous considérons comme le plus fondamental : le principe de continuité dans la géométrie synthétique.

Situons d'abord cet apport dans

le cadre de la bataille épistémologique dont nous avons parlé et, pour cela, il faut que nous fassions un peu d'histoire. En cette fin du XVIII<sup>e</sup> siècle, la géométrie analytique, découlant de l'invention des coordonnées dites « cartésiennes » (due, indépendamment, à Fermat et à Descartes), est toute puissante. Elle a acquis, d'après les mots de Poncelet lui-même, « une supériorité et une généralité qu'il est impossible de contester ». Lagrange, dans sa *Mécanique analytique* parue en 1788, proclame fièrement qu'« on ne trouvera point de figure dans cet ouvrage ». La ramification progressive de la discipline mathématique et la complexité croissante des problèmes traités entraînent une perte de la vision figurative.

C'est dans ce contexte qu'un groupe de savants, principalement français, ayant comme chefs de file Gaspard Monge et Lazare Carnot, va redonner la primauté à la géométrie comme principe de découverte et comme pierre d'angle de l'enseignement de toute science. Carnot appelle ainsi à une « libération de la géométrie des hiéroglyphes de l'analyse », tandis que l'un des plus brillants élèves de Monge, Charles Dupin, écrit : « Il semble que, dans l'état actuel des sciences mathématiques, le seul moyen d'empêcher que leur domaine ne devienne trop vaste pour notre intelligence, c'est de généraliser de plus en plus les théories que ces sciences embrassent, afin qu'un petit nombre de vérités générales et fé-

condes soit, dans la tête des hommes, l'expression abrégée de la plus grande variété de faits particuliers.»

Ce n'est pas du tout un hasard si cette citation de Dupin est reprise par Poncelet et mise en exergue de la première édition de son *Traité des propriétés projectives des figures* (1822) car ce livre semble bel et bien répondre au programme qu'elle définit. Ce n'est pas non plus un hasard si Poncelet est le premier à rééditer les œuvres de Desargues et à les introduire à l'École polytechnique. Desargues est en effet le fondateur de cette école géométrique française dont nous venons de parler, qui va jusqu'à Poncelet en ligne directe en passant par Pascal, Fermat, Leibniz, Monge et Carnot. A ce sujet, Poncelet accuse nommément Descartes d'avoir contribué à faire disparaître le fameux *Essai sur les coniques* que Leibniz a eu entre les mains lors de son séjour en France en 1676, et qui fut une des bases qui permit au savant d'Hanovre de développer le calcul infinitésimal : « La sentence hâtive appliquée par Descartes aux écrits géométriques de Pascal, faussement interprétés par d'ignorants détracteurs, a détourné les héritiers de ce grand homme d'en entreprendre la publication, malgré l'avis très puissant et motivé de Leibniz ; omission bien regrettable pour les amis de la science et de la vérité historique. »<sup>1</sup>

### La supériorité de la géométrie pure

Ayant ainsi rapidement esquissé le tableau historique dans lequel se meut la pensée de Poncelet, nous pouvons passer à son apport. On peut résumer son propos, tel qu'il l'exprime dans ses œuvres maîtresses, le *Traité et les applications d'analyse à la géométrie*, de la façon suivante :

1. Il est certain que la géométrie analytique est supérieure à la géométrie des Anciens (qu'il appelle géométrie « ordinaire »).

2. « C'est donc une question aussi utile qu'intéressante que de rechercher directement quelles sont les causes de la faiblesse naturelle de l'une et de la puissance extensive qui constitue, en quelque sorte, le caractère propre de l'autre. Car, si ces causes étaient une

fois bien connues, il deviendrait peut-être possible de faire passer dans la géométrie ordinaire la généralité des conceptions de l'analyse géométrique, généralité qui doit nécessairement appartenir à l'essence même de la grandeur figurée, indépendamment de toute manière de raisonner. Par là, on parviendrait à donner à cette géométrie, sinon tous les avantages de l'analyse, au moins un certain degré de perfection dont, on le voit bien, elle manque encore de nos jours. Or, ce n'est évidemment qu'en examinant avec attention quelle est la différence qui existe entre la manière de procéder de ces deux sciences ; c'est en recherchant quelle est la marche et quelles sont les ressources de l'une et de l'autre dans la solution générale des diverses questions qui se présentent, qu'on pourra parvenir à atteindre ce but aussi important que désirable. »

3. Cependant, la géométrie ana-

lytique pose des problèmes considérables : dans la géométrie pure, il s'agit toujours d'établir une relation explicite qui existe entre telles ou telles parties d'une figure donnée. Si l'on met de côté les problèmes les plus simples, on a besoin, dans la plupart des cas, de décomposer la difficulté en d'autres, plus abordables ; ce à quoi l'on parvient en traçant de nouvelles lignes sur la figure, lignes qui, liées aux premières, ne sont que des auxiliaires pour l'objet principal.

On s'aperçoit que le talent du géomètre réside dans le choix de ces lignes auxiliaires dont dépendra l'élégance et la simplicité de la solution. A l'inverse, la méthode analytique des coordonnées, si elle aboutit au même résultat, ne peut le faire qu'au prix de pénibles développements. En effet, elle est forcée de reprendre les choses presque à leur définition et de parcourir tout

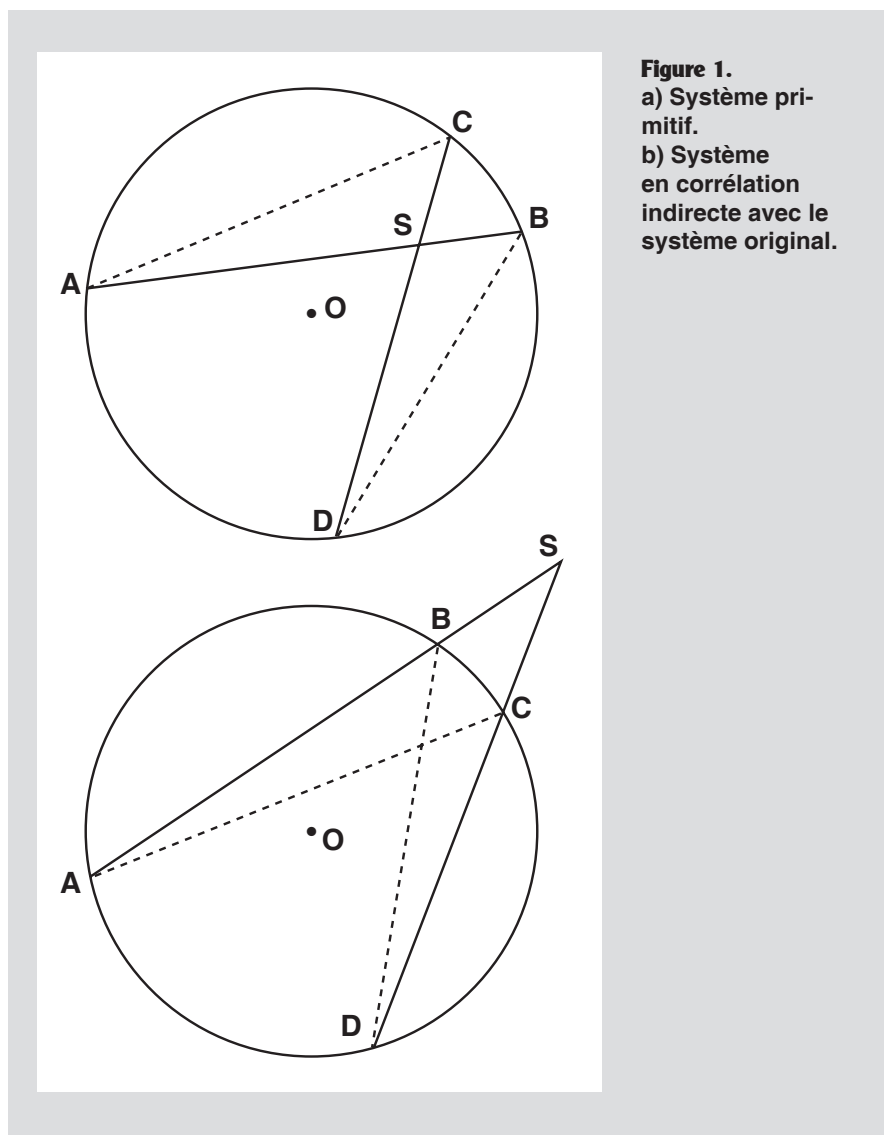


Figure 1.  
a) Système primitif.  
b) Système en corrélation indirecte avec le système original.

l'intervalle qui sépare ces définitions des relations finales auxquelles on se propose de parvenir.

Poncelet conclut : « *La géométrie analytique ne saurait aucunement se passer du secours des considérations de la géométrie pure, soit pour simplifier l'état de la question en la ramenant à des circonstances plus faciles, soit pour simplifier la marche de ses opérations, soit enfin pour interpréter et traduire géométriquement ses résultats définitifs ; sous ce rapport particulier, on peut même dire, sans trop s'avancer, que la géométrie analytique livrée à ses propres ressources, c'est-à-dire aux règles qui en forment la partie élémentaire, serait de beaucoup inférieure à la géométrie pure, tant pour l'élégance que pour la simplicité des résultats.* » (C'est nous qui soulignons.)

Le but de Poncelet est donc de redonner la primauté à la géométrie en lui donnant le moyen d'atteindre à la généralité et à l'extension propre à la géométrie analytique. Pour que ces concepts ne restent pas trop vagues, nous allons donner un exemple de la limitation de la géométrie ordinaire. Soit à démontrer un théorème de géométrie élémentaire : si d'un point

S, intérieur à une circonférence de cercle ABCD (**figure 1a**), on mène deux sécantes ASB et DSC, rencontrant cette circonférence aux points A et B, C et D, respectivement, le rectangle (le produit) SA · SB des deux segments formés l'un sur l'autre, sera égal au rectangle SC · SD des segments formés sur l'autre.

On trace ce que nous avons appelé plus haut les lignes auxiliaires AC et BD (en pointillé sur la figure) et l'on forme donc deux triangles opposés par le sommet S, ACS et BDS. On observe alors que, en vertu d'une propriété antérieurement démontrée, les angles ACD et ABD de ces triangles sont égaux, qu'ils ont chacun pour mesure la moitié de l'arc sous-tendant AD, et qu'il en est de même des angles CAS et BDS. De là, on conclut que les triangles en question sont semblables et que, par conséquent, on a, par la comparaison des côtés homologues, la proportion :

$$SA/SC = SD/SB$$

ou encore,  $SA \cdot SB = SC \cdot SD$ ,  
ce qu'il fallait démontrer.

Tant que S est situé à l'intérieur du cercle ABCD, la disposition mutuelle des parties restant la même,

il n'y aura pas lieu de refaire cette démonstration ; mais si le point S vient à passer en dehors du cercle, cette première disposition se trouvera totalement changée (**figure 1b**). Les angles ACS et DBS cessant d'être sous-tendus par les arcs AD et BC de la circonférence, le raisonnement sur lequel on s'appuyait doit être, au minimum, modifié et basé sur d'autres principes.

On voit donc qu'en suivant la rigueur demandée par la géométrie des Anciens, on est obligé de refaire la démonstration pour le cas de S extérieur au cercle. Ceci montre à quel point la géométrie peut être sévère et restreinte dans sa marche et dans les conséquences de son raisonnement, même sur ce cas de deux figures en corrélation indirecte (voir **encadré**).

Examinons ce qui se passe dans le cas de la corrélation idéale, en prenant comme exemple les propriétés du système composé d'une droite et d'une surface sphérique situées d'une manière arbitraire dans l'espace, exemple traité par Monge dans sa géométrie descriptive : « *Que si, en premier lieu, cette droite est située tout à fait au dehors de la surface donnée, on pourra mener par cette droite à la surface deux plans tangents dont chacun déterminera sur elle un point de contact que si l'on conçoit ensuite une surface conique enveloppant la sphère et ayant son sommet en un point quelconque de la droite donnée, la courbe plane du contact mutuel passera nécessairement par les deux points ci-dessus des points tangents, et, par conséquent, le plan de cette courbe contiendra la corde indéfinie qui joint ces deux mêmes points ; d'où il résulte que, pareille circonstance ayant lieu pour toute autre surface conique enveloppante dont le sommet serait sur la droite donnée, on pourra énoncer ce théorème : "Si l'on imagine que le sommet d'une surface conique, circonscrite à une sphère, vienne à se déplacer en parcourant tous les points d'une droite donnée, extérieure à cette sphère, le plan de la courbe de contact ne cessera pas, dans toutes ses positions, de tourner autour d'une autre droite, fixe comme la première." »<sup>2</sup>*

Ce raisonnement reste vrai dans tous les cas où la droite, se déplaçant par rapport à la sphère, reste à l'extérieur de celle-ci. Toutefois, si l'on vient à supposer que la droite et la sphère se pénètrent, alors les plans

## Les corrélations

En géométrie, on a souvent besoin de comparer une même figure avec toutes celles qui peuvent en résulter par le mouvement progressif de certaines des parties qui la composent, sans violer la liaison et la dépendance établies primitivement entre elles. Nous appellerons « figure primitive » celle à laquelle on compare toutes les autres qui en dérivent ; celles-ci seront appelées les « corrélatives » de la première : cette correspondance particulière entre deux systèmes sera désignée, en outre, par le mot de « corrélation ».

On distingue trois degrés de corrélation, suivant la plus ou moins grande analogie que peuvent conserver entre eux le système primitif et le système dérivé. Pour tous, nous admettrons que le mouvement par lequel on suppose que la figure primitive ait pu se changer en sa dérivée, est réel et géométriquement possible.

Ceci posé, on dit que la corrélation est *directe* lorsque les figures corrélatives sont composées d'un même nombre de parties semblables quant à leur nature, se correspondant chacune à chacune, et disposées absolument dans le même ordre.

On dit que la corrélation est au contraire *indirecte* ou *inverse* toutes les fois que le déplacement nécessaire à opérer dans l'une des figures pour la rendre identique à sa corrélatrice, change l'ordre de quelques-unes des parties dont elle se compose, sans toutefois en changer la nature.

Enfin, on appelle « corrélation idéale » la corrélation telle que, suite au déplacement (toujours réel) de certaines parties de la figure primitive, une ou plusieurs autres parties de cette figure deviennent imaginaires dans la corrélatrice ; autrement dit, telle que certains points, certaines distances cessent d'exister d'une manière géométrique.

↗ tangents qui servaient d'objets auxiliaires dans notre raisonnement ne peuvent plus exister géométriquement. Ce dernier devient donc sans valeur et l'on est obligé de refaire une nouvelle démonstration en changeant cette fois-ci (contrairement à l'exemple précédent) la forme même du raisonnement, et en remplaçant les auxiliaires par d'autres qui aient une existence absolue et réelle dans cette nouvelle circonstance.

## Le principe de continuité : une nouvelle vision de l'espace

On voit les obstacles que l'on doit affronter dès que l'on cherche à donner une certaine extension aux théorèmes de la géométrie. Donnons un premier exemple du principe de continuité que Poncelet va introduire pour pallier à ces limitations. Nous avons vu que l'on ne pouvait plus savoir, par la seule géométrie, si la propriété démontrée subsistait. On peut même se demander si elle présente encore un sens puisque la corde de contact reliant les deux points de tangence entre la surface sphérique et les deux plans tangents n'a plus aucune existence géométrique !

Or la géométrie analytique, dont les résultats sont indépendants de la position relative de la droite et de la sphère, nous amène aux mêmes conséquences dans un cas comme dans l'autre : « *Qu'on se donne, en effet, les équations de cette droite et de cette surface, il est clair que, quelle que soit leur position relative, les coefficients constants qui déterminent l'une et l'autre de ces équations, quoique ayant implicitement des valeurs numériques distinctes, selon la position particulière des parties, y entrent, malgré cela, de la même manière et sous la même forme, en sorte que la question pour le cas où la droite rencontre la surface, et celle qui est relative au cas où elle ne la rencontre pas, ne sauraient, envisagées d'une manière générale, être distinguées l'une de l'autre. Ainsi, comme il est déjà prouvé par la voie géométrique que la proposition dont on s'occupe a lieu d'une manière générale et indéterminée dans le cas où la droite ne rencontre pas la surface, elle est, par*

*là même et en vertu du raisonnement précédent, démontrée pour tous les cas possibles, et, en particulier, pour celui où cette droite vient à pénétrer la surface.*

« *C'est donc en s'appuyant tacitement sur cette conséquence générale de l'Analyse des coordonnées : que les relations appartenant à une certaine figure demeurent dans leur forme explicite, applicables à toutes les situations possibles de cette figure, que l'on parvient à donner à la proposition examinée toute l'extension dont elle est susceptible.* »<sup>3</sup>

Arrêtons-nous un instant pour contempler le panorama nouveau qui s'offre à nous : les figures rigides et fixes de la géométrie des Anciens commencent à se mouvoir, les courbes se croisent et se décroisent, décrivant des lignes d'une infinie subtilité, les sphères s'interpénètrent, sont tangentes, puis s'éloignent l'une de l'autre jusqu'à l'infini. Comme dans l'astronomie nouvelle de Kepler, nous découvrons avec émerveillement qu'un monde extraordinairement complexe peut garder sa cohérence par le truchement de lois supérieures.

L'application de ce principe rencontre chez le géomètre une opposition due à l'apparition d'êtres imaginaires, contraires donc à sa tradition de rigueur n'acceptant que les êtres réels.

Prenons, par exemple, deux droites situées dans un même plan qui se rencontrent en un point réel. Prenons une de ces deux droites et écartons-la de sa position initiale par un mouvement continu toujours dans le même sens. Le point d'intersection, après s'être écarté à une distance de plus en plus grande, finira par cesser d'être, lorsque les deux droites seront devenues parallèles. Pour lui conserver un sens dans notre discours, on dit de lui qu'il est « à l'infini sur le plan des deux droites ».

Cette idée de point à l'infini est difficile à admettre à cause de sa non-représentativité géométrique, mais Poncelet fait remarquer qu'en algèbre, nous admettons exactement la même chose, implicitement. La grandeur non existante, en algèbre, s'exprime et se représente sous les mêmes signes que la grandeur absolue et réelle :  $a - b$ ,  $(a - b)/(a + c)$ , ou  $\sqrt{a - b}$  sont des symboles qui peuvent signifier des valeurs réelles, idéales ou imaginaires, sans que le

symbole soit changé. Comme les symboles sont les mêmes, la frontière entre réel et non-réel est complètement estompée. En géométrie, cette frontière est très nettement déterminée par le vocabulaire, et plus encore par le dessin, ce qui la rend immédiatement visible et remarquée.

Le principe de continuité va donc introduire en géométrie toute une série d'êtres nouveaux :

- Les points et les droites à l'infini.
- Les points imaginaires.
- On dit qu'une droite a toujours  $n$  points d'intersections avec une courbe de degré  $n$ , points réels ou imaginaires.

On le voit à travers ces quelques exemples, la géométrie projective, qui repose sur ce principe de continuité, ouvre un horizon infini à notre entendement. En ne posant plus de limites au mouvement des figures entre elles, elle nous donne la vision de l'espace la plus riche qui soit. C'est véritablement la science du mouvement, la théorie de la métamorphose des figures. Plus encore, elle cherche ce qui ne change pas dans le changement, ce qui est profondément invariant ; autrement dit, la réalité sous-jacente qui est « cachée » dans la figure.

Elle est à la base de l'apparition de nouveaux outils mathématiques : représentation géométrique des imaginaires (nombres complexes), classes d'équivalence, calcul barycentrique et vectoriel. Sans elle, les calculs en électromagnétisme, par exemple, seraient impossibles ; sans elle, pas de géométrie non euclidienne, donc pas de notion d'espace-temps riemannien.

## La polémique avec Cauchy

L'introduction d'un principe si fécond et si novateur n'est pas allée sans provoquer des oppositions qui, si elles ont été plus feutrées que celles opposant Desargues à Descartes, n'en sont pas moins fondamentales. Le débat touche ici en effet à des questions de fond. Quelle est la manière la plus appropriée de « mathématiser » notre univers ? Où se situe la véritable rigueur ? Dans le

report de règles logico-déductives ou dans la conformité aux lois de développement de l'univers ? Comment peut-on juger de la légitimité de telle ou telle approche ?

Le chef de file des réductionnistes, l'esprit chagrin par excellence, c'est Augustin Cauchy qui, dans son rapport à l'Institut sur le *Mémoire de Poncelet sur les propriétés projectives*, attaque le principe de continuité : « *Ce principe n'est, à proprement parler, qu'une forte induction, à l'aide de laquelle on étend des théorèmes établis d'abord à la faveur de certaines restrictions, aux cas où ces mêmes restrictions n'existent plus. Etant appliqué aux courbes du second degré, il a conduit l'auteur à des résultats exacts. Néanmoins, nous pensons qu'il ne saurait être autrement admis généralement et appliqué indistinctement à toutes sortes de questions en Géométrie, ni même en Analyse. En lui accordant trop de confiance, on pourrait tomber quelquefois dans des erreurs manifestes. On sait, par exemple, que, dans la détermination des intégrales définies, et par suite, dans l'évaluation des longueurs, des surfaces et des volumes, on rencontre un grand nombre de formules qui ne sont vraies qu'autant que les valeurs des quantités qu'elles renferment restent comprises entre certaines limites.* » (Ce passage que nous citons est le passage souligné par Poncelet dans la réponse qu'il fit à ce rapport.)

Poncelet répond en disant que « *ce jugement sévère n'est appuyé d'aucun exemple, d'aucune preuve quelconque* », et il relate comment il parvint, après de vaines tentatives faites « *pour obtenir une audience auprès du savant rapporteur, à atteindre mon inflexible juge devant son domicile, au moment où il le quittait pour se rendre à Saint-Sulpice ; mais durant ce rapide et trop court trajet, je m'aperçus promptement que je n'avais aucun droit acquis à ses ménagements, à son estime scientifique, et qu'il me serait même impossible de me faire comprendre. Aussi me bornai-je, en humble et timide solliciteur, à le prévenir respectueusement que les objections et les difficultés qu'il croyait apercevoir dans l'adoption du principe de continuité en Géométrie, tenaient essentiellement à l'insuffisante attention jusque-là accordée à la loi des signes de position... Mais, sans me permettre d'en dire davantage, il me quitta brusquement en*



**Augustin Cauchy (1789-1857).**  
**Dans son rapport à l'Institut sur le *Mémoire de Poncelet sur les propriétés projectives*, il attaquera le principe de continuité.**

*me renvoyant à la future publication de ses Leçons à l'École polytechnique où la question devait, selon lui, être convenablement approfondie.* »

Comme on le voit, le « grand Cauchy » ne se sentait pas capable de soutenir une discussion sur l'essence même de la controverse. C'est le type même de l'académicien frileux que Friedrich Schiller raillait comme le « *savant de profession* » dont toute nouvelle découverte menace la position, et qui préfère étouffer celle-ci que se donner l'effort de la comprendre.

Encore faut-il remarquer qu'à cette époque, la polémique portait encore sur les idées, l'épistémologie, la philosophie. Quel contraste avec ce qui se passe maintenant ! Plus de débat d'idées aujourd'hui, les seules polémiques éclatant dans les laboratoires portent le plus souvent sur des questions mesquinement personnelles.

D'ailleurs, ce qui est important à noter, c'est que Poncelet est parfaitement conscient qu'il ne s'agit pas d'un débat « technique » : « *Avec un peu plus d'expérience des affaires académiques, j'aurais dû comprendre que l'opinion de M. Cauchy n'était pas favorable à la tendance de mes idées philosophiques.* »

Ces réflexions de Poncelet, qui datent de 1861, peuvent sembler amères, mais il faut comprendre que c'est le ton d'un homme dont la carrière scientifique a été constamment ralentie, pour ne pas dire sabotée, par ce type d'académiciens. Je vous livre ici une page de sa jeunesse, beaucoup plus ironique, où il répond aux objections de Cauchy, cette fois sans

le nommer : « *Toutefois, cela serait-il bien nécessaire, et ne serait-on pas en droit d'admettre, dans toute son étendue, le principe de continuité en Géométrie rationnelle, comme on l'a fait d'abord dans le calcul algébrique, puis dans l'application de ce principe à la Géométrie, si ce n'est comme moyen de démonstration, du moins comme moyen de découverte ou d'invention ? N'est-il pas, pour le moins, aussi nécessaire d'enseigner les ressources employées, à diverses époques, par les hommes de génie, pour parvenir à la vérité, que les efforts pénibles qu'ils ont été ensuite obligés de faire pour les démontrer selon le goût des esprits timides ou peu capables de se mettre à leur portée ?* »

Deux pages plus loin, dans cette première introduction à son *Traité*, il livre la clé qui montre comment son principe de continuité répond parfaitement à la mission assignée aux géomètres par Charles Dupin, dans le texte que nous avons cité plus haut : « *Cette manière de raisonner, quoique souvent abstraite et figurée, ne saurait entraîner à l'erreur, parce qu'elle est fondée sur des rapprochements en eux-mêmes rigoureux et exacts ; elle a d'ailleurs l'avantage d'agrandir les idées, de lier par une chaîne continue des vérités en apparence lointaines, et de permettre d'embrasser, dans un seul théorème, une foule de vérités particulières. Si, après les travaux géométriques des savants illustres qui composent la moderne École, on peut encore former l'espoir de faire faire quelques progrès vraiment utiles à la science de l'étendue, ce ne peut être évidemment qu'en suivant*

de près leurs traces, qu'en cherchant sans cesse à généraliser le langage et les conceptions de la Géométrie. »

Comparons ces propos avec ceux qui suivent, à peu près contemporains, de Cauchy, et nous comprendrons immédiatement en quoi consiste la différence de leurs idées philosophiques. Il s'agit d'un esprit orienté vers le progrès, cherchant constamment à aller de l'avant, face à un esprit fanatiquement attaché à la conservation d'un ordre fixe. Cauchy écrit : « *Lorsqu'on jette un coup d'œil rapide sur les productions de l'esprit humain, on est tenté de croire que les connaissances humaines peuvent croître et se multiplier à l'infini. [...] Cependant, si l'on observe que toute notre intelligence et nos moyens sont renfermés entre les limites qu'ils ne peuvent jamais franchir, on se persuadera que nos connaissances sont bornées, [...] que si l'homme n'a pu visiter les pôles, il reste dans un désespoir éternel d'approcher jamais de ces régions glacées. [...] Qui creusera jamais un puits de 1 500 lieues de profondeur ? On s'est élevé à 1 500 toises dans l'atmosphère, mais la rareté de l'air [...] ramèneront constamment vers la surface de la terre ceux qui voudraient prendre un essor plus hardi. [...] On trouvera enfin un corps indécomposable. [...] Les sciences exactes sont des sciences que l'on peut regarder comme terminées. [...] L'homme peut bien, à force de sophisme parvenir à douter des vérités qui lui sont enseignées, mais non pas à en découvrir de nouvelles !* »<sup>4</sup>

Le travail de Poncelet sur la géométrie s'étend sur une période d'à peine dix ans, de son séjour à Satarov à sa nomination comme professeur de mécanique à l'École d'application de l'artillerie et du génie de Metz. Durant cette période, il servait comme capitaine dans le Corps du génie, service qui, bien qu'il le remplît consciencieusement, lui laissa beaucoup de temps pour son travail mathématique. Après un an de résistance, Jean-Victor Poncelet se résoudra, bien à contrecœur, à céder aux instances d'Arago qui veut absolument en faire le professeur de mécanique dont l'École a besoin.

Il se lancera dans cette tâche avec le génie et la grandeur de vue qui caractérisent son œuvre en géométrie ; il rénovra de fond en comble l'enseignement de cette matière, fera des contributions marquantes,



**Charles Dupin (1784-1843).**

Il écrivait à Poncelet :  
« *Continuez, Monsieur, à cultiver la Géométrie, et venez enfin nous rejoindre à Paris. Nous ferons tous nos efforts pour vous admettre au nombre de nos collègues à l'Institut, où vous soutiendrez l'honneur de la bonne Géométrie.* »

notamment en hydraulique et en science des machines. Cependant, on se prend à rêver de ce qu'aurait pu être son apport s'il lui avait été permis de continuer son travail en géométrie, et surtout aux élèves qu'il aurait pu former à sa méthode de recherche. Lors de la publication de son *Traité*, Charles Dupin lui écrivait en effet : « *J'aurais soin de faire valoir votre livre auprès des géomètres analystes, qui se garderont bien de vous lire, parce qu'ils ne lisent qu'eux seuls. Continuez, Monsieur, à cultiver la Géométrie, et venez enfin nous rejoindre à Paris. Nous ferons tous nos efforts pour vous admettre au nombre de nos collègues à l'Institut, où vous soutiendrez l'honneur de la bonne Géométrie.* »

Avec Chasles et Brianchon en France, Steiner, Möbius et Von Staudt en Allemagne, Poncelet veut bâtir la géométrie comme un corps de doctrine autonome et, plus que tout, comme une discipline formatrice de l'esprit, comme une méthode de découverte, qualités qu'il refuse à l'algèbre, qui ne mène à découvrir que ce que l'on savait déjà implicitement dans les axiomes de départ.

L'œuvre de Poncelet s'insère donc, et donne sa cohérence à la tradition géométrique qui va de Nicolas de Cues à Riemann. Nous avons vu quelle est la filiation qui relie Desargues à Poncelet. S'il fallait une preuve de plus, je citerais le fait suivant dans ses notes de lecture manuscrites que l'on peut consulter aux archives de l'École polytechnique, les seuls auteurs qu'il sélectionne sont Desar-

gues, Fermat, Pascal, Maclaurin et, bien sûr, ses pères spirituels Monge et surtout Carnot.

Jacob Steiner, le professeur de géométrie de Riemann, se définira ouvertement comme un disciple de Poncelet. L'espace-temps complexe de Riemann, sur lequel toute la théorie de la relativité est fondée, vient donc en droite ligne des idées du père de la géométrie projective.

Nous concluons en disant que, si l'on veut rendre un véritable hommage à ce grand savant, la meilleure chose à faire serait de libérer l'esprit de nos jeunes élèves du carcan bestialisant des mathématiques modernes, de cette machine à abrutir qui ne produit que des logiciens sans âme (un sondage révèle que 60 % des ingénieurs de la promotion 1978 de l'École polytechnique ne lisent pas un livre par an). De les libérer, donc, et de leur donner à nouveau la chance de se former à la méthode qui nous a fourni nos plus grands savants. ■

#### Références

1. Notes de la deuxième édition de son *Traité sur les propriétés projectives des figures*, Gauthier-Villars, 1866.
2. Gaspard Monge, *Géométrie descriptive*, Gauthier-Villars, 1922.
3. *Applications d'analyse et de géométrie*, VII<sup>e</sup> cahier, Correspondance, polémique et fragments divers, Mallet-baudrier, 1862-1864.
4. Augustin Cauchy, *Sur les limites de la connaissance humaine*, Cherbourg, 1811.