Constance de la vitesse de la lumière : apparence ou réalité [1] ?

Première partie : le constat

CYRILLE PAVLIN

Un raisonnement simple suffit à démontrer que la vitesse de la lumière ne peut pas être une constante.

Mesures expérimentales

Toutes les mesures ont accrédité l'idée que la vitesse de la lumière est une constante physique indépendante du référentiel galiléen dans lequel on se place.

On peut distinguer trois principes de mesure :

a) Vitesse moyenne sur un trajet aller-retour.

On utilise la même horloge au départ et à l'arrivée du signal lumineux. On détermine la vitesse c en faisant l'hypothèse qu'elle est la même sur le trajet aller et sur le trajet retour.

b) Mesure indépendante de la vitesse aller et de la vitesse retour.

Elle nécessite l'envoi d'une horloge préalablement à la mesure. Le temps de parcours est la différence entre les temps mesurés par l'horloge de départ et l'horloge d'arrivée. La difficulté est de s'assurer du bon synchronisme des horloges. Si l'on doit recourir à l'envoi de signaux, il faut être certain que cela ne présuppose en rien l'égalité des temps de parcours. Par ailleurs, on tient compte, lors du transport des horloges, de tout ce qui peut en modifier le rythme (accélération, vitesse, changement d'altitude).

c) Mesures indirectes destinées à déceler une différence selon le sens de propagation du signal.

La plus connue est l'expérience d'interférométrie de Michelson et Morley qui a été réalisée pour voir si la vitesse de déplacement de la Terre s'ajoutait ou se retranchait de celle de la lumière. Il est de la plus haute importance de noter que dans ce type d'expériences, ce n'est pas directement $c + V$ ou $c - V$ que l'on peut observer mais les termes du second ordre en V^2/c^2. [2]

Principe de relativité

Le résultat concordant de toutes les expériences montre à l'évidence qu'à la précision relative de 10^{-9} près, la vitesse de la lumière dans un repère galiléen, en l'occurrence un référentiel tangent à la Terre pris en n'importe quel point du globe, est constante quelle que soit la direction de la mesure. Cette valeur c est devenue un standard de la physique.

Cette constance confirme la validité et l'universalité du principe de relativité que l'on peut énoncer sous la forme : *« Toutes les mesures physiques effectuées dans des repères galiléens donnent des résultats identiques. »*

L'isotropie et la constance de la vitesse de la lumière en découlent, comme si l'on faisait la mesure dans un repère réputé immobile.

L'impossible constance de la vitesse de la lumière

En dépit de toutes les preuves accumulées, une réflexion simple suffit à démontrer sans ambiguïté que la vitesse de la lumière ne saurait – sauf cas tout à fait exceptionnel que l'on n'a aucune chance de rencontrer dans notre environnement – être une constante.

Cas de la rotation de la Terre

Pour s'en convaincre, on s'appuiera sur une récente mesure du type b dont l'originalité est d'être effectuée sur une base de 20 000 km à l'aide du réseau GPS (Global Positioning System). La méthode utilisée par les auteurs[3] s'appuie sur le fait qu'en temps de crise, le réseau GPS émet en clair, en fournissant une précision de positionnement très supérieure à la normale. Toutes les données recueillies peuvent être consultées librement.

• On connaît le temps de départ des signaux électromagnétiques émis par les satellites en orbite et leur temps d'arrivée en diverses stations de réception.

• Les positions des satellites au départ ainsi que celles des stations de réception sélectionnées sont connues avec une grande précision.

On peut donc calculer la vitesse de propagation c pour un trajet simple sur tout un ensemble de directions, en particulier :

• La direction est-ouest du mouvement de la Terre autour de son axe.

• La direction du mouvement de la Terre autour du Soleil.

• La direction du mouvement d'ensemble du système solaire autour de l'axe galactique.

• La direction du mouvement par rapport au rayonnement du fond du ciel.

Aucune différence de vitesse n'est mesurable selon le sens de propagation au-delà d'une précision relative de quelques 10^{-9}.

De cette évidente constance de la mesure de c on est en droit de tirer deux conclusions :

1. Le temps de parcours d'un signal électromagnétique sur un trajet donné est indépendant du sens de propagation.

2. Le nombre d'ondes d'une fréquence donnée sur ce trajet est le même dans le sens aller et dans le sens retour.

Or, ces deux propositions sont aussi insoutenables l'une que l'autre.

Il suffit de considérer une mesure effectuée dans le plan équatorial de la Terre dans une direction est-ouest. Supposons que la mesure soit faite à l'aide d'un faisceau laser entre une base (horloge de référence H_R) et deux satellites distants exactement de 20 000 km, l'un vers l'est (horloge H_E) et l'autre vers l'ouest (horloge H_W).

• Si l'on fait envoyer par chaque satellite un signal au moment où son horloge passe à un même instant 0, ils seront reçus simultanément sur la base. La vitesse mesurée c est constante et le nombre d'ondes Nλ doit être le même sur les deux trajets.

• Doublons la distance pour la porter à 40 000 km et transportons-y les horloges H_E et H_W (nous nous plaçons provisoirement hors pesanteur pour ne pas avoir à tenir compte des corrections d'altitude).

Nous pouvons recommencer l'expérience précédente et arriver à la même conclusion. La vitesse de la lumière est toujours c et le nombre d'ondes est 2 Nλ sur chaque trajet.

• Cassons chaque trajectoire en deux tronçons de 20 000 km et plaçons un miroir au milieu pour réfléchir vers la base le faisceau issu de chaque satellite.

– Sur chaque tronçon, la vitesse est toujours c et le nombre d'ondes Nλ.

– Les signaux partis à la même heure arrivent simultanément sur la base après réflexion sur les miroirs.

• Reprenons l'opération précédente sur chaque tronçon et poursuivons la jusqu'à retrouver les deux satellites aux antipodes (les miroirs se répartissent sur un cercle de rayon double de celui de la Terre). On peut toujours effectuer la même expérience avec le même résultat.

• Il suffit alors de casser une fois de plus chaque tronçon en deux parties. Les horloges H_E et H_W se retrouvent sur la base. Les *n* miroirs sont répartis régulièrement sur l'équateur à la surface de la Terre. Il ne reste plus qu'un seul trajet que le faisceau peut emprunter dans un sens ou dans l'autre. Le chemin parcouru est évidemment identique dans les deux sens. Le transport des horloges se faisant au niveau du sol, nous pouvons maintenant l'effectuer dans le champ de pesanteur sans avoir à nous préoccuper des corrections d'altitude.

• On reprend l'expérience. On envoie un faisceau dans un sens et dans l'autre au moment où les horloges H_E et H_W passent à 0. On continue à les recevoir simultanément sur la base. On en conclut naturellement que la lumière met le même temps pour faire le tour de la Terre (40 000 km) en allant vers l'est ou vers l'ouest. La vitesse est toujours c sur chaque tronçon quel que soit le sens de propagation. Le nombre d'ondes que l'on doit avoir entre deux miroirs et sur l'ensemble du parcours (2 Nλ) doit être le même dans les deux sens.

• Or, pour vérifier la *première proposition*, nous n'avons plus besoin des horloges H_E et H_W. Il suffit d'envoyer un faisceau que l'on partage en deux au moment où l'horloge de la base H_R passe à 0. Que constate-t-on ? Les deux faisceaux qui se déplacent dans le vide au-dessus de la Terre se recroisent au-dessus de leur point d'émission, que la Terre tourne ou non. Le faisceau qui circule vers l'est, sens de rotation de la Terre, n'a pas encore rejoint la base, alors que celui qui est parti vers l'ouest l'a déjà survolé. Comme c'est la *même horloge* que l'on utilise au départ et à l'arrivée, force est de reconnaître que le temps de parcours du même trajet (le même nombre *n* de segments rectilignes identiques) n'est pas le même selon qu'on l'effectue vers l'est ou vers l'ouest. Ce qui est vrai pour l'ensemble du parcours l'est pour chacun des segments, tous égaux entre eux. Cela est donc déjà vrai pour le *premier segment est* et le *premier segment ouest* alignés dans le plan tangent à la Terre. Et cela le reste si l'on aligne tous les segments pour revenir à l'origine de l'expérience, à savoir deux trajets rectilignes de 40 000 km situés de part et d'autre dans le plan tangent. Contre toute évidence expérimentale, *la vitesse de la lumière n'est pas la même sur un trajet donné selon le sens de parcours*.

• Pour vérifier la *seconde proposition*, l'égalité du nombre total de longueurs d'ondes 2 Nλ sur le trajet, quel que soit le sens de propagation de la lumière, on peut faire l'expérience de pensée suivante. Arrêtons provisoirement la rotation de la Terre et plaçons sur la base un interféromètre recevant les deux faisceaux issus de la base après qu'ils aient effectué un tour de la Terre. Calons l'interféromètre à zéro et remettons *progressivement* la Terre[4] (ou le cercle de miroirs) en rotation.

Que devrions-nous observer ? Si le nombre d'ondes reste bien le même quel que soit le sens du trajet, l'interféromètre doit rester au zéro et on ne doit observer aucun déplacement de franges. En réalité nous voyons défiler des franges par millions, preuve qu'il y a plus de longueurs d'ondes dans un sens que dans l'autre. En faisant cette expérience, nous avons fabriqué un gyromètre laser qui fonctionne précisément de cette manière. La différence entre les nombres d'ondes n'est autre que le double du nombre d'ondes contenues dans le parcours qu'a effectué la base pendant le temps mis par le faisceau pour faire le tour de la Terre. Là encore, la mesure expérimentale directe est trompeuse : *il n'y a pas le même nombre d'ondes d'une fréquence donnée dans le trajet aller et dans le trajet retour*.

Discussion

• Les expériences effectuées avec les horloges H_E et H_W donnent bien la valeur *mesurée* de c. Celle-ci est une constante, que le trajet soit rectiligne ou en ligne brisée. La raison est que si les signaux partent bien au même instant 0 de chacune des horloges, ces instants ne sont pas simultanés. Il est évidemment impossible de le vérifier tant que les horloges sont séparées. Ce n'est que lorsque les horloges ont fait le tour de la Terre qu'on peut le constater. L'horloge qui a fait le tour de la Terre vers l'est est en retard de τ sur l'horloge de référence, alors que l'horloge qui a fait le tour de la Terre par l'ouest est en avance de τ (effet Sagnac) [5]. τ est donné par la Relativité générale :

$$\tau = \frac{2\omega S}{c^2}$$

formule que l'on peut réécrire :

$$\tau = \frac{2\omega\pi R^2}{c^2} = \frac{2\pi R}{c}\frac{\omega R}{c}$$

$$\tau = T\frac{V}{c} = \frac{VT}{c}$$

où

ω : vitesse angulaire de rotation de la Terre ;

S : surface du cercle décrit par la lumière ;

R : rayon de la Terre ;

V : vitesse linéaire de rotation de la Terre à l'équateur ;

T : temps de parcours de la circonférence de la Terre à vitesse c.

Sous sa dernière forme, on constate que τ est effectivement le temps qu'il faut à la lumière, qui a fait le tour de la Terre en un temps T, pour rattraper l'horloge qui s'est déplacée de VT vers l'est.

Il est très important de noter que ce retard (ou avance) τ est uniformément réparti(e) sur les *n* segments rectilignes du trajet polygonal de la lumière, à raison de τ/n par segment, *donc en particulier pour les deux premiers qui sont alignés dans le plan tangent.* [6]

En redépliant le trajet polygonal selon une ligne droite, on obtient pour les horloges H_E et H_W l'avance et le retard τ qui permettent aux signaux partis à la même heure, mais non simultanément d'arriver ensemble sur la base. [7]

• Les vitesses corrigées que l'on devrait donner à c selon le sens du trajet pour le parcours autour de la Terre devraient être :

$$c_1 = \frac{2\pi R}{T+\tau} = \frac{c}{1+\frac{V}{c}} = c\left(1 - \frac{V}{c} - \frac{V^2}{c^2} - \ldots\right)$$

$$c_2 = \frac{2\pi R}{T-\tau} = \frac{c}{1-\frac{V}{c}} = c\left(1 + \frac{V}{c} + \frac{V^2}{c^2} - \ldots\right)$$

soit :

$$c_1 = c - V - \frac{V^2}{c} - \ldots$$

$$c_2 = c + V + \frac{V^2}{c} - \ldots$$

Au premier ordre, la vitesse de la Terre s'ajoute bien (algébriquement) à la vitesse c, moyenne pour un trajet aller-retour, mais il existe en plus des termes du second ordre (et suivants) qui suffisent à annuler tous les effets que l'on pouvait espérer mesurer par des expériences de type c comme celle de Michelson et Morley.

Avec les vitesses c_1 et c_2 on peut calculer des nombres d'ondes N_1 et N_2 contenus dans les trajets aller et retour dont au moins la différence est égale à celle que l'on pourrait mesurer avec le gyromètre constitué par la Terre.

Les vitesses corrigées c_1 et c_2 sont-elles pour autant les *vraies* vitesses de la lumière. Hélas, non ! Ce pourrait l'être si la Terre était rigoureusement immobile dans l'espace, à l'exception de son mouvement de rotation. Mais l'on doit tenir compte de tous ses autres mouvements.

Extension aux mouvements dans le système solaire, la galaxie, etc.

La correction de τ/n des horloges pour un déplacement de $1/n_{\text{ème}}$ de tour de la Terre est une pratique courante pour obtenir en tout point une définition univoque de l'heure. La rigueur voudrait qu'on l'applique également dans tout repère galiléen sur une trajectoire rectiligne, car c'est la limite vers laquelle tend un système lorsque $R \to \infty$ à vitesse $V = \omega R$ constante. Le problème est que l'on ne connaît plus V lorsque le rayon devient infini.

Par contre, on doit, en toute logique, appliquer la correction à tous les mouvements tournants : mouvement de la Terre autour du Soleil, du centre galactique, etc.

Ces mouvements n'étant pas dans un même plan, la formule à appliquer est :

$$c_\theta = \frac{c}{1+\frac{V}{c}\cos\theta}$$

avec θ angle entre la direction de la lumière et celle du mouvement.

• *Mouvement autour du Soleil.* Si l'on place *n* segments rectilignes munis de *n* miroirs sur l'orbite terrestre, on constate que pour parcourir *n* fois un segment, la lumière met 6 secondes en plus ou en moins selon le sens. Sur tout trajet rectiligne, la variation relative de c est de V/c soit 10^{-4}.

• *Mouvement autour de la galaxie.* Les *n* miroirs sont maintenant répartis régulièrement sur l'orbite décrite par le système solaire autour du centre galactique. Le temps mis par la lumière pour faire le tour de l'orbite serait d'environ 200 000 ans et les écarts entre les temps d'arrivée pour parcourir les *n* segments de même longueur seraient de ± 200 ans. [8] *Sur tout trajet rectiligne*, la variation relative de c est de V/c soit 10^{-3}.

Si l'on ne mesure aucune différence de la vitesse c dans le cas d'un satellite placé à 20 000 km de la Terre dans le plan galactique [9], c'est parce que son horloge avance et retarde périodiquement, à notre insu, à chaque demi-tour, de :

$$\tau = T\frac{V}{c} = \frac{40\,000}{300\,000}10^{-3} = \frac{2}{15}10^{-3}\,s$$

Ainsi, une horloge stable à quelques nanosecondes près pendant 6 heures de visibilité accuse des avances et des retards absolument indécelables mais qui atteignent 130 microsecondes. [10]

C'est à ce prix, mais nécessairement à ce prix, que l'on mesure pour c une valeur parfaitement constante.

• *Mouvement autour d'un centre de masse.* On peut pousser encore plus loin le paradoxe en imaginant la Terre se mouvant dans un champ gravitationnel comparable à celui où elle se trouve autour du Soleil, mais tournant (ou plutôt tombant, car l'orbite n'est pas stable) à une vitesse proche de c à quelque 1 500 années-lumière autour d'un (ou vers un) monstrueux centre hypermassif de 10^{16} masses solaires. Bien que l'on se trouve au-dessous de la ligne d'horizon, l'environnement gravitationnel de la Terre restant ce qu'il est, on peut encore imaginer de placer un satellite en orbite à 20 000 km, dans un plan passant par le centre de masse. Les écarts cycliques sur le temps de l'horloge en orbite atteindraient 130 millisecondes par demi-tour [11], ce qui permettrait de mesurer toujours pour c une valeur constante alors que les valeurs corrigées de c seraient :

$$c_1 = \frac{c}{1+\frac{V}{c}} \approx \frac{1}{2}$$

$$c_2 = \frac{c}{1-\frac{V}{c}} \to \infty$$

Le principe de Relativité est-il incontournable ?

Il peut sembler paradoxal de savoir que les horloges les plus stables peuvent accuser des glissements de fréquence supérieurs de cinq ordres de grandeur et plus à leur stabilité propre, sans disposer d'aucun moyen pour s'en apercevoir. Et aussi de savoir que les variations de la vitesse de la lumière atteignent de manière certaine 1/1 000ème alors que les mesures la donnent toujours constante à quelque 10^{-9} près.

N'y aurait-il aucun moyen de le vérifier ? Toute mesure directe interne à un repère galiléen semble vouée à l'échec en raison même du principe de relativité qui n'a jamais été pris en défaut. On peut imaginer une mesure indirecte. Dans un repère tournant, le décalage des horloges est lié non à la position géographique mais au déplacement, et il est proportionnel à la vitesse du repère. Nous avons vu que ce décalage reste vrai dans un repère galiléen tangent, donc en fait dans tout repère galiléen (que l'on peut toujours considérer comme tangent à un repère tournant fictif de rayon aussi grand que l'on veut).

Si l'on pouvait se placer momentanément dans un repère sans vitesse, il serait possible de déplacer deux horloges en sens opposé sans qu'elles subissent de décalage. Remettant alors progressivement en mouvement le repère à vitesse V, on pourrait y mesurer la *vraie* vitesse de la lumière et le *vrai* nombre d'ondes contenues dans un trajet donné. Toutefois, l'on ne connaît pas V et l'on ne dispose d'aucun moyen pour mesurer cette vitesse. Même le repère constitué par le rayonnement du fond du ciel n'est pas nécessairement immobile. Qui peut affirmer que tout notre Univers connu n'est pas en mouvement (rotation ou translation) dans un méta-Univers infiniment plus vaste, ou même dans rien ?

A défaut d'annuler V, on peut déjà annuler l'une de ses composantes, par exemple le mouvement de rotation de la Terre.

C'est ce que l'on devrait faire lorsque l'on fait une mesure directe de c à la surface de la Terre. On devrait normalement corriger le retard pris par l'horloge que l'on déplace vers l'est. On ne ferait jamais que reproduire localement la mesure indiscutable effectuée avec la *même horloge* au départ et à l'arrivée sur un tour de la Terre. Or les expérimentateurs [12] s'y refusent, sous le prétexte que la lumière que l'on envoie vers l'horloge *« subit le même retard que l'horloge »*. Comment la lumière qui se déplace à vitesse uniforme et qui n'a pas le loisir de s'arrêter en route peut-elle *« prendre du retard »* autrement qu'en allant moins vite ? Si ces mêmes expérimentateurs prolongeaient leur mesure sur un tour de Terre, ils trouveraient toujours pour c une valeur constante, à condition d'utiliser trois horloges dont deux au moins ne sont pas à l'heure, et encore en n'intervertissant pas malencontreusement les horloges !

Il est aberrant et insoutenable de dire que la vitesse de la lumière est une constante dans un repère tangent lié à la Terre et, en même temps, qu'elle ne l'est pas si ce même repère est entraîné par le mouvement de rotation.

Formulation dans le repère tournant

La transformation de Lorentz permet de relier entre elles les *observations* faites dans des repères galiléens différents. Ces observations ne représentant pas la réalité, il ne faut pas s'attendre à ce que la transformation de Lorentz recouvre elle-même la réalité. Elle est à la source de paradoxes mal résolus (que les spécialistes tentent de minimiser) dès qu'on l'applique de manière réciproque. Paradoxes du style : « mon horloge prend du retard sur une horloge déjà en retard sur la mienne, de sorte que mon horloge finit par être en retard sur elle-même. » On peut multiplier à plaisir ces situations à l'infini et trouver à chaque fois des contre-exemples à toutes les tentatives pour les dénouer. Dans certaines conditions bien choisies, le célèbre paradoxe des jumeaux de Langevin n'y échappe pas.

Si dans un repère tournant, comme la Terre, on remplace le temps mesuré dans le repère galiléen tangent par le temps corrigé, *ce que, mathématiquement parlant, on a toujours le droit de faire,* on obtient des formules concurrentielles à la transformation de Lorentz. Elles sont présentées en **encadrés**.

Or ces formules restent valables lorsque le rayon augmente indéfiniment en conservant constante la vitesse linéaire, donc lorsque l'on tend vers le repère galiléen tangent. Que ces formulations ne tendent pas alors vers la formulation de Lorentz montre qu'elles en diffèrent fondamentalement.

Toutefois, l'application stricte de la formulation du repère tournant aux repères galiléens suppose que l'on connaisse un repère d'origine rigoureusement immobile car, contrairement à la transformation de Lorentz, il n'y a pas réciprocité entre les vitesses (V' n'est pas égale à –V).

Ainsi, si le principe de relativité s'applique effectivement à toutes les vitesses, le profane perplexe, l'amateur éclairé ou le spécialiste averti sont logés à la même enseigne : condamnés, jusqu'à preuve du contraire, à se déplacer en aveugle dans une sorte de caverne de Platon qui n'a pas d'entrée.

Qu'ils s'en consolent en reconnaissant que, grâce au principe de relativité, nos lois ont un caractère universel, car un observateur lointain, à l'autre bout de l'Univers, se déplaçant par rapport à nous (dit-on) à une vitesse proche de c, pourrait utiliser les mêmes.

A défaut de mesurer notre vitesse absolue V, nous pouvons tout de même nous interroger sur la manière dont s'effectuent naturellement et à notre insu, avec une régularité de métronome, les avances et les retards périodiques des horloges en orbite, ce dont actuellement, de toute évidence, personne ne parle. Refuser de reconnaître l'existence d'un problème quand on n'en connaît pas la solution n'est peut-être pas la manière la plus scientifique de l'aborder.

Or il existe une réponse à cette question. Elle constitue la seconde partie de cet exposé et nécessite un détour par la relativité générale. Elle réserve des surprises et éclaire d'un jour nouveau bien des questions qui font toujours l'objet de polémiques, et remet en cause des certitudes que l'on pouvait croire acquises.

Encadré 1 - Transformation de Lorentz

Hypothèses

- Dans tout repère galiléen, la vitesse de la lumière est isotrope de valeur c.
- Il n'existe pas de repère privilégié.
- La transformation des coordonnées (espace et temps) entre deux repères est symétrique.

Dans un repère galiléen se déplaçant à vitesse V par rapport au nôtre, à une abscisse x sur l'axe $\vec{V}$ et un temps t, mesurés dans notre repère, on fait *correspondre* une abscisse x' et un temps t' reliés à x et t par :

$V' = -V$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad t = \frac{t' + \frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Exemples pratiques

Disposant de trois formulations, dont deux pour le repère tournant, il est intéressant d'en faire l'examen comparatif sur des exemples choisis de manière à les rendre aussi concrets que possible. Nous le ferons sans complaisance et sans complexe, dans le seul but de sensibiliser le lecteur, en essayant de ne pas le rebuter par une formulation excessive. Mais, pour qu'il ne perde pas le fil du raisonnement, nous lui conseillons tout de même de faire à mesure les petits calculs à l'aide des formules présentées en encadrés, sachant que les valeurs choisies sont prises de telle sorte que ces calculs ne présentent aucune difficulté. On voudrait parfois nous faire croire que les paradoxes que soulève la Relativité ne font que traduire une méconnaissance du sujet. Ils sont souvent bien réels et peuvent conduire à des situations inextricables. Les exemples suivants que l'on a cherché à rendre proches de la réalité quotidienne nous les feront mieux comprendre.

1. La vache et le lampiste

Soit un train roulant à $V = \sqrt{3}/2$ c, environ 87 % de la vitesse de la lumière. Le paramètre de contraction d'Einstein $1/\sqrt{1-V^2/c^2}$ est égal à 2. Au temps 0 (pour le train comme pour la voie), la tête du train traverse un passage à niveau. L est la longueur du train mesurée depuis la voie. Le garde-barrière chronomètre un temps T pour voir défiler le train devant lui.

Mesurée dans le train, sa propre longueur est 2L. Si, le lampiste en queue du train marque un trait sur la voie au temps 0 (du train), la transformation de Lorentz montre que ce trait se trouve à –4L. En ce point de la voie, un cheminot a bien vu passer la queue du train et le lampiste mais cela se passait au temps –3T. Et à ce moment, sur la voie, la tête du train était à –3L, ce qui est tout à fait compatible avec le fait qu'il se trouve ensuite au passage à niveau au temps 0. Autrement dit, pour résumer, lorsque la queue du train passait à –4L devant le cheminot, la tête du train se trouvait au passage à niveau pour le lampiste, et à –3L pour le cheminot.

Si, à la barrière, un feu passe au rouge, on décide de mettre le train en attente sur une voie circulaire que l'on a choisi de faire juste à sa longueur. Ici, les avis sont partagés. Le garde-barrière estime qu'il aurait suffit de replier en cercle la voie de longueur L avec le train dessus. Cependant, comme le train est deux fois plus long que la voie et que, vue du train, la voie paraît deux fois plus courte que le train, le conducteur soutient que c'est une longueur 4L qu'il fallait donner à la voie, ce que l'on a fait par sécurité. Pour le conducteur du train, la tête du train rejoint la queue et il voit juste devant lui le lampiste, debout sur le marchepied qui balance sa lanterne. Il se trouve que le conducteur est jaloux et qu'il profite de l'occasion pour l'abattre d'une balle dans le dos. Le lampiste tombe sur la voie et le conducteur le revoit mort à chaque

Encadré 2 - Transformation des coordonnées dans un repère tournant

Hypothèses

• Le repère tourne à vitesse V sur un cercle fixe de rayon R.
• Les horloges sont corrigées de manière à donner en tout point une définition univoque du temps.
• La formulation reste valable lorsque le rayon du cercle devient infini.

La vitesse de la lumière *mesurée à l'aide de ces horloges* est, lorsqu'elle se propage dans une direction faisant l'angle θ avec la vitesse V du repère :

$$c_\theta = \frac{c}{1+\frac{V}{c}\cos\theta}$$

Deux formulations peuvent être développées sur ces bases :

1. La première est particulièrement simple, très proche de celle de la mécanique non relativiste. A une abscisse x sur l'axe $\vec{V}$ et un temps t mesurés sur le cercle fixe, on fait *correspondre* dans le repère tournant un point d'abscisses x' et un temps t' [25].
Par contre, il n'y a plus de symétrie entre les vitesses : V' n'est pas égale à –V.

$$V' = \frac{-V}{1-\frac{V^2}{c^2}}$$

$$x' = x - Vt$$

$$t' = t\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)$$

$$V = \frac{c^2}{2V'}\left(1-\sqrt{1+\frac{4V'^2}{c^2}}\right)$$

$$x = x' - V't'$$

$$t = \frac{t'}{1-\frac{V^2}{c^2}}$$

On notera que l'on n'a pas eu besoin de faire d'hypothèse particulière concernant la direction transversale au mouvement.

2. Dans la seconde transformation, la méthode est calquée sur celle qui conduit à la transformation de Lorentz dont elle se rapproche beaucoup. A une abscisse x sur l'axe $\vec{V}$ et un temps t mesurés sur le cercle fixe, on fait *correspondre*, selon le sens, deux points d'abscisses x'_1 (mesurée dans le sens du mouvement) et x'_2 (mesurée en sens inverse) et deux temps t'_1 et t'_2 [26] reliés à x et t par :

$$x'_1 = x\sqrt{\frac{1+\frac{V}{c}}{1-\frac{V}{c}}}$$

$$x'_2 = x\sqrt{\frac{1-\frac{V}{c}}{1+\frac{V}{c}}}$$

$$t'_1 = t'_2 = t\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$$

$$x = x'_1\sqrt{\frac{1-\frac{V}{c}}{1+\frac{V}{c}}}$$

$$x = x'_2\sqrt{\frac{1+\frac{V}{c}}{1-\frac{V}{c}}}$$

$$t = \frac{t'_1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t'_2}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Il n'y a également plus de symétrie entre les vitesses : V' n'est pas égale à –V.

$$V' = \frac{-V}{1-\frac{V^2}{c^2}}$$

d'où :

$$x = x'_1\sqrt{1+2\frac{V'}{c_1}} \quad \text{avec} \quad c_1 = \frac{c}{1-\frac{V}{c}}$$

$$x = x'_2\sqrt{1-2\frac{V'}{c_2}} \quad \text{avec} \quad c_2 = \frac{c}{1+\frac{V}{c}}$$

Chaque formulation présente ses avantages dont l'examen nécessite une étude détaillée. La première est en apparence la plus simple. La seconde permet de retrouver tous les résultats classiques de la Relativité, *à l'exception de l'effet Doppler transversal*.

En relativité restreinte, l'effet est symétrique : la fréquence reçue est toujours plus élevée que la fréquence mesurée dans le repère qui émet, quel que soit ce repère. Cela est dû au fait que si le nombre d'ondes reçu est bien égal au nombre d'ondes émises (le nombre d'ondes comprises entre la source et le récepteur passant par un minimum est stationnaire), l'horloge en mouvement relatif est toujours plus lente que l'horloge au repos. A l'inverse, dans la formulation du repère tournant, quelle que soit l'origine de l'émission, la relation entre les fréquences est toujours :

$$f' = \frac{f}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

car c'est bien l'horloge qui tourne qui a le rythme le plus lent et non l'inverse.

La dissymétrie de l'effet Doppler transversal est parfaitement mise en lumière dans les expériences de mesure de l'invariabilité de la vitesse de la lumière par effet Mössbauer[27].

La non-réciprocité de la transformation de Lorentz peut être prouvée expérimentalement.

Ainsi, contrairement à ce que l'on affirme quelquefois, la transformation de Lorentz n'est pas nécessairement la traduction du principe de relativité. La transformation du repère tournant constitue une alternative tout aussi légitime et, dans certains cas, elle n'en présente pas les inconvénients.

passage. Il voit aussi une vache qui broute paisiblement.

Pour le garde-barrière, le train n'occupe que le quart de la voie, les trois quarts restants étant vides. [13] Il a bien vu le conducteur tirer devant lui mais dans le vide. Sa balle a atteint la pauvre vache qui allongeait le cou pour atteindre une touffe d'herbe. Pour lui, c'est la vache qui est morte le long de la voie. Par contre, au temps T plus tard, il voit passer devant lui le lampiste qui continue à balancer sa lanterne et il le revoit passer à chaque tour.

Alors, qui donc est allongé mort sur le ballast, le lampiste ou la vache ? *

2. Le lampiste et le garde-barrière

C'est l'ubiquité résultant de la transformation de Lorentz qui en fait toute l'ambiguïté. Considérons l'exemple suivant où cette transformation est systématiquement appliquée. La situation devenant un peu plus complexe, c'est surtout maintenant que nous encourageons vivement le lecteur à refaire les calculs à chaque étape. Ils se résument à quelques opérations élémentaires suivies d'une multiplication par deux.

Le précédent exemple montrait les problèmes que l'on rencontre sur les distances lorsque l'on applique les formules de la relativité restreinte.

On retrouve les mêmes difficultés sur les temps, surtout lorsque l'on applique localement ces formules dans le repère tournant.

Pour tenter d'y voir plus clair, on va continuer à examiner les implications de chacune des transformations sur un exemple que l'on va tenter de rendre le plus familier possible.

Le train poursuit son chemin en ligne droite, à partir du passage à niveau, origine des espaces x pour la voie, après l'instant 0 pour la voie comme pour la tête du train. Les unités sont maintenant le kilomètre pour la distance et la minute pour le temps. On admet que sur cette étrange planète le choix de ces unités est fait de telle sorte que la vitesse de la lumière y vaille 1 km/mn. [14] Le train se déplace toujours à $\sqrt{3}/2$ km/mn. Mesuré depuis la voie, il mesure $\sqrt{3}/2$ km. Mesurée dans le train, sa longueur est $\sqrt{3}$ km.

Sur la voie, à une longueur de train en avant du passage à niveau, se trouve une gare. Le train passe en gare sans s'y arrêter au temps t = 1 mn, ce que constate effectivement le chef de gare.

En cet endroit, la montre du conducteur du train (qui est l'origine des coordonnées x' pour le train) indique t' = 0,5 mn. Ces valeurs x' = 0 et t' = 0,5 correspondent dans la transformation de Lorentz à x = $\sqrt{3}/2$ et t = 1, et vice versa.

Que t' vaille 0,5 mn est normal puisque la voie paraît deux fois plus courte vue du train et que la gare se rapproche à la vitesse V' = –V.

A ce moment t = 1 mn, le garde-barrière voit passer l'arrière du train (x' = $-\sqrt{3}$) et constate que la montre du lampiste indique t' = 2 mn, valeurs qui correspondent à t = 1 pour x = 0, et réciproquement.

Le garde-barrière s'en étonne :

— Je croyais que les horloges du train ralentissaient par rapport à celles de la voie et je constate, au contraire, qu'elles accélèrent. Néanmoins, je sais aussi qu'en tête du train qui est actuellement en gare, la montre du conducteur indique 0,5 mn. Les horloges du train ne sont donc pas toutes à la même heure ?

— J'affirme que si, répond le lampiste, car c'est moi qui les ai mises à l'heure avec ma montre, en remontant puis en redescendant le train. Mais tu te trompes, la tête du train n'est pas au niveau de la gare mais l'a déjà dépassé de trois de tes prétendues longueurs de train. Car c'est bien la distance x qui correspond à x' = 0 et t' = 2. Et c'est parfaitement compatible avec le fait que la tête du train est passée en gare à t' = 0,5 mn. Lorsque ma montre indiquait 0,5 mn, le train n'avait avancé que d'un quart de sa longueur au-delà de ton passage à niveau. Sa tête était bien dans la gare mais moi j'étais encore aux trois quarts en arrière. Et c'est bien normal puisque le train est deux fois plus long que tu le crois et que, pour moi, ta voie est deux fois plus courte que la valeur que tu mesures.

— C'est absurde, la tête du train ne peut pas être à la fois en gare pour moi, et quatre fois plus loin pour toi.

— C'est tout à fait possible ! Ce qui est simultané dans ton repère ne l'est pas dans le mien, et réciproquement.

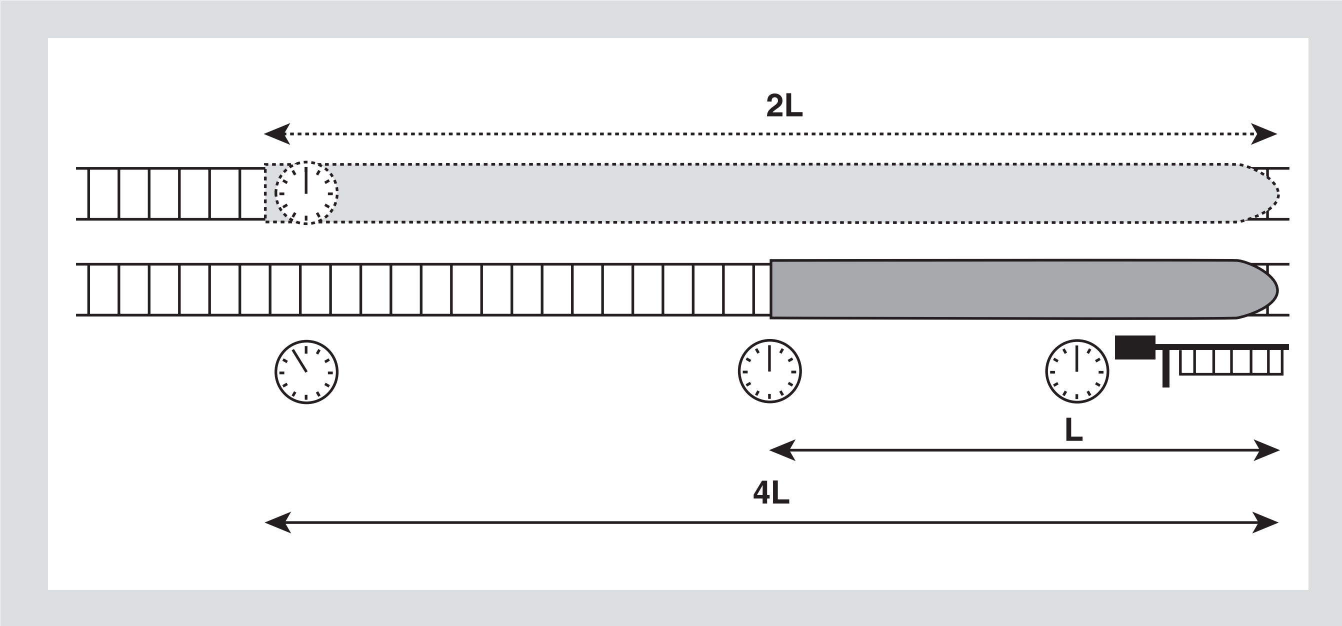
— Alors, écoute ! Au temps 0, au moment où la tête du train passait devant moi, toi tu passais devant le poste d'aiguillage à une longueur de train en arrière. Tu as dû le remarquer.

— Naturellement, j'ai vu que l'horloge y affichait 0 mn. Mais ma montre indiquait 1,5 mn. Par contre, à ce moment, la tête du train n'était déjà plus à ton passage à niveau. Elle avait déjà largement dépassé la gare. Sur ta voie, elle était à deux fois la distance qui nous en sépare.

— C'est ce que tu crois. Mais suppose que l'on ait mal aiguillé le train. Il serait en ce moment sur la voie de garage et figures-toi que dans la gare, il y a un butoir. La voie ne va pas plus loin. Ta locomotive s'y écraserait. Cela se passerait juste en ce moment et toi, tu serais bien là devant moi. Ta locomotive ne pourrait pas matériellement avoir dépassé la gare.

— Pas du tout ! Pour moi, si l'accident avait eu lieu, il se serait produit depuis 1,5 mn alors que j'étais encore derrière toi de trois quarts

* Pour éviter de faire fausse-route, il ne faut surtout pas chercher de faux-fuyants et objecter que le train qui roule sur un rail circulaire est dans un repère accéléré, donc que le problème ressort de la relativité générale. Chaque wagon sur son morceau de voie constitue un repère tangent dans lequel la relativité restreinte s'applique. De plus, on n'a pas donné la longueur du train qui peut être aussi grande que l'on veut. L'accélération centrifuge peut être aussi réduite que l'on veut, nulle à la limite. Ré échissons bien que si pour être galiléen, un repère ne devait être soumis à aucune accélération transversale, pesanteur comprise, il n'existerait nulle part de véritable repère galiléen, les forces de gravitation étant omniprésentes. Abandonné en chute libre n'importe où à n'importe quelle vitesse, un corps tourne toujours, peu ou prou, autour de quelque chose.
De toutes manières, le problème est exactement le même en ligne droite. Si l'on accroche bout à bout des trains (dans le repère du train) de telle sorte qu'ils occupent toute la longueur de la voie, et que l'on cherche à savoir, de manière récurrente, où se trouvent dans le repère de la voie d'abord la queue puis la tête de chacun d'eux, on s'aperçoit vite qu'ils se disséminent en tronçons n'occupant que le quart de la longueur de la voie.
La première formulation du repère tournant donne raison au garde-barrière : le train et la voie ont bien la même longueur et la tête rejoint la queue aussi bien pour la voie que pour le train – la vache est épargnée.
Dans la deuxième formulation du repère tournant, le train occupe toujours une longueur double de celle de la voie. L'équivoque demeure.



de longueur de train. Si je suis ici devant toi, c'est que le train n'a pas été mal aiguillé et qu'il a continué son chemin.

— Impossible ! Le butoir est dans *mon repère*, pas dans le tien. Quand tu étais n'importe où en arrière de mon passage à niveau, l'accident ne pouvait pas encore avoir eu lieu. Il ne peut pas se produire tant que le chef de gare n'a pas vu arriver la locomotive sur la voie de garage. Et cela se produirait juste maintenant, pour toi comme pour moi. Je maintiens que la tête de ton train vient tout juste de se fracasser en gare alors que toi, tu es exactement au passage à niveau. Tu y seras encore dans un bref instant lorsque tout le train sera arrêté. Tu seras peut-être projeté en avant. Toutefois, tu ne feras certainement pas instantanément un bond en arrière dans le temps et l'espace d'une longueur de train, pour te retrouver au poste d'aiguillage où tu es passé voici une minute si, comme tu l'affirmes, ton train est deux fois plus long que la distance d'ici à la gare. Et si, soi-disant, toutes les horloges de ton train sont à la même heure et qu'elles s'arrêtent exactement ensemble au moment de l'accident, comment expliqueras-tu que la montre du conducteur indique 0,5 mn et la tienne 2 mn ? [15]

Finalement, à qui devons nous donner raison ? Au garde-barrière qui affirme qu'au moment où la queue du train passe devant lui, la tête entre juste en gare, ou au lampiste qui soutient qu'elle l'a déjà dépassé de trois longueurs ?

Sur une Terre plate et sans limite, la question est indécidable.

Par contre, si la Terre est ronde, les difficultés resurgissent. Admettons que sa circonférence soit égale à 1 h de train et supposons que le train, vu de la voie, soit assez long pour en faire le tour. La tête, qui a fait un tour de plus, y rejoint la queue. Bien que censés être à la même heure, la locomotive affiche 1/2 h et la queue 2 h [16], mais ce pour autant que l'on ait réussi à loger le train. En effet, nous sommes à nouveau confrontés à l'insurmontable problème de faire tenir sur un grand cercle d'une sphère un train deux fois plus long que la circonférence. [17]

Si la Terre ne tourne pas, tout se passe de la même manière, que le train circule dans un sens ou dans l'autre : un train passant en sens inverse au temps 0 au passage à niveau arriverait au temps 1 mn au poste d'aiguillage et la montre du conducteur y indiquerait 0,5 mn.

Si la Terre tourne, tout change. Pour fixer les idées, admettons que la rotation se fasse dans la direction de la voie, à une vitesse périphérique égale à celle du train. Si le train va dans le sens de la rotation, nous retrouvons une situation analogue à celle décrite pour la Terre non tournante. Si le train circule en sens inverse, il est en fait immobile. [18] Les heures affichées en tête et en queue de train sont identiques, mais le temps y passe, non plus deux fois plus lentement, mais deux fois plus vite que sur la Terre. Tout ce qui a été dit dans le repère galiléen tangent est remis en question. Or rien n'interdit que le repère galiléen tangent ait été pris précisément en un point quelconque de cette Terre tournante. Cette contradiction n'a pas échappé aux auteurs qui, tout en l'observant, n'en ont apparemment pas tiré de conséquences. [19]

3. Reformulation dans le repère tournant

On se propose, en s'appuyant sur l'exemple précédent, d'examiner les implications de la formulation du repère tournant, sachant qu'elle reste valable, par extension, au cas du repère galiléen tangent. Cette approche est riche d'enseignements.

L'insupportable problème de la dilatation des longueurs vient en partie du fait que l'on veut que tous les référentiels galiléens soient équivalents et, par conséquent, que la même transformation réciproque permette de passer des observations d'un système vers un autre.

Si l'on abandonne cette contrainte, le seul fait de ne pas corriger les horloges de l'effet Sagnac suffit à assurer que la vitesse mesurée de la lumière est constante et isotrope, sans que l'on soit tenu d'établir parallèlement une correspondance entre les longueurs.

Dès lors, rien n'interdit de prendre pour longueur du train, quel que soit son sens de déplacement, celle de la voie, et c'est le cas dans la première transformation du repère tournant. C'est celle-ci que l'on va examiner plus en détail. [20]

Dans le cas de la Terre non tournante, lorsque le train arrive à la gare au bout de 1 mn, la montre du conducteur indique 0,25 mn et non plus 0,5 mn. Cela vient du fait que le train, au lieu se décrire une boucle imaginaire de longueur égale à deux fois la circonférence de la Terre, décrit en moitié moins de temps et à la même vitesse le cercle bien réel du rail. Lorsque la queue du train passe devant le passage à niveau, la montre du lampiste affiche 1 mn et non 2 mn (le train est deux fois plus court que dans le cas précédent). Après un tour, l'horloge du passage à niveau indique 1 h, la montre du conducteur a avancé de 15 mn et, lorsqu'il y passe, celle du lampiste marque 16 mn. L'horloge du train est ralentie dans un rapport quatre (et non deux) par rapport à celle de la voie. Pour un train occupant toute la longueur de la voie, le décalage des horloges entre la tête et la queue du train est de 45 mn et non plus de 1 h 30.

Ces résultats sont évidemment identiques pour le train circulant en sens inverse.

Si la Terre tourne, et l'on suppose qu'elle le fait à la vitesse du train, le garde-barrière joue à son insu le rôle du lampiste du cas précédent. Si on lui demande d'aller mettre à l'heure l'horloge de la gare et celle du poste d'aiguillage, il ne s'aperçoit de rien. Après chaque aller-retour, il trouve sa montre à l'heure par rapport à l'horloge du passage à niveau. Par contre, s'il poursuivait son chemin et faisait le tour de la Terre, soit 60 longueurs de train, il verrait que s'il est parti dans la direction de la gare sa montre a pris 45 mn de retard sur l'horloge du passage à niveau, et 45 mn d'avance, s'il est parti en sens inverse. Constatant que c'est son propre déplacement qui a fait prendre artificiellement à sa montre du retard dans un cas et de l'avance dans l'autre, il ne lui resterait plus qu'à retourner à la gare et d'y avancer l'horloge de 0,75 mn, puis au poste d'aiguillage et de la retarder d'autant. Le train que le garde-barrière avait cru voir se déplacer à vitesse $V = \sqrt{3}/2$ km/mn en direction de la gare a mis en réalité 1,75 mn pour arriver du poste d'aiguillage à la barrière et autant de la barrière à la gare. Celui qui paraissait se déplacer à la même vitesse en sens inverse n'a mis que 0,25 mn sur chacun de ces tronçons, soit à une vitesse de –4V, moins tout de même que la lumière qui, de ce fait, franchit allègrement la limite fatidique de 60 km/h. Or la vitesse corrigée de la Terre non tournante mesurée depuis un repère tournant est précisément

$$V' = -\frac{-V}{1-\frac{V^2}{c^2}} = -4V$$

c'est-à-dire exactement la vraie vitesse du train circulant en sens inverse. Ce dernier matérialise donc bien le repère non tournant.

Pour le passager de ce train qui se trouve dans un repère privilégié puisque non tournant (il n'a pas de corrections d'horloge à faire), la Terre défile sous lui à la vitesse de $\sqrt{3}/2$ km/mn, par définition. Les horloges de la voie sont ralenties dans un rapport quatre par rapport à la sienne. Ainsi, la vitesse du train circulant dans le sens de rotation de la Terre, telle que la calcule le garde-barrière, est encore quatre fois trop grande pour lui, de sorte qu'à la montre du passager, le train a mis 7 mn pour aller du passage à niveau à la gare distante de $\sqrt{3}/2$ km. Finalement, vue du repère non tournant, la vitesse du train circulant dans le sens de rotation de la Terre, somme de la vitesse de défilement de la Terre et de la vitesse relative du train, telles qu'il les mesure, est égale à

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{14} = \frac{8\sqrt{3}}{14} = 0{,}99$$

soit 99 % de la vitesse de la lumière, exactement ce que donne la combinaison relativiste des vitesses.

Ainsi s'explique physiquement le fait que lorsque la vitesse de rotation de la Terre s'approche de celle de la lumière (comme dans le cas des pulsars millisecondes, par exemple), on ne puisse plus rien ajouter à cette vitesse, quelle que soit la vitesse du mouvement relatif, y compris celle de la lumière : pour l'observateur extérieur, cette vitesse additionnelle tend vers 0. Cela se généralise à tous les systèmes galiléens, *pourvu qu'on les observe depuis un référentiel réellement sans mouvement propre*.

Imaginons alors ce que verraient les divers observateurs si la Terre et les trains s'approchaient de la limite fatidique des 60 km/heure. On porte la longueur du train à 1 km pour qu'il défile toujours en 1 mn. On admet que la Terre gonfle à proportion pour contenir toujours 60 longueurs de train, soit 60 km.

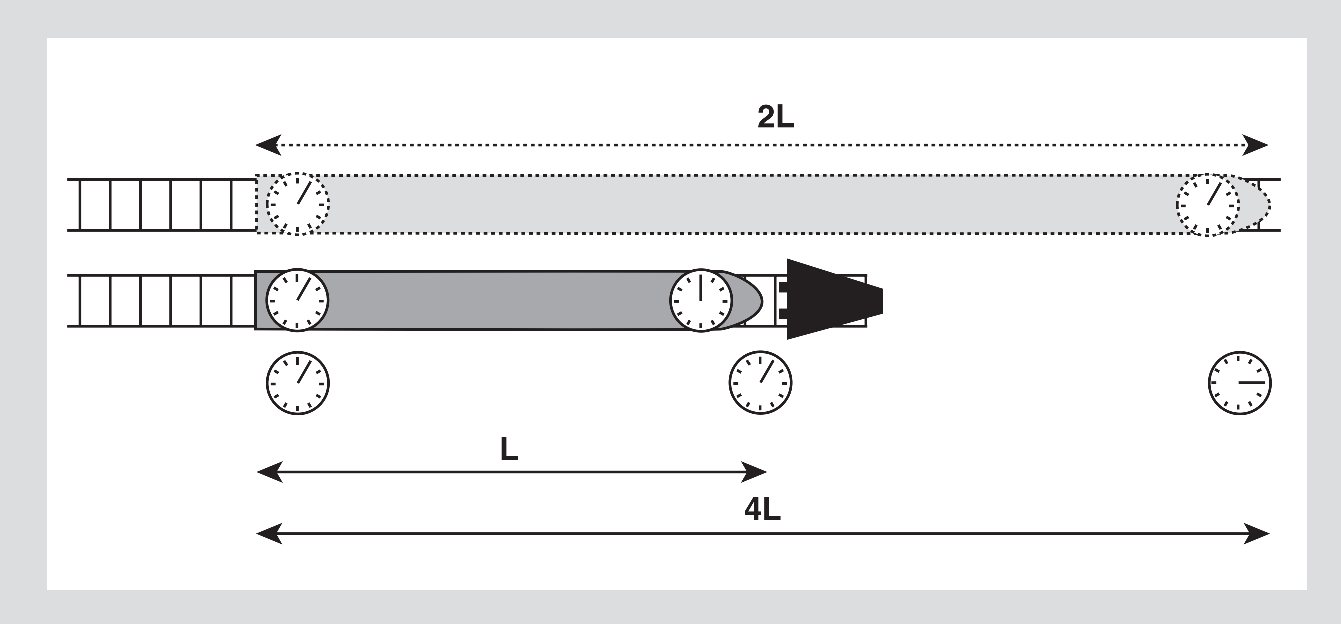
• Le passager du train en contra-rotation voit passer ensemble, toutes les heures, le garde-barrière, le train circulant dans le même sens et deux rayons lumineux émis en sens contraire et réfléchis le long de la voie. Les horloges de la voie et celles du train sont arrêtées.

• Le garde-barrière, s'il n'a pas corrigé ses horloges qui, en principe, continuent à fonctionner normalement, croit pouvoir encore mesurer la vitesse de la lumière dans les deux sens. Le poste d'aiguillage et la gare sont à 1 km et la lumière qui en part met 1 mn pour lui parvenir.

• S'il les a corrigées, il lui a fallu avancer l'horloge de la gare de 1 mn et retarder celle du poste d'aiguillage d'autant. Le garde-barrière sait alors que le train qui se dirige vers la gare et le rayon lumineux qui l'accompagne atteignent la gare en 2 mn, à seulement 30 km/h (c/2). Ils font le tour de la Terre et se retrouvent ensemble devant lui toutes les 2 h. Par contre, le rayon qui part au temps 0 en sens inverse arrive également au temps 0 au poste d'aiguillage, et ainsi de suite devant toutes les horloges de la voie. Comme il n'y a plus aucune discontinuité de temps sur un tour entre les horloges corrigées, il voit, en se retournant, le rayon lui revenir instantanément au temps 0, et cela indéfiniment.

• S'il observe le train qui circule en sens inverse, il le voit accompagner le rayon lumineux à une vitesse folle. Comme à chaque tour les horloges du train avancent de 1 h, il voit leur temps passer à une vitesse vertigineuse.

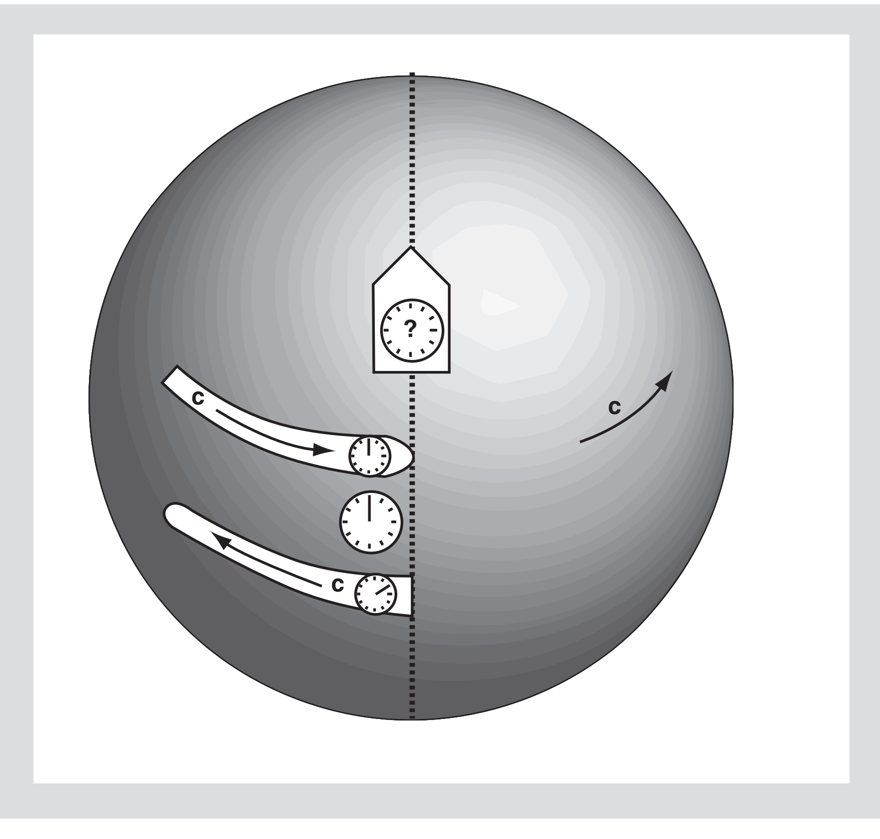
• Le passager du train circulant dans le sens direct a à peu près la même vision. S'il n'a pas corrigé ses horloges, il croit pouvoir lui aussi mesurer depuis son train la vitesse de la lumière dans les deux sens et doit toujours trouver 60 km/h. S'il les a corrigées, il se rend compte que la lumière qui va dans son sens s'éloigne de lui à 30 km/h pour lui revenir au bout de 2 h. Par contre, il voit la Terre, le train en sens inverse (et la lumière) défiler devant lui à vitesse infinie et leurs horloges tourner de



manière vertigineuse.

4. L'impossible mesure

Replaçons-nous dans le cas de la Terre tournant à la vitesse de la lumière avec ses deux trains allant en sens inverse, également à la vitesse de la lumière. Il sait que s'il en faisait le tour (60 km), le garde-barrière verrait sa montre avancer ou retarder de 1 h selon le sens. Instruit par l'expérience précédente et pour s'épargner un trajet pénible, il se munit de deux montres supplémentaires, en avance une de 1 h et retarde l'autre d'autant. Ainsi, il se dit que s'il envoie deux rayons lumineux le long de la voie, un dans chaque sens, réfléchis par des miroirs, ils ne lui reviendront certes pas ensemble mais que, pour calculer la vitesse de la lumière, il lui suffira de prendre pour chaque rayon l'heure naturelle de son référentiel. Pour le premier, il lira son temps de parcours sur la montre qui avance de 1 h et pour le second, sur la montre qu'il a retardée de 1 h. De la sorte, ils sembleront lui revenir tous deux au bout de 1 h. A ces instants, l'horloge du passage à niveau indiquera encore 0 h lorsque lui reviendra le rayon parti en direction du poste d'aiguillage (et qui poursuit son chemin pour un nouveau tour), et 2 h pour celui qui est parti en direction de la gare. Ce dernier se fait attendre car, à chaque passage du rayon inverse, l'horloge du passage à niveau reste obstinément à 0. En attendant, le garde-barrière doit avancer encore de 1 h la montre qui avançait déjà de 1 h, et ce indéfiniment.



Se rendant compte que de cette manière il n'arrivera pas à mesurer la vitesse de la lumière dans les deux sens, conscient d'avoir triché puisqu'il n'a pas physiquement transporté les montres avant l'expérience, il pourrait imaginer d'aller porter directement l'heure au poste d'aiguillage puis à la gare, mais cette fois sans les corriger. Mal lui en prendrait, car il n'arriverait jamais à la gare dans un temps fini car l'horloge corrigée, calée sur celle du passage à niveau, y reste aussi indéfiniment à 0. Et pour le poste d'aiguillage, si par miracle il y parvenait (il faudrait pour cela qu'il saute en marche dans le train qui y va à une vitesse vertigineuse), il ne pourrait jamais en revenir.

Il pourrait aussi songer à mesurer la vitesse de la lumière en envoyant un rayon lumineux qui se réfléchirait sur une vitre de la gare ou sur une vitre du poste d'aiguillage. Chaque rayon devrait lui revenir au bout de 2 mn. Mais comme sa propre horloge refuse d'avancer, il ne les recevra jamais.

Le passager du train qui, tournant en sens inverse, constitue le repère non tournant, comprend fort bien la situation. L'autre train et le rayon lumineux qui l'accompagne restent bloqués au passage à niveau et tous repassent ensemble devant lui toutes les heures. Le rayon qui a pu parvenir au poste d'aiguillage ne peut plus en repartir. *Il est impossible, dans un référentiel se déplaçant à la vitesse de la lumière, d'y mesurer la vitesse de la lumière*.

Cela peut paraître surprenant, puisque l'on a dit que, dans ce cas, le rayon qui va vers la gare se déplace encore à c/2, soit 30 km/h. Cependant, il reviendrait au passage à niveau à 2 h, alors que l'horloge y reste figée à 0 h.

Tout ce que voit ce passager, c'est un garde-barrière, employé modèle et consciencieux qui, tel l'allumeur de réverbères du Petit Prince, avance à chaque tour de 1 h une de ses montres, la maintenant ainsi, sans le faire exprès, au synchronisme avec la sienne. C'est d'ailleurs la seule chose qui bouge à ce passage à niveau où tout est immobile.

Mais sommes-nous tout à fait sûrs que les choses se passent bien ainsi ?

Imaginons que le garde-barrière finisse par se lasser d'attendre. Confiant à un mécanisme quelconque le soin d'avancer la montre à chaque passage du rayon, il va faire un tour sur la route qui mène droit vers le nord. Et là, surprise ! L'espace y est inchangé et la vitesse de la lumière y vaut toujours l'immuable valeur de 60 km/h. Donc le temps s'y écoule normalement. C'est en tout cas ce qu'affirment à la fois la Relativité et la deuxième formulation du repère tournant qui a repris la même hypothèse. La première formulation qui n'en a pas eu besoin n'en dit rien pour l'instant. Consultant sa propre montre, il constate qu'elle s'est remise en marche. Retournant au passage à niveau, il voit que l'horloge aussi a avancé. Le train est parti. En effet, sur un méridien, toutes les horloges sont à la même heure, sans nécessiter de recalage. Par contre, inutile de chercher à savoir quelle heure peut bien indiquer la montre qui a continué mécaniquement à avancer. Sachant qu'elle avance déjà dans un temps nul, de combien avancerait-elle dans un temps fini ?

Mais à la réflexion, le temps pouvait-il s'être arrêté au motif que la lumière peut faire le tour de la Terre en un temps nul ? Pour le passager du train en contra-rotation peut-être, mais il suffisait au garde-barrière de tourner la tête pour s'apercevoir que l'horloge du clocher du village placé au nord continuait à marcher, donc que la sienne tournait aussi. Et pouvait-il en être autrement ? Comment pourrait-on concevoir un monde qui serait en tout point semblable au nôtre et dans lequel on aurait aboli le temps ? [21]

Par contre, pour le passager du train qui tourne en sens inverse, c'est le désastre ! Si, entre deux passages, l'horloge du passage à niveau a recommencé à avancer, il voit que le train et le rayon sont repartis, alors qu'il leur était interdit de bouger. La montre maintenue au synchronisme avec la sienne s'est alors mise à tourner à vitesse vertigineuse. Le voici donc rejeté lui-même à la fin du monde, à la fin des temps, et cela simplement parce que le garde-barrière, au lieu de rester gentiment momifié à son passage à niveau, est allé se dégourdir les jambes sur la route. Rien dans la Relativité ne le lui interdisait, mais était-ce physiquement possible ?

Finalement, le temps du passage à niveau s'est-il ou non arrêté ?

S'il s'est arrêté, ni le garde-barrière, ni la voie, ni même la Terre ne peuvent exister, ni finalement les trains y circuler. Mais si le temps ne s'est pas arrêté, c'est le train circulant en sens inverse et tout le reste de l'Univers qui ne peuvent plus exister.

Le lecteur perspicace a peut-être été suffisamment mis sur la voie pour commencer à deviner la réponse à cette énigme. [22] Toutefois, l'énoncer ne suffit pas, encore faut-il l'expliquer.

Pour l'instant, la situation est la suivante :

La première transformation du repère tournant rend parfaitement compte de toute l'étrangeté du monde de la Relativité, sans faire appel à une géométrie hasardeuse. Elle permet de retrouver de manière parfaitement naturelle la règle étrange de combinaison relativiste des vitesses. Il faut cependant en examiner une par une toutes les implications dans les différents domaines pour s'assurer si elle en conserve bien les propriétés et, s'il apparaît des différences, les justifier.

La seconde transformation du repère tournant est en bon accord avec la relativité restreinte partout où celle-ci ne pose pas de problème. Elle apporte une amélioration pour certains cas litigieux. Néanmoins, elle souffre, elle aussi, de la dilatation des dimensions dont on ne peut rendre compte qu'en invoquant une géométrie non euclidienne qui, on l'a vu, n'est pas conciliable avec la géométrie ordinaire lorsque les deux sont inséparables.

La transformation de Lorentz est finalement la moins satisfaisante de toutes. Non seulement elle est mise en échec pour expliquer certains aspect des expériences Mössbauer, mais elle conduit à d'inextricables difficultés lorsqu'on l'applique à des repères tournants.

Notons cependant qu'il existe des convergences :

En dehors des aspects triviaux comme le fait qu'il y ait, une fois mis bout à bout, le même nombre de trains sur la voie circulaire et que les trains aient le même nombre de wagons, l'avance et le retard des horloges sur un tour sont finalement les mêmes vus depuis le repère non tournant. En effet, revenant au cas où le train circule à $\sqrt{3}/2$ km/mn, si ces décalages sont de 45 mn pour la première transformation et de 1 h 30 pour les deux autres, le temps est deux fois plus long dans la première. Cela représente donc toujours 3 h dans le repère non tournant, soit 3 mn par longueur de train.

Un examen attentif devrait nous montrer que les convergences ne s'arrêtent pas là. A la limite, on peut espérer que les deux transformations du repère tournant sont équivalentes malgré leurs différences apparentes.

Nous nous quitterons provisoirement sur la vision apocalyptique des trains tournant à la vitesse de la lumière avec des horloges en folie [23], non sans une insatisfaction et des questions :

• Sommes-nous sûrs de n'avoir rien oublié d'essentiel dans notre analyse, en dehors du fait que nous n'avons sans doute pas poussé assez loin la recherche de l'équivalence des transformations du repère tournant ? Et que se passe-t-il exactement dans le plan perpendiculaire à la vitesse ? La première transformation du repère tournant n'en dit rien.

• Pour quelle raison physique la montre du garde-barrière retarde-t-elle lorsqu'il se déplace vers la gare et avance-t-elle dans l'autre sens ? C'est à cette question que nous tenterons de répondre dans la deuxième partie de cette publication. Cette réponse devrait éclairer les questions en suspens et nous réserver encore bien des surprises. D'ici là chacun peut essayer d'interroger les connaisseurs de son entourage. Il n'est pas exclu qu'il obtienne des réponses dilatoires du style : « C'est parce que le temps passe plus vite dans un sens et moins vite dans l'autre et que la montre est bien obligée de suivre. » L'argument est un peu faible. [24] Comment un oscillateur quelconque peut-il savoir qu'on l'utilise comme horloge ? Comment le neutron excédentaire du fer 57 (l'isotope naturel excité dans les expériences Mössbauer) peut-il être sensible aux variations de notre temps macroscopique alors que, dans son noyau, il obéit aux lois ténébreuses de la mécanique quantique, que l'on ne sait pas vraiment ni ce qu'il est ni comment il s'y comporte, et que son propre temps est bien différent du nôtre ? Ne dit-on pas que ce temps est réversible, alors que le nôtre ne l'est pas ?

Mais, direz-vous, comment s'en sortent les spécialistes ? Habituellement, ils ne se posent pas ce genre de questions et se contentent d'appliquer sans état d'âme le formalisme de la Relativité. Si un raisonnement échoue, ils s'en trouvent un autre qui donne satisfaction et ils s'en contentent. Il n'empêche que, allant de certitude en certitude, il leur arrive à eux aussi de se heurter à des problèmes insurmontables, comme lorsqu'ils cherchent à savoir ce qui se passe au-dessous de la ligne d'horizon du trou noir, car alors, c'est toute la physique qui perd pied.

Naturellement, chacun est libre de ses choix, même non raisonnés. Il est fort possible que les scientifiques ne voudront pas changer leurs habitudes. L'équivalence de tous les repères galiléens, l'invariance de Lorentz, la difficulté de matérialiser un repère de référence, un corps de doctrine bien constitué et consensuel sont autant de motifs pour ne rien modifier, même s'il faut de temps à autre s'accommoder de quelques menus inconvénients.

Il leur faudrait quand même expliquer la raison physique pour laquelle la montre du garde-barrière retarde lorsqu'il se déplace vers la gare et avance dans l'autre sens. Il est possible que l'explication qui en sera donnée dans la deuxième partie de cette publication se heurte également au scepticisme des spécialistes, mais qu'ont-ils d'autre à proposer pour l'instant ? ■

Notes

1. C. Pavlin, Rosay, le 22 mai 2000.
E-mail : cyrille.pavlin@wanadoo.fr
http://perso.wanadoo.fr/cyrille.pavlin

2. Comme lorsque l'on calcule la somme des temps de parcours d'un avion qui fait un aller-retour avec vent ou sans vent :

$$t_1 + t_2 = \frac{l}{c+V} + \frac{l}{c-V} = \frac{2l}{c\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)} = \frac{2l}{c}\left(1+\frac{V^2}{c^2}+\ldots\right)$$

3. Gérard Petit et Peter Wolf, « Tester la Relativité sans quitter son fauteuil », *La Recherche*, n°297, avril 1997.

4. On peut aussi, si l'on préfère, réunir tous les miroirs, l'émetteur et l'interféromètre sur un cercle rigide désolidarisé de la Terre, l'arrêter puis le relancer au synchronisme avec la rotation de la Terre.

5. Dans l'expérience de Sagnac (1913), on mesure par interférométrie *la différence des temps de parcours* de deux faisceaux décrivant en sens inverse un chemin polygonal entre miroirs disposés à la périphérie d'un disque tournant. A ce propos, M.-A. Tonnelat (ouvrage cité, p. 264) écrit : *« De ces expériences, relatives aux systèmes accélérés, résulterait la conclusion suivante : l'existence de mouvements accélérés semble conduire à la possibilité de définir des mouvements absolus. En l'absence de repères constitués par d'autres corps solides, il faudrait admettre que ces mouvements absolus [...] s'effectuent par rapport à une forme vide : l'espace absolu. Après les critiques de la Relativité restreinte, cette conclusion est bien peu satisfaisante... »* Lucidité ou aveuglement ?

6. Si l'on pouvait avoir le moindre doute à ce sujet, il suffirait d'imaginer deux séries de *n* miroirs équidistants, l'une sur la Terre et l'autre sur un cercle non tournant. L'expérience précédente est refaite de manière réciproque avec naturellement le même résultat : cette fois, c'est la base qui émet simultanément deux faisceaux en sens opposés. A l'instant 0 de l'émission, les deux séries de miroirs sont en coïncidence. Les deux faisceaux se retrouvent évidemment au même instant sur le point de départ du cercle non tournant. Or, pendant le temps de parcours, les miroirs de la Terre se sont tous déplacés vers l'est. Si l'on constate bien, comme prévu, que les heures d'arrivée (décalées dans le temps) que l'on mesure sur les horloges H_E et H_W liées à la Terre sont identiques, c'est bien parce que l'horloge H_E retarde et que l'horloge H_W avance, comparativement à de mêmes horloges placées sur le cercle immobile. (Ce sont bien ces dernières qui sont justes, car si on leur fait faire le tour du cercle immobile vers l'est ou vers l'ouest, elles indiquent à leur retour la même heure que leur horloge de base.)

7. Cette opération est équivalente à ce qui se passerait sur les deux premiers segments alignés d'une Terre de rayon *n* fois plus grand tournant à la même vitesse périphérique.

8. Pour simplifier, on a pris 300 km/s pour la vitesse orbitale du système solaire autour du centre galactique (au lieu de 230 km/s à 270 km/s).

9. Pendant les 6 heures que met le satellite pour effectuer 40 000 km de plus ou de moins que la Terre, celle-ci a parcouru environ 6 millions de kilomètres. Le mouvement du satellite, vu du centre galactique, est une ligne pratiquement droite, avec courbure et une ondulation absolument insignifiantes.

10. Le satellite de période 12 heures est à 20 200 km du sol, soit à 26 600 km du centre de la Terre. Les écarts sont à prendre par rapport à des horloges au sol situées à la verticale du satellite.

11. Ce calcul est purement hypothétique car les équations de la Relativité ne permettent pas de décrire ce qui se passe au-dessous de la ligne d'horizon, donc de dire si un satellite peut rester en orbite, même temporairement.

12. *Experimental comparison of time synchronisation techniques by means of light signals and clock transport on the rotating earth*, R.A. Nelson and alia, University of Maryland.

13. Le garde-barrière voit passer la tête du train tous les 4kT, la queue du train tous les (4k+1)T, avec k entier quelconque. En

ligne droite, la situation que nous avons décrite n'est pas fondamentalement différente. Elle correspond à k = 0 pour la tête et à k = –1 pour la queue.

14. Pour le lecteur que cela pourrait dérouter, il lui suffit de se dire que l'unité de temps que l'on a choisie comme seconde vaut en réalité quelques centièmes de microsecondes.

15. La fin de ce propos est irréaliste. Un train ne peut être infiniment rigide ni les informations y remonter plus vite que la vitesse de la lumière. La queue du train ne pourra donc être avertie de l'accident survenu en tête que dans, au mieux, $\sqrt{3}/2$mn pour le garde-barrière à partir du temps t = 1mn et dans $\sqrt{3}$mn après le temps t' = 0,5 mn, instant de l'accident pour le train. Pendant ce temps, la queue du train continue à avancer pour s'encastrer dans l'avant du train. Jusqu'à cet instant, chacun est fondé à croire que la locomotive a continué son chemin et camper sur ses positions. L'ambiguïté demeure.

16. Notons que la différence, soit 1 h 30, est exactement le double du retard que prendrait une horloge à qui l'on ferait faire le tour d'une Terre tournant à la vitesse du train. Ceci est normal puisque le train a une longueur double de celle du rail, et que le retard au kilomètre est le même pour les deux.

17. L'artifice consistant à dire que le train est dans une géométrie non euclidienne où le rapport de la circonférence au diamètre n'est pas égal au nombre p habituel est peu convaincant. En effet, le train que l'on peut faire aussi plat que l'on veut, est en tout point en contact avec le rail. Comment pourrait-il être dans une géométrie différente, non superposable par définition avec la géométrie euclidienne du rail ?

18. On fait ici implicitement l'hypothèse que le train dont la vitesse, mesurée dans le repère galiléen tangent, est égale à $-\sqrt{3}/2$est effectivement immobile sur une Terre non tournante. C'est une évidence en Relativité restreinte où V' = –V, mais il faut tout de même s'en assurer dans le cas de la Terre tournante. C'est ce que nous verrons un peu plus loin.

19. *Les principes de la théorie électromagnétique et de la relativité*, M-A Tonnelat, Masson et Cie, p. 270.

- Dans la discussion suivante, le repère S_0 est celui du laboratoire, le repère S est sur un disque tournant, le repère S'est le repère galiléen tangent au repère S :

« *Pour cet observateur* (lié au disque tournant S*), la géométrie naturelle édifiée à, l'aide des étalons de son propre système n'est pas une géométrie euclidienne... Bien entendu, cette conclusion suppose l'hypothèse suivante : l'observateur S admet que les mesures réalisées sur S et sur S_0 au moyen des étalons galiléens de S_0 conduisent à une géométrie euclidienne. Cette hypothèse repose elle-même sur le caractère privilégié des observations galiléennes et, par conséquent, sur la possibilité de mettre en évidence le mouvement "absolu" du système S. Cette possibilité (expérimentalement réalisable) s'oppose évidemment, par son principe même, à l'équivalence (expérimentalement constatée elle aussi) des systèmes galiléens et à la réciprocité des conclusions qui en découlent.* »

20. La deuxième transformation du repère tournant est très analogue à la transformation de Lorentz. La longueur du train est double de celle de la voie, de sorte que le temps est allongé seulement du double de celui du repère non tournant (et non de 4 fois).

21. Ceci rejoint les discussions philosophiques stériles sur la nature du temps. Mais de là à le faire disparaître ! Nous retrouvons le même dilemme au niveau de la ligne d'horizon du trou noir où le temps reste suspendu. Que s'y passe-t-il réellement ? Sitôt qu'une particule la franchit pour la première fois, son temps pour nous y demeure arrêté jusqu'à la fin du monde. Pour voir une autre particule la franchir ensuite, on est prié d'attendre encore un peu. Les experts écartent cette objection en disant que tout se passe à l'extérieur comme si la masse du trou noir continuait à croître. C'est probablement vrai, mais il serait tout aussi judicieux dire que tout se passe comme si sa masse du trou noir demeurait inchangée et que les particules suivantes, à mesure de leur arrivée, s'accumulaient sur la ligne d'horizon. Opinion également difficile à défendre puisque les simulations montrent que toutes les particules, quelle que soit leur trajectoire initiale, finissent par franchir la ligne d'horizon à la vitesse de la lumière (et même plus). A moins que ce ne soit la ligne qui, telle l'araignée, avance en englobant les nouvelles particules sitôt prises dans la toile, et grossisse en les dévorant. Mais que devient alors pour nous le temps de la matière au-dessous de la ligne d'horizon ? Que l'on se rassure, quel que soit son sort, cela en aucun cas ne précipitera la fin du monde !

22. Il écartera naturellement la réponse triviale qui consiste à dire qu'un train ne peut jamais atteindre la vitesse de la lumière. Il peut s'en approcher d'aussi près que l'on veut. Ce n'est qu'une question d'énergie, mais une Terre qui fait circuler ses TGV en vitesse de croisière à 87 % de la vitesse de la lumière a résolu depuis longtemps ses problèmes énergétiques !

23. L'environnement que l'on a décrit s'apparente à la ligne d'horizon du trou noir, là où les forces de gravitationnel arrivent à « courber » l'espace de telle sorte que la lumière y tourne en rond, en un temps nul dans son propre référentiel. Naturellement l'existence d'une voie de chemin de fer en orbite autour du trou noir avec deux trains y circulant en sens inverse à la vitesse de la lumière est problématique, mais rien n'empêche de les remplacer par autre chose, des trains de particules par exemple.

24. Il n'est pas loin de rappeler les justifications des médecins de Molière pour expliquer, en latin de cuisine, l'origine des propriétés des plantes somnifères :

Quia est in eo	*C'est parce qu'il y a en elle*
Virtus dormitiva	*Une vertu dormitive*
Cujus est natura	*Dont la nature*
Sensus assoupire	*Est d'assoupir les sens.*

25. L'abscisse x' est la position d'où est parti, sur une Terre tournante, un rayon arrivant au temps 0 sur la base. Cette abscisse et le temps afférent n'ont pas d'autres significations.

26. Les abscisses x'_1 et x'_2 sont les positions d'où sont partis sur une Terre tournante deux rayons arrivant au temps 0 sur la base. Sur une Terre non tournante, ils seraient partis respectivement de x et de –x.

27. « The Mössbauer effect. Application to relativity » GRISAAC *Physics Bulletin,* 1970, 21 255.