La mesure dans le développement des sciences

Rémi Saumont

Il n'existe probablement de nos jours aucune profession dont l'exercice peut se passer de mesures. Que ce soit le maçon ou la couturière avec leur mètre, le photographe avec sa cellule photo-électrique, le médecin avec son tensiomètre ou l'épicier avec sa balance, tous ont besoin d'effectuer des mesures. La pratique des arts elle-même n'échappe pas à cette règle puisque le peintre se préoccupe de questions de perspective, le poète du rythme de ses écrits quand ce n'est pas le musicien avec son métronome qui doit respecter... la mesure, celle du temps. La mesure est donc l'activité humaine la plus répandue, la plus générale qui par là même intéresse au premier chef la science qui en fut l'instigatrice et dont les progrès dépendent étroitement de ses développements.

Il existe un consensus pour admettre que la mesure – en réalité, on devrait alors parler de mesurage – constitue un des éléments de base du développement des sciences et des techniques et de leurs applications.

Pour le profane, la réalisation de ce genre d'opération parait maintenant aller de soi et ne pas poser de problèmes particuliers sinon celui bien connu du calcul d'erreurs. La mesure des longueurs se fait avec un mètre, celle des temps avec un chronomètre, celle des poids avec un peson, celle des masses avec une balance, celle des tensions électriques avec un voltmètre, etc., c'est-à-dire avec l'outil adapté à chaque type d'opération.

Pour parler de mesure, il faut qu'il y ait quelque chose à mesurer. Ce quelque chose est ce que l'on appelle une grandeur, c'est-à-dire une entité spécifique qui selon la définition restrictive de certains dictionnaires est une entité susceptible d'être augmentée ou diminuée. Toutefois, si l'on s'en tenait à cette définition, une constante ne serait pas une grandeur. On définira donc la grandeur plutôt comme ce qui est susceptible de faire l'objet de la mesure en question, c'est-à-dire de pouvoir être comparé quantitativement à une entité de même nature dont la propre grandeur servira alors de ce que l'on appellera un étalon, ou encore de faire l'objet d'un repérage ordonné à partir d'une échelle préétablie.

Une mesure est donc une comparaison chiffrée.

Il y a autant de types de mesures que d'entités quantitatives distinctes pouvant être définies sans ambiguïté : par exemple, longueurs, surfaces, volumes, temps, vitesses, accélérations, poids ou masses, énergies, pressions, puissances, intensités électriques, éclairements lumineux, etc.

Cependant, en réalité, il existe un mode de mesure beaucoup plus fondamental et général auquel on ne pense pas d'emblée alors qu'il a historiquement précédé et de beaucoup tous les autres. Il s'agit du comptage d'objets qui a initié le développement du calcul, de l'arithmétique et de l'algèbre, et qui ensuite, mais tardivement, surtout avec le développement de la théorie des ensembles, a conduit à la notion purement mathématique de mesure englobant l'intégration, les probabilités, les processus stochastiques et la théorie ergodique, par exemple.

Dans sa forme élémentaire, le comptage à sans doute résulté du premier grand effort d'abstraction de l'intelligence humaine naissante et il a certainement précédé l'avènement de l'écriture puisqu'il atteignait un développement notable même chez les peuples sans écriture comme les Incas d'Amérique du sud, les Navahos ou les Maoris.

C'est donc poussé par la nécessité des échanges et du commerce, et ceci depuis les temps préhistoriques, que l'homme a appris à concevoir les notions abstraites de nombre et de grandeur qu'il a probablement très tôt utilisées conjointement pour la vente ou le troc, soit par une formulation à l'unité, soit par une formulation à la longueur, à la surface, au volume ou au poids.

On retrouve donc ici la dualité physique entre dénombré et continu ou, comme récemment en informatique, celle existant entre le numérique et l'analogique.

C'est parce que les méthodes de mesure se sont affinées que les sciences et les techniques ont pu progresser, les résultats de mesures de plus en plus sensibles et fiables permettant souvent soit de conforter, soit de réfuter les hypothèses et les théories scientifiques et même parfois de les initier.

Dans un tel esprit, une notion importante s'attache à celle de mesure : la notion d'« approximation », valable aussi en mathématiques, qui généralise et précise celle plus ancienne d'« erreur ».

Cependant, il ne suffit pas d'obtenir les valeur des grandeurs mesurées, encore faut-il savoir comment les utiliser de façon rationnelle en les introduisant dans les relations mathématiques exprimant les lois et découlant du choix des relations primaires entre étalons de mesure. C'est ce choix qui fait l'objet de ce que l'on appelle l'analyse dimensionnelle. On ne peut pas, par exemple, additionner des mètres et des kilogrammes, et si l'on veut obtenir des égalités entre grandeurs primaires et produits de grandeurs primaires et de grandeurs dérivées, il est nécessaire d'établir les équivalences dimensionnelles permettant de conserver l'homogénéité des équations.

L'emploi de cette discipline revient donc à rechercher quel est le plus petit nombre de grandeurs fondamentales indépendantes dites primaires (la base dimensionnelle du système de mesure utilisé), à partir desquelles on peut trouver, compte tenu des équivalences dimensionnelles, l'ensemble des relations définissant la totalité du système physique pris en considération.

Cette recherche des équivalences dimensionnelles conduit parfois à des résultats déconcertants mais cependant irréfutables et d'une signification profonde, comme celui qui attribue dans le système CGS (centimètre, gramme, seconde) la dimension d'une longueur à la capacité d'un condensateur. La pratique de l'analyse dimensionnelle nécessite donc un esprit d'abstraction qui a pu nuire à son développement. C'est grand dommage car associée aux moyens de la théorie des similitudes physiques et aux méthodes de la géométrie projective, elle constitue un très puissant instrument d'investigation qui permet de généraliser la notion de mesure, et même de suggérer l'existence de relations méconnues.

Les caractères fondamentaux de la notion de mesure

1. La mesure des grandeurs à variation continue.

Pour qu'il y ait mesure au sens scientifique du terme, il faut que son objet soit susceptible d'une évaluation précise et pouvant être répétée. L'objet est alors ce que l'on appelle une grandeur dont la nature doit être bien définie et dont la valeur – son intensité – peut être soumise à une mathématisation. Cette opération de mesure par sa nature obligatoire sera dite « quantitative », par opposition avec tout autre opération plus ou moins aléatoire à caractère estimatif qui sera alors qualifiée par définition de « qualitative ».

On peut en effet estimer par exemple le poids et dire, en les soupesant, qu'un objet est plus lourd qu'un autre, mais de combien ? On ne pourra le dire que si l'on dispose d'un peson (ou d'une balance avec ses poids) en effectuant une pesée, c'est-à-dire une mesure, qui permettra de définir avec une bonne approximation le poids de chacun.

La mesure, par la rigueur de sa définition, est donc à la base de toute connaissance rationnelle du réel car elle nécessite l'existence de règles dans l'observation qui seules peuvent conduire à l'établissement ou la vérification de lois ou de théorèmes. Sa nature même est donc de permettre une généralisation de la représentation des phénomènes par les relations chiffrées qu'elle permet d'obtenir.

Une bonne mesure nécessite donc une définition claire et précise de la grandeur dont l'intensité est recherchée. La mesure de la masse volumique d'un corps, par exemple, n'a de sens que si la composition de ce corps est définie et si, d'autre part, elle est effectuée à une température connue car un échauffement, par exemple, modifie la densité en provoquant une dilatation du corps étudié. Un certain nombre de facteurs qui ne sont pas liés directement à l'opération de mesure jouent donc un rôle dans cette intervention qui n'a un sens que si tous ces facteurs dits d'influence et souvent qualifiés de parasites sont parfaitement connus.

Dans ces conditions de bonne mesure, la plupart des grandeurs physiques ont des propriétés d'additivité. On peut aisément additionner deux longueurs ou deux poids par exemple, et l'on a coutume de dire qu'une espèce déterminée de grandeurs est mesurable parce que l'on sait définir l'égalité et la somme de deux grandeurs de cette espèce. Il s'agit là cependant d'une définition restrictive. Il existe en effet des grandeurs qui interviennent dans les lois de la physique et souvent de manière essentielle et qui n'ont pas cette propriété d'additivité directe. C'est le cas, entre autres, des températures : 10 ° C + 10 ° C, ça ne donne pas 20 °. Il est navrant de lire, et ceci même dans des articles scientifiques, des passages comme celui-ci : « quand la température double… » La température est un repérage et l'on peut tout juste dire, *a priori*, qu'une température est plus élevée qu'une autre par référence à une échelle graduée prédéterminée qui entre dans le cas général des échelles classiques de températures, dont les plus utilisées sont l'échelle absolue mesurée en kelvins, l'échelle Celsius ou l'échelle Fahrenheit. De telles échelles n'ont rien de linéaire puisqu'il est beaucoup plus difficile, par exemple, de refroidir un corps d'un millième de degré près du zéro absolu que d'un degré au voisinage de la température ambiante.

En fait, lorsqu'il ne s'agit pas d'un repérage comme celui des températures ou *a fortiori* comme celui des échelles de dureté, par exemple, le résultat d'une mesure est l'énoncé d'un rapport entre la valeur de la grandeur mesurée et la valeur d'une grandeur étalon de même nature définie avec la plus grande rigueur et précision possible (pour les températures, la référence se fait de manière indirecte par rapport à deux étalons, en prenant par exemple la température de la glace fondante et celle de l'ébullition de l'eau pour définir deux points de l'échelle).

2. Le comptage à l'unité est une mesure.

On a parfois exclu le décompte d'objets – le comptage à l'unité – de la définition de la mesure effectuée par rapport à un étalon, en affirmant que dans un tel cas il n'y a pas d'étalon. Cette affirmation mérite discussion. En effet, ne peut-on pas considérer que, dans ce cas, c'est l'unité qui sert d'étalon. Dans le cas général, on considère en physique que l'étalon, un mètre par exemple, est sécable en parties équivalentes ce qui permet donc de définir des sous-multiples de la valeur de cet étalon (**encadré 1**). Dans le cas du comptage, tout dépend des caractéristiques de l'unité prise comme étalon et, en particulier, de ses propriétés de symétrie.

Supposons qu'il s'agisse de compter des pointes de menuisier qui présentent une symétrie de révolution. Il est évident qu'il est alors possible, en théorie tout au moins, de fractionner l'unité, c'est-à-dire la pointe, selon des demi-plans s'appuyant sur son axe et ainsi de concevoir un décompte fractionnaire. Ceci serait encore plus évident s'il s'agit de compter des galettes rondes ou des camemberts. Il serait parfaitement loisible de compter, par exemple, un nombre de galettes égal à 5,5 ou même 5,55, etc.

Il s'agit d'exemples simplistes mais qui auront pour mérite d'amorcer une définition plus générale de la notion de mesure et, en particulier, de celle de mesure mathématique. On a coutume en mathématique, et surtout en arithmétique, d'attribuer aux opérations de base – addition et multiplication – des propriétés d'additivité et surtout de commutativité souvent considérées comme allant de soi et en négligeant de préciser que la commutativité pour la multiplication, par exemple, n'existe que parce que, par définition, on prend la même unité pour l'addition que pour cette même multiplication, ce qui est loin de correspondre au cas le plus général et surtout ce qui ne permet pas de rendre compte correctement d'un certain nombre de mécanismes de la physique, en particulier à l'échelle des particules élémentaires.

Encadré 1 - Sous-multiples et multiples décimaux des unités du système dimensionnel international SI

10^{-24}	yocto	y
10^{-21}	zepto	z
10^{-18}	atto	a
10^{-15}	femto	f
10^{-12}	pico	p
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	micro	u
10^{-3}	milli	µ
10^{-2}	centi	c
10^{-1}	déci	d
$10^{0} = 1$	unité	
10^{1}	déca	da
10^{2}	hecto	h
10^{3}	kilo	k
10^{6}	méga	M
10^{9}	giga	G
10^{12}	téra	T
10^{15}	peta	P
10^{18}	exa	E
10^{21}	zetta	Z
10^{24}	yotta	Y

Il est aisé de se rendre compte que si, pour simplifier, on attribue par exemple à l'unité pour l'addition une valeur double de celle attribuée à l'unité pour la multiplication, cette dernière opération cesse d'être commutative dans la mesure où l'on attribue à l'unité d'addition un caractère dipolaire permettant une articulation en chaîne ouverte, chaque articulation comptant pour une unité de multiplication (**encadré 2**). Dans ce cas précis, en exprimant les résultats en unités de multiplication, on a donc pour valeur de l'unité d'addition 2 ce qui conduit par exemple à : $2 + 2 = 3$ (deux et deux ne font plus quatre) auquel cas : $3 \times 2 = 4$ alors que $2 \times 3 = 5$. La multiplication n'est donc plus commutative. Il s'agit là de notions conduisant à une plus grande généralisation de la notion de mesure qui n'ont fait l'objet de développements que fort tard, le principe en étant d'ailleurs étendu à diverses autres branches des mathématiques, car on a développé aussi, par exemple, des géométries non commutatives qui répondent mieux à certains aspects de la physique corpusculaire comme ceux de la mécanique quantique

3. L'approximation des mesures.

On a longtemps réduit l'étude de la validité d'une mesure à ce que l'on qualifiait « évaluation des erreurs », ne s'appliquant exclusivement qu'aux caractères physiques de ladite mesure et ceci en oubliant qu'une mesure en soi ne sert à rien en matière de science, et que les résultats obtenus ne prennent leur signification que s'ils interviennent comme éléments de relations mathématiques.

Ce faisant, on agissait comme si l'arsenal mathématique était exempt de tout reproche et n'introduisait pas d'éléments perturbateurs qui, pourtant, sont le fait par exemple des développements en série ou de fonctions diverses comme les fonctions logarithmiques ou trigonométriques, ou encore des extrapolations asymptotiques.

C'est en réalité tout le problème du continu qui est en cause. Lorsqu'un phénomène continu est décrit à l'aide d'une fonction, on ne connaît généralement (à moins d'utiliser un oscillographe cathodique mais dont

Encadré 2

Dans ce système, l'unité pour l'addition, égale à deux unités de multiplication, a un caractère dipolaire permettant une articulation en chaîne ouverte selon un processus que l'on retrouve en physique. La multiplication n'y est pas commutative. La généralisation de calculs de ce genre n'offre pas de difficultés particulières et mène pour certains à des résultats intéressants et parfois surprenants.

```
      Addition                 Multiplication
0 |                      =
  |
  |   1
1 |   •---•              = •
  |
  |   1   1            2
2 |   •---•---•          = •---• = 1 fois 2
  |
  |   1   1   1        2   2
3 |   •---•---•---•      = •---•---• = 2 fois 2
  |
  |     etc.        2   2   2
4 |       /      = •---•---•---• = 3 fois 2
  |       \
  |       /        2   2   2   2
5 |       \      = •---•---•---•---• = 4 fois 2 = 2 fois 3
  |       /          3       3
  |       \
  |       /        2   2   2   2   2
6 |        \     = •---•---•---•---•---• = 5 fois 2
  |       /
  |       \        2   2   2   2   2   2
7 |       /      = •---•---•---•---•---•---• = 6 fois 2 = 3 fois 3 = 2 fois 4
  |       \          3       3       3
  |       /              4       4
  |       \
  |       /        2   2   2   2   2   2   2
8 |        \     = •---•---•---•---•---•---•---• = 7 fois 2
  |       /
  |       \        2   2   2   2   2   2   2   2
9 |       /      = •---•---•---•---•---•---•---•---• = 8 fois 2 = 4 fois 3 = 2 fois 5
  |       \          3       3       3       3
  |       /              5               5
```

la précision est faible) les valeurs de cette fonction qu'en un certain nombre de points qui correspondent aux mesures effectuées. Les autres points doivent faire l'objet d'une interpolation. D'autre part, le calcul approché des intégrales par exemple conduit à remplacer un phénomène continu par un phénomène discret. L'utilisation systématique de ces deux procédés – interpolation (polynomiale par exemple) et discrétisation –montre que dans l'étude de la mesure, il faut considérer tous les éléments de la chaîne y compris l'élément de traitement mathématique, et ceci dans le cadre de ce que l'on appelle maintenant l'approximation, notion qui prend une importance grandissante.

Il est caractéristique de constater que l'appel au moteur de recherche d'une encyclopédie comme l'*Encylopædia Universalis* sur Cédérom (version 5) mobilise pour le terme « approximation » 415 items à caractère scientifique dont 37 à caractère purement mathématique concernant presque toutes les branches majeures de cette discipline. Ce simple exemple montre l'importance qui s'attache à cette notion d'approximation intervenant de manière quelque peu paradoxale aux divers niveaux d'étude des sciences « exactes ».

Un facteur primordial du développement scientifique : l'instrument de mesure

En matière de recherche ou d'expérimentation, la comparaison entre la grandeur mesurée et l'unité utilisée donne un nombre ou mesure souvent destiné à établir ou à vérifier les relations mathématiques existant entre le phénomène étudié et ses causes. L'obtention de ce nombre ne peut se faire que par l'emploi d'un dispositif particulier adapté à l'étude du phénomène observé. Il résulte de cela que certaines mesures seront plus faciles à mettre en œuvre que d'autres, et que la précision ainsi que la sensibilité de la mesure dépendront en premier lieu du choix et de la qualité du type de dispositif utilisé.

C'est donc en premier lieu du perfectionnement des appareils et dispositifs de mesure que dépend l'extension des connaissances scientifiques. Un des exemples les plus significatifs de l'histoire des sciences nous est fourni par la découverte et le perfectionnement des instruments d'optique. Que serait la biologie sans le microscope et l'astronomie sans lunettes et télescopes.

Il est remarquable qu'une percée dans nos connaissances a très souvent accompagné le développement d'une technique nouvelle d'investigation et surtout de mesure.

La science a tout d'abord résulté de la simple utilisation des cinq sens qui ont permis à l'observateur de caractériser des phénomènes, établir des corrélations entre eux et d'en déduire des relations qualitatives de cause à effet. Néanmoins, la connaissance en serait restée à ce stade préscientifique si l'homme n'avait pas utilisé un premier outil, vraisemblablement dans le domaine de la mesure des longueurs. Ce premier genre d'outil ce fut une partie ou un mécanisme du corps humain le mieux adapté à ce type d'observation : le pouce de quelques centimètres pour les petites longueurs, le pied de l'ordre du décimètre et puis le pas pour de plus grandes distances, bientôt remplacés par leurs équivalents sous forme de bâtons ou de cordes qui probablement furent les premiers étalons de mesure de longueur ensuite remplacés eux-mêmes par des étalons de longueur gradués et des chaînes d'arpenteur.

L'utilisation d'un outil de mesure – un instrument – a donc marqué un saut décisif dans l'extension de la connaissance qui restait cependant limitée à la seule observation passive.

Ce n'est ensuite, lorsque l'observateur humain s'est décidé à devenir acteur, qu'a pris corps la méthode expérimentale telle que nous la connaissons. Ce fut donc par le choix raisonné des facteurs naturels à étudier, et ceci de manière à pouvoir agir sur eux pour les modifier et ensuite observer par la mesure leur influence les uns sur les autres, que la science expérimentale a pris naissance.

Maintenant, toutefois, un nouveau saut se dessine qui consistera peut-être de plus en plus à remplacer les perceptions sensorielles humaines par les données de capteurs qui seront directement traitées par ordinateur, ce qui aurait pour effet de transformer quelque peu les modalités du calcul d'erreur tel qu'on l'enseigne actuellement.

En ce qui concerne l'appareillage de mesure tout d'abord, un certain nombre de qualités générales sont requises pour son bon fonctionnement.

Ces qualités sont : la fidélité, la sensibilité et la justesse.

1. La fidélité.

La répétition d'une même mesure doit donner les mêmes résultats. Les indications de l'appareil doivent être constantes lorsqu'il mesure plusieurs fois des quantités ou intensités identiques. Ses réglages doivent donc être reproductibles et il ne doit pas y avoir de dérives ou, alors, il faut qu'il existe un procédé de compensation de ces défauts lorsqu'ils sont inévitables.

L'exemple classique de défaut de fidélité d'un instrument de mesure est celui de la balance à plateau(x) qui donnait des résultats différents lorsque l'on ne plaçait pas l'objet soumis à la pesée au même emplacement sur le plateau. Aujourd'hui, ces instruments sont remplacés par des appareils électroniques qui évitent ce genre de problème mais qui, par contre, en présentent d'autres parfois aussi gênants.

Il est intéressant à ce propos de voir quelle a été au cours des siècles l'évolution des appareils de pesée car l'évolution des systèmes de mesure dans d'autres branches de la métrologie a suivi un décours comparable, caractérisé très souvent par l'adoption *in fine* de procédés électroniques.

On a d'abord, durant l'Antiquité, utilisé conjointement le peson et le système de la balance dite romaine qui, l'un comme l'autre, sont des dispositifs exclusivement mécaniques comportant leur propre étalon.

Dans la balance romaine, il s'agit d'un poids mobile dont on peut régler la position sur un des bras du fléau par rapport à l'axe de rotation de ce dernier, de manière à ce qu'il équilibre l'action du poids à mesurer s'appliquant au niveau de l'autre bras.

Dans le peson, c'est un ressort qui, en fonction de son allongement en direction verticale provoqué par l'action du poids à mesurer, joue le rôle de contrepoids.

Dans ces deux cas, c'est un repérage de longueur sur une échelle graduée qui indique le poids. L'un comme l'autre de ces appareils, mais surtout le deuxième, nécessite donc un étalonnage et cela d'autant plus que la mesure est indirecte.

Il n'en est pas de même de la balance à deux plateaux pour laquelle la mesure est directe car elle utilise une série d'étalons extérieurs dont c'est l'échantillonnage sur le plateau à l'équilibre qui indique la mesure.

Durant des siècles, le système du peson est resté cantonné au domaine commercial n'exigeant ni une grande fidélité ni une grande précision, alors qu'au contraire l'usage de la balance a été préféré pour les mesures nécessitant plus de rigueur. Ainsi, la balance, et en particulier la balance de laboratoire, a été l'objet de nombreux perfectionnements dont les plus marquants ont consisté à utiliser des procédés

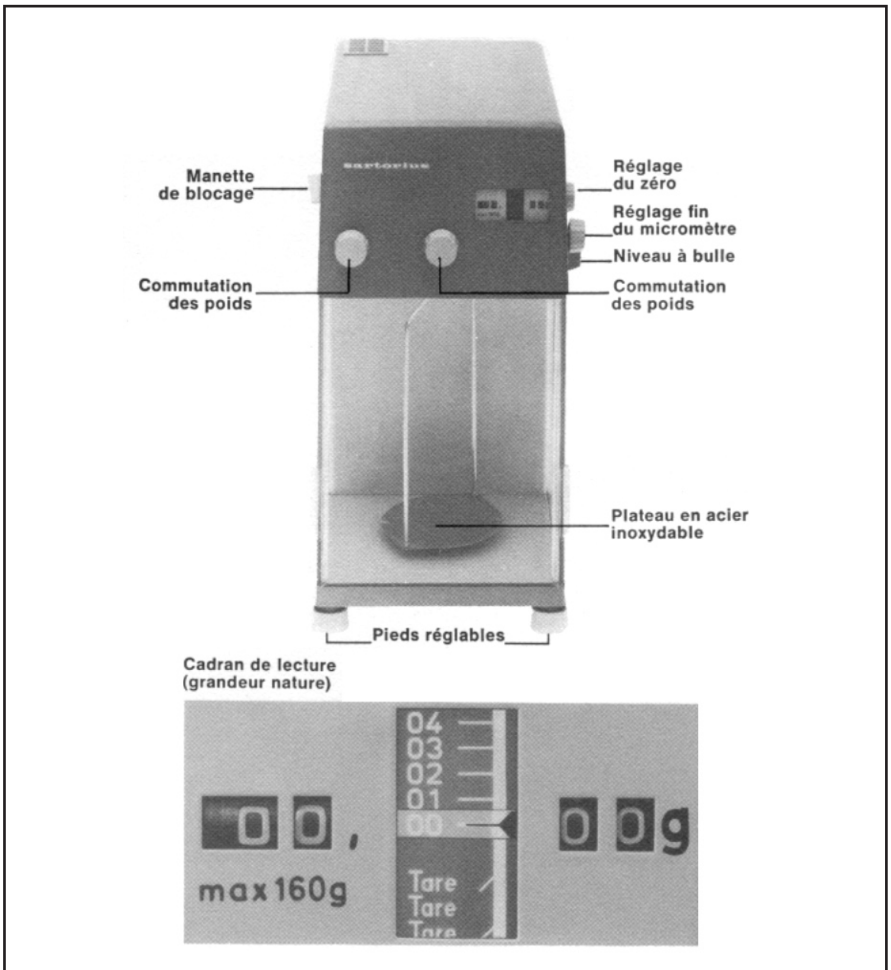

Figure 1. Une balance mécano-optique de sensibilité 0,05 mg.

optiques, d'abord pour repérer avec plus de précision la position d'équilibre du fléau, puis plus tard à utiliser l'amplitude du déséquilibre du fléau par rapport au zéro projetée sur une échelle graduée pour la mesure des très faibles fractions de poids, et ceci par amplification optique obtenue au moyen de miroirs (méthode de Poggendorf). Ce type de balance mécano-optique permettait ainsi la mesure de variations de poids de l'ordre du dixième de milligramme avec une fidélité satisfaisante et une bonne insensibilité aux facteurs parasites (**Figure 1**).

Cependant, les progrès de l'électronique ont conduit à abandonner ce système, performant mais fragile et cher, au profit d'un retour au système de type peson, c'est-à-dire un système dans lequel la force de pesanteur exercée par le corps subissant la mesure est compensée par une force non pas de même type mais par une force d'une autre nature (de type électromagnétique produite, par exemple, par un électroaimant à noyau plongeur qui joue alors aussi le rôle d'un capteur). La balance ainsi constituée, qui en réalité n'en est pas une mais un peson d'un type nouveau, a pour avantage d'être robuste, d'un prix raisonnable et surtout de permettre une mesure en continu de variations de poids en délivrant après amplification électronique du signal du capteur une tension électrique permettant l'enregistrement. L'inconvénient de ces appareils est d'être sensibles aux champs électromagnétiques parasites.

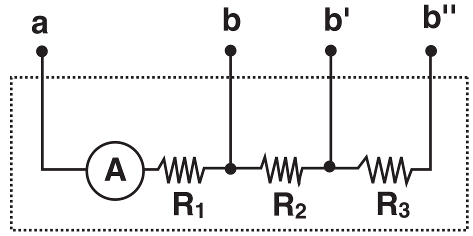

Figure 2. Un voltmètre analogique est généralement constitué par un galvanomètre à cadre mobile connecté en série avec une ou des résistances. Pour qu'il existe plusieurs échelles de lecture, un commutateur permet de sélectionner la valeur de la résistance totale mise en série avec l'appareil de mesure. La qualité du voltmètre ainsi constitué est d'autant plus grande que la sensibilité du galvanomètre (en général, un microampèremètre) est elle-même plus grande.
Pour mesurer 2 volts avec un milliampèremètre de 500 mA à pleine échelle, il faudra utiliser une résistance en série donnée par la loi d'Ohm (la résistance interne du milliampèremètre est en général très faible) : R = V/I = 2/0,0005 = 4 000 ohms, soit 2 000 ohms/volt.
Un tel voltmètre ne conviendra pas pour des mesures sur circuits électroniques.
Dans un tel cas, il devra comporter un microampèremètre déviant à pleine échelle pour 50 µA au maximum. Dans ce cas, la résistance du voltmètre sera de 40 000 ohms, soit 20 000 ohms/volt, ce qui est une valeur à peine suffisante pour ce genre d'utilisation.

2. La sensibilité.

C'est la plus petite grandeur ou variation de grandeur que l'appareil peut détecter. Cependant, une telle définition ne suffit pas à caractériser de manière pratique cette qualité car on conçoit aisément qu'il doit être plus facile, en conservant l'exemple d'une balance, de discerner à un milligramme près des poids de l'ordre du gramme que des poids de plusieurs kilogrammes. C'est la raison pour laquelle on considérera plutôt la notion de sensibilité relative égale au rapport entre une valeur de la grandeur mesurée et la valeur correspondante de l'indication de sortie de l'appareil.

La limitation de la sensibilité d'un appareil de mesure est donc avant tout d'ordre énergétique. Ce sont par exemple les frottements mécaniques pour une balance qu'il faut à tout prix réduire au minimum car ils provoquent des forces de nature et d'intensité mal déterminées, que l'on ne peut pas compenser et ceci surtout lorsque les poids à mesurer sont grands.

Il en va de manière analogue pour divers autres types de mesure comme, par exemple, les mesures électriques. Pour la mesure de la tension électrique, c'est avant tout la grandeur de l'emprunt d'énergie électrique fait par un voltmètre au circuit aux bornes duquel il est connecté qui limite sa sensibilité (**Figure 2**). Pour la mesure de la force électromotrice d'un générateur électrique (tension aux bornes à vide, c'est-à-dire sans consommation électrique), il est nécessaire d'utiliser un voltmètre dont la résistance interne doit être beaucoup plus grande que celle du générateur (et même en principe presque infinie). C'est la raison pour laquelle, pour énoncer la qualité de sensibilité d'un voltmètre, il ne suffira pas de dire que, par exemple, à pleine échelle il mesure X millivolts ou X microvolts, mais il faudra aussi préciser avec quelle résistance interne. De la sorte, l'énoncé de la sensibilité à pleine échelle du voltmètre devra être complété par l'énoncé conjoint de son facteur de qualité exprimé en ohms par volt. Cette qualité sera d'autant meilleure que, pour la mesure d'une tension donnée, la résistance interne de l'appareil sera plus élevée.

Pour les mesures usuelles effectuées sur le réseau du secteur électrique (courants de l'ordre de l'ampère), 300 ohms/volt suffisent ; par contre, pour les mesures sur circuits électroniques (courants de l'ordre du milliampères), il faut au moins 50 000 ohms/volt, alors que pour les mesures biologiques ou autres mesures fines de physique (courants de l'ordre de 10 microampères et moins), il faut atteindre les 10 à 100 mégohms/volt, c'est-à-dire disposer de systèmes électrométriques, sans pratiquement de consommation électrique.

D'une manière semblable, la sensibilité dans la mesure des intensités électriques dépend, elle aussi, de l'emprunt énergétique effectué par l'appareil ; l'ampèremètre devra, au contraire du voltmètre, avoir pour la mesure d'une intensité donnée une résistance interne aussi faible que possible (**Figure 3**).

Un autre aspect de l'intervention de facteurs énergétiques dans la finesse des observations et des mesures est mis en évidence dans la technique des instruments d'astronomie et d'astrométrie. Leur pouvoir de résolution est fonction de leur grossissement utile qui lui-même dépend de la quantité d'énergie lumineuse captée par l'appareil. Pour un télescope, par exemple, la sensibilité est d'autant plus grande que le diamètre de son miroir est grand.

Dans tous ces types d'observation, il est souvent possible d'augmenter la sensibilité des mesures en adjoignant à l'appareil primaire considéré comme capteur un système d'amplification qui peut rendre analysable, par exemple, un déplacement (celui d'une aiguille ou d'un index) qui ne pouvait être perçu de manière directe. Le cas de la balance mécano-optique cité plus haut en est un exemple. Dans ce cas, il s'agit d'un dispositif d'amplification optique qui fut beaucoup utilisé à la fin du XIX^e et au début du XX^e siècle, et qui est maintenant souvent remplacé par un dispositif amplificateur électronique à transistors ou circuit intégrés.

Toutefois, de tels systèmes, s'ils permettent d'améliorer la sensibilité de certaines mesures, ont eux-mêmes des possibilités limitées par la structure atomique ou moléculaire de leur propres composants. Cette limitation tient surtout à l'agitation moléculaire des éléments des circuits qui détermine la production de tensions électriques parasites fluctuantes (qualifiées de « bruit »), d'autant plus importantes que la température est élevée et la bande passante du signal large (celle des fréquences qui correspondent à l'analyse spectrale du signal amplifié). C'est donc ce que l'on appelle le rapport signal-bruit qui limite alors la sensibilité de la mesure.

D'une manière générale, l'augmentation de sensibilité des mesures se heurte dans tous les domaines aux impératifs dus à cette propriété

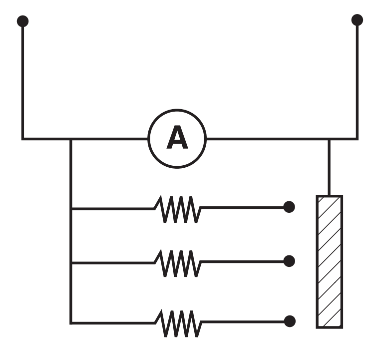

Figure 3. **De la même manière que pour un voltmètre, la qualité d'un ampèremètre sera d'autant meilleure que le galvanomètre utilisé (microampèremètre) sera plus sensible. La résistance additionnelle est cette fois montée en parallèle (*shunt*) avec l'appareil de mesure de telle sorte que la résistance de l'ensemble soit aussi faible que possible.**

« granulaire » de la matière. Le cas du pouvoir séparateur du microscope optique en est un exemple car il est limité par le phénomène de diffraction lorsque, en fonction de l'augmentation du grossissement, deux points séparés apparaissent comme des taches qui, en grossissant, finissent par se confondre.

3. La justesse.

En général, elle tient à la validité de l'étalonnage de l'appareil ou de ses accessoires de mesure. Lorsqu'un appareil de mesure manque de justesse, son utilisation conduit à des erreurs systématiques quelles que soient les précautions prises (un grand nombre de mesures ne les annulent pas statistiquement). Ces erreurs sont indécelables à la seule utilisation de l'instrument, ce qui n'est pas le cas pour la fidélité et la sensibilité.

Pour la pesée par balance par exemple, se sont les poids qui font l'objet de l'étalonnage qui peut ainsi être renouvelé à volonté.

Par contre, pour les appareils comportant leurs propres étalons, surtout lorsqu'ils sont internes, le problème du réétalonnage peut s'avérer plus difficile.

C'est le cas de nombreux types d'appareils de mesure électrique à cadran dont les graduations étalonnées sont données par construction. La manière la plus simple de simuler leur réétalonnage consiste à leur adjoindre un graphique établissant la correspondance entre les valeurs de l'étalonnage primitif et celui qui est devenu valide.

La méthodologie de la mesure

Si la validité d'une mesure dépend beaucoup de la qualité du matériel utilisé, elle tient aussi pour une bonne part à la manière dont les opérations sont effectuée (et ceci à tel point que dans certaines conditions il est possible d'effectuer une bonne mesure avec un appareil de mauvaise qualité). Cette validité tient enfin à la qualité du dernier volet de la chaîne, celle de l'exploitation mathématique des résultats bruts obtenus, et ceci en particulier par l'analyse numérique (calcul numérique, algorithmes et méthodes d'approximation).

1. Méthodes de mesure usuelles.

• La méthode par déviation : un équipage mobile est mis en mouvement en fonction de l'intensité de la grandeur à mesurer. C'est le repérage de la position d'un index ou d'une aiguille sur une échelle graduée (étalonnée) qui donne la mesure de la grandeur étudiée. Cette méthode directe de type analogique est celle du peson à ressort. Elle a été très utilisée, en particulier en électricité dans les galvanomètres à cadre mobile mais aussi dans des appareils plus élaborés comme l'oscillographe cathodique pour lequel l'équipage mobile est constitué par un faisceau d'électrons qui vient s'inscrire sur un écran fluorescent.

• La méthode par substitution : elle consiste à constater l'égalité de deux grandeurs étudiées successivement par l'appareil de mesure, la première étant de valeur connue.

• La méthode d'opposition de zéro : elle consiste à annuler l'action de la grandeur à mesurer X par une autre de même nature facilement réglable et étalonnée A. L'écart entre X et A est détecté par un appareil de zéro dont la plage de mesure peut être très inférieure à la valeur de la grandeur à mesurer. On obtient ainsi pour la mesure de X une précision qui est de l'ordre de celle de l'étalon. En électricité, pour l'application de la méthode de zéro, on utilise des montages en pont dont le plus connu est celui de Wheatstone pour la mesure des résistances (**Figure 4**).

En ce qui concerne les mesures de poids, on utilise le principe de la double pesée qui peut être faite selon deux modalités :

- Méthode de Gauss : on place le corps à peser sur le plateau P_a et on l'équilibre en P_b avec des masses M_1. On place ensuite ce corps sur le plateau P_b et l'on obtient l'équilibre avec des masses M_2 placées sur P_a. Des deux équations d'équilibre, on tire la vraie valeur M de la masse, c'est-à-dire du poids du corps.

- Méthode de Borda : on place le corps à peser sur le plateau P_a. On équilibre son poids avec une tare quelconque placée sur le plateau P_b. On enlève le corps de P_a et on le remplace par des poids étalons jusqu'à équilibre avec la tare, ce qui donne le poids vrai du corps à peser.

Lorsque la sensibilité de la mesure de poids est élevée et que le corps à peser est de faible densité, il peut devenir nécessaire de tenir compte de la poussé d'Archimède de l'air. Pour éviter d'opérer une correction dont l'exactitude n'est pas certaine, il peut devenir nécessaire d'effectuer la pesée dans le vide, ce qui peut être réalisé avec certaines balances de laboratoire spécifiquement équipées.

Cet exemple montre que, pour les mesures fines, le cadre de la mesure doit être choisi avec pertinence de manière à éliminer l'action de divers facteurs parasites éventuels.

D'autre part, il s'avère que la mesure de certaines grandeurs peut être faite de plusieurs manières. Il sera donc souvent nécessaire de faire le choix du procédé de mesure le mieux adapté au type de mesure envisagé. Pour les poids par exemple, on pourra utiliser la balance ou le peson mais aussi des dispositifs dynamométriques.

D'une manière générale, il est souvent intéressant de disposer pour l'examen de l'indicateur de mesure de procédés d'amplification qui permettent une amélioration de la sensibilité de ladite mesure. Il a été cité plus haut des dispositifs d'amplification optique mais il existe beaucoup d'autres types de dispositifs amplificateurs, mécaniques par exemple et plus spécifiquement hydrauliques, etc. Cependant, actuellement, les systèmes les plus employés sont électroniques.

Les amplificateurs électroniques de mesure ont fait de grands progrès. Ils sont maintenant peu encombrants, leur fonctionnement est stable même pour des gains élevés et il est facile de donner à leurs circuits d'entrée des caractères électrométriques (très faible consommation pour la mesure des tensions électriques, par exemple). Le montage différentiel en entrée symétrique (voir mon article de *Fusion* n°72, p. 57) permet de les rendre pratiquement insensibles à l'action des champs électromagnétiques parasites, même sans blindage, avec un coefficient de différentiabilité (rapport du gain utile au gain pour les signaux parasites) supérieur à 100 000.

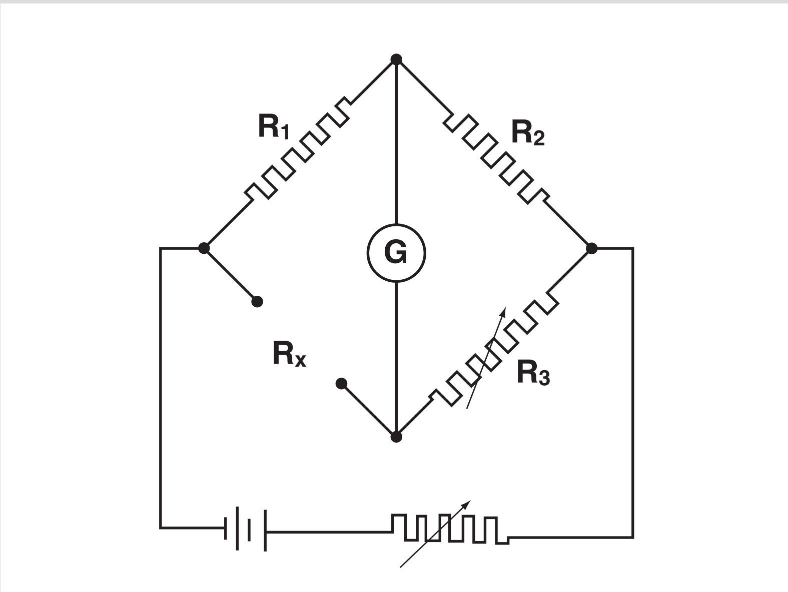

Figure 4. Pont de Wheatstone pour la mesure des résistances. En réglant une des résistances connues jusqu'à ce que le galvanomètre G n'accuse aucun courant, on a :

$$\frac{R_X}{R_3} = \frac{R_1}{R_2}$$

Ce montage ne permet pas de mesurer avec suffisamment de précision les faibles résistances. Dans ce cas, il faut employer le double pont de Thomson qui permet d'abaisser à 10^{-6} ohms la valeur de la résistance mesurable.

2. Les erreurs et leur calcul.

• Perception de la mesure.

La manière la plus simple de lire le résultat d'une mesure est d'observer le déplacement d'un repère devant une graduation, d'une aiguille par exemple. Dans de telles conditions d'estimation analogique, la valeur lue dépend de la position de l'œil. L'erreur de lecture commise dans un tel cas est une erreur dite de parallaxe. On en minimise l'importance en disposant un miroir sous forme de bande accompagnant l'échelle graduée pour qu'il soit possible de placer l'œil de manière à ce que l'aiguille et son image soient vues confondues.

Divers dispositifs permettent d'éliminer ce genre d'erreur. Tout d'abord, le dispositif d'affichage digital de plus en plus utilisé et qui permet en outre le traitement direct de la mesure par ordinateur, la cellule photoélectrique ou bien encore l'enregistrement photographique.

L'oreille peut aussi être utilisée, en particulier dans les méthodes de zéro par appréciation de la hauteur d'un son ou aussi par l'extinction d'un son de fréquence donnée.

D'une manière générale, la perception de la mesure peut être perturbée par un phénomène dit de réponse lente qui tient à ce que la réponse de l'appareil n'est pas instantanée et peut devenir plus lente par effet d'échauffement pour, par exemple, les appareils électriques : c'est ce que l'on appelle l'erreur de traînage, pouvant prendre un caractère plus ou moins aléatoire qui conduit à opérer par moyennes ; on a alors affaire à une erreur de fidélité.

Lorsque des moyennes de mesure sont effectuées, les valeurs trouvées peuvent être plus ou moins dispersées bien que réparties également autour d'une valeur centrale ; lorsqu'elles sont très dispersées, on dit alors qu'il y a erreur de précision.

• Traitement des valeurs de mesure.

Mesure en régime transitoire : son traitement est applicable aux phénomènes brefs. C'est le cas de la décharge de condensateur que l'on examinait au moyen d'un galvanomètre balistique. Aujourd'hui, ce genre d'appareil est remplacé par l'oscillographe cathodique qui permet d'éliminer ce que l'on appelait l'erreur balistique (**Figure 5**).

Mesure en extrapolation : c'est une mesure effectuée en dehors de l'échelle normale d'utilisation de l'appareil, c'est-à-dire dans des conditions ou son étalonnage n'est plus garanti. On peut avoir alors une erreur d'extrapolation.

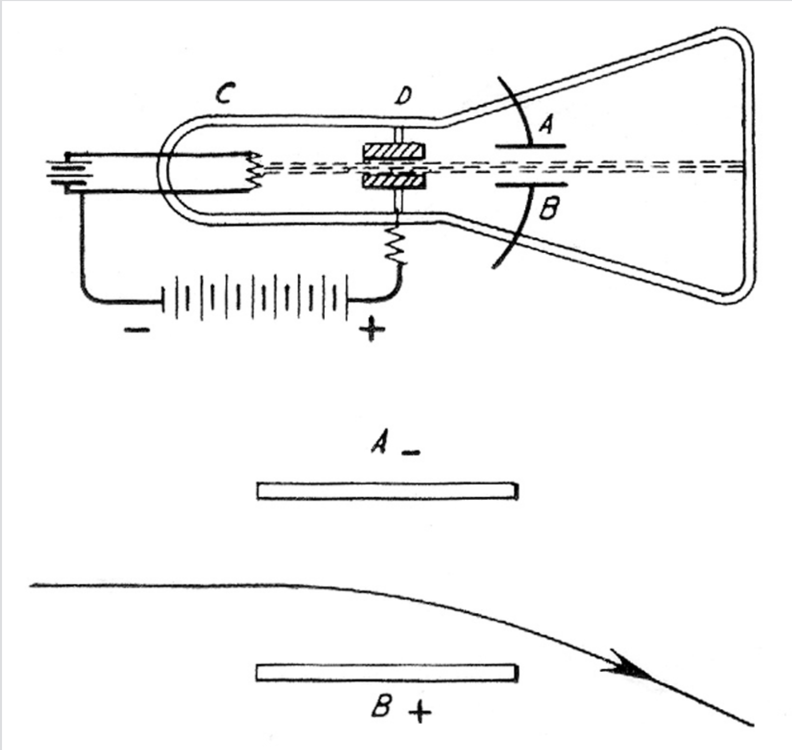

Figure 5. **L'oscillographe cathodique. C'est un tube électronique à vide dans lequel un faisceau d'électrons émis par une cathode chaude et accéléré par une tension élevée (1 000 à 20 000 volts) vient frapper un écran uorescent pour y faire apparaître une image. La déviation du faisceau peut être obtenue soit de manière électrostatique par des plaques chargées électriquement soit de manière magnétique par des bobines. La principale qualité de l'oscillographe est sa rapidité de réponse en régime continu aussi bien qu'en régime transitoire.**

Mesure en enregistrement continu : il peut revêtir différentes formes, à savoir graphiques, optiques, magnétiques, etc. Les erreurs supplémentaires ont alors un caractère propre à chaque type d'enregistrement.

Mesure en échantillonnage : c'est une scrutation à intervalles plus ou moins rapprochés qui peut revêtir un caractère stochastique (aléatoire) ou au contraire être programmée. Il est ainsi possible d'effectuer automatiquement des calculs de moyennes, d'écarts et même des calculs de transformée de Fourier. Lorsque les intervalles sont très courts, cette méthode revient à opérer une digitalisation du signal.

D'une manière générale, la précision de mesure au sens le plus général exprime la capacité qu'a un instrument d'approcher la valeur vraie de la grandeur mesurée, et cela globalement et statistiquement. Le degré de précision dépend donc bien sûr de la qualité de l'appareil utilisé mais aussi, comme nous venons de le voir, des méthodes mises en œuvre.

Les méthodes directes donnent une précision qui, au mieux, est celle de l'instrument mais qui peuvent s'appliquer aux grandeurs seulement repérables comme les températures ou les échelles de propriétés diverses. Par contre, les méthodes d'opposition ou de zéro permettent une précision relative plus grande mais ne peuvent s'appliquer qu'aux grandeurs additives.

• Analyse des erreurs de mesure.

La définition rationnelle de l'erreur qui renseigne l'expérimentateur sur la confiance qu'il peut accorder à ses investigations caractérise la qualité de la mesure. Le calcul exact de l'erreur est impossible car les caractéristiques de l'appareillage utilisé souffrent généralement de lacunes et surtout il existe toujours des influences parasites qui ne peuvent être chiffrées avec suffisamment de précision.

a) l'erreur absolue est la différence qui existe entre la valeur mesurée et la valeur vraie d'une grandeur. Cependant, à elle seule, elle ne suffit pas à caractériser la qualité d'une mesure.

b) l'erreur relative plus significative est l'erreur rapportée à la valeur de la grandeur mesurée, c'est donc un nombre pur.

D'un point de vue pratique, on distingue donc les erreurs fortuites des erreurs estimées et systématiques supposée connues. Ce sont ces erreurs fortuites, accidentelles, aléatoires qui seules doivent faire l'objet de ce que l'on appelle le calcul d'erreur effectué à la suite de séries de mesures d'une même grandeur. Leur dispersion répond alors à une loi de probabilité qui n'est pas spécifique de la mesure en tant que telle, et dont le développement permet de définir un certain nombre d'éléments classiques tels que l'écart type, la variance, etc. Il n'est pas possible de traiter ces détails dans ce genre d'article. Le lecteur intéressé pourra se référer par exemple au chapitre « Mesure-méthodologie » de l'*Encyclopædia Universalis* (pp. 7 à 12, Cédérom version 5).

La dimension des grandeurs et le choix des systèmes d'unités

L'utilité et surtout la signification d'une mesure ne se borne pas à son acquisition et son traitement mathématique. Pour que cette mesure permette de vérifier ou d'établir, par exemple, la réalité d'une relation physique de cause à effet, il est nécessaire de lui fixer un cadre permettant d'apprécier ses limites de validité par rapport à d'autres types de mesures.

C'est pourquoi la description de ce qu'est une grandeur ne saurait être complète que s'il y figure une caractéristique relationnelle essentielle : sa dimension, laquelle est une qualité qui lui est propre, mais dont le nom est assez mal choisi car il a évidemment un tout autre sens que celui tenant aux valeurs numériques que cette grandeur peut prendre.

Il s'agit donc d'une notion importante mais dont la signification a fait l'objet de nombreuses discussions qui restent encore actuellement ouvertes. La dimension d'une grandeur est-elle définissable seulement en fonction du système d'unités en vigueur, considéré comme un simple code, ou au contraire est-elle une caractéristique intrinsèque qui dépend de la manière biunivoque dont peut varier cette grandeur en fonction d'autres grandeurs ?

On donne généralement pour les dimensions des grandeurs la définition suivante : c'est le code selon lequel varie la valeur numérique x d'une grandeur X quand les unités de mesure fondamentales sont modifiées ; autrement dit, les formules de dimensions seraient les règles à suivre pour que les équations (rendant compte des lois) soient invariantes à l'égard des changements d'unités.

Ce sont là des définitions classiques mais qui présupposent, sans que cela soit explicité, que le nombre des unités fondamentales du système utilisé demeure inchangé car ce nombre constitue ce qu'on appelle la « base dimensionnelle » du système d'unités pris en compte.

Pour définir la base de ce système, on choisit donc une ou plusieurs relations fondamentales (qui dans ce dernier cas doivent être indépendantes les unes des autres) dont les divers facteurs sont les unités dites elles-mêmes fondamentales (il serait préférable de dire primaires).

C'est ainsi que pour constituer les systèmes classiques CGS (centimètre, gramme, seconde) ou MKS (mètre, kilogramme, seconde) ou tout autre système à trois unités primaires, on choisit une seule relation de base correspondant par exemple à la loi de la mécanique la plus simple et la plus générale possible, la loi fondamentale de la dynamique.

(I) $F = M\,L\,T^{-2}$

Cette relation comporte quatre grandeurs indépendantes deux à deux et de telle sorte que si trois d'entre elles sont choisies arbitrairement, la quatrième est impérativement définie. C'est donc la raison pour laquelle la base que cette relation fondamentale impose est de trois unités qui seront ainsi considérée comme primaires. Les trois unités primaires de base pourront en fait être choisies quelconques si elles entrent dans des relations compatibles avec (I), mais à la seule condition qu'elles demeurent indépendantes l'une par rapport à l'autre. S'il n'en était pas ainsi et que par exemple dans la relation (I) deux des unités soient liées par une relation (II) indépendante de la relation (I), c'est-à-dire rendant compte d'un type de phénomène particulier, cela voudrait dire qu'il existerait pour le système dimensionnel à créer deux relations fondamentales indépendantes, ce qui, pour le même nombres d'unités figurant dans ces relations fondamentales, ramènerait automatiquement la base dimensionnelle à deux unités primaires. De la même manière, si dans la relation (I) un autre couple d'unités était lié par une troisième relation (III) indépendante des deux autres, la base dimensionnelle serait réduite à une seule unité primaire.

A contrario, maintenant, s'il existe par exemple pour F (l'unité de force) une relation dépendant de (I) mais qui introduit de nouvelles unités, la base dimensionnelle se trouve automatiquement augmentée. C'est ce qui s'est produit pour le système dimensionnel légal (système international SI), puisque l'on a adjoint au système existant CGS ou MKS des unités à caractère électrique sans que cette introduction corresponde à la définition de lois nouvelles et, par conséquent, à un enrichissement de l'information.

En conclusion de tout ceci, on peut dire que le contenu informationnel auquel correspondent les systèmes dimensionnels est d'autant plus important que leur base est réduite car c'est par la prise en compte de relations fondamentales indépendantes supplémentaires que cette base peut l'être.

Et le débat à propos de la signification de la notion de dimension est resté ouvert. Des auteurs tels que Planck ou Bridgman en étaient restés à la conception première énoncée plus haut : la dimension d'une grandeur ne dépend que d'un code prédéfini qui ne renseigne en rien sur la nature de la grandeur. Selon cette conception, il n'existe par exemple qu'un seul type dimensionnel fondamental de force défini par la relation dimensionnelle $F = M\,L\,T^{-2}$.

Cette relation ne permet donc pas de distinguer une force de type électrique d'une force de pesanteur ni d'un force de gravitation générale. Pourtant les expressions de ces forces établies en fonction des phénomènes qui les initient ne sont pas homogènes entre elles, ce qui contraint à introduire, dans les relations qui y correspondent, ce que l'on a appelé des constantes dimensionnées permettant d'établir une homogénéité en vérité quelque peu artificielle.

De la sorte, il devient impossible d'établir des conditions de similitude physique générale car les constantes dimensionnées ne peuvent pas être représentées par des échelles différentes de 1 puisque ce sont des constantes.

Il s'agit donc là d'un mode de représentation des phénomènes particulièrement contraignant et restrictif qui aurait pu conduire à une stérilisation de la physique si l'on n'avait pas en fin de compte minimisé son importance.

De la sorte, cette discipline a pu poursuivre son développement car des théories aussi importantes que la relativité ou la mécanique quantique, qui ont bouleversé la « physique » dans la première moitié du XX^e^ siècle, n'ont été développées qu'en contradiction avec les conceptions dimensionnelles régnantes, et cela sans que personne ne s'en rende vraiment compte, hormis peut être Eddington pour la relativité et surtout Heisenberg pour la mécanique quantique.

J'ai montré (référence 19) que la relativité restreinte n'a pu être développée que dans le cadre « hérétique » d'un système dimensionnel à

Encadré 3 - Les différents systèmes dimensionnels et leurs relations de similitude

		Systèmes traditionnels	Systèmes à base réduite			
		CGS, MKS, etc.	Electromagnétisme et inertie	Inertie et pesanteur	Inertie et gravitation	Electromagnétisme Inertie Gravitation
			RELATIVITE RESTREINTE	RELATIONS DE FROUDE	SYSTEME ASTRONOMIQUE	RELATIVITE GENERALE
Base dimensionnelle / Echelles de...		Longueur Masse Temps	Longueur (Masse volumique)	Longueur (Masse volumique)	Longueur (Masse volumique)	Longueur
Longueur		λ	λ	λ	λ	λ
Force		$\mu\lambda\tau^{-2}$	$\delta\lambda^2$	$\delta\lambda^3$	$\delta^2\lambda^4$	1
Temps		τ	λ	$\lambda^{1/2}$	$\delta^{1/2}$	λ
Masse		μ	$\delta\lambda^3$	$\delta\lambda^3$	$\delta\lambda^3$	λ
Masse volumique		$\mu\lambda^{-3}$	δ	δ	δ	λ^{-2}
Vitesse		$\lambda\tau^{-1}$	1	$\lambda^{1/2}$	$\delta^{1/2}\lambda$	1
Accélération		$\lambda\tau^{-2}$	λ^{-1}	1	$\delta\lambda$	λ^{-1}
Impulsion		$\mu\lambda\tau^{-1}$	$\delta\lambda^3$	$\delta\lambda^{7/2}$	$\delta^{3/2}\lambda^4$	λ
Energie		$\mu\lambda\tau^{-2}$	$\delta\lambda^3$	$\delta\lambda^4$	$\delta^2\lambda^5$	λ

Le système dimensionnel de la mécanique quantique ne peut pas être représenté ici puisque sa base est zéro. Il ne comporte donc aucune unité fondamentales et il n'est défini que par des constantes. Il échappe ainsi à toute possibilité de représentation par similitudes physiques.

base réduite à deux unités primaires, et cela parce qu'a été implicitement prise en compte une relation propre à l'électromagnétisme attribuant à la force d'origine électromagnétique la dimension intrinsèque D L^2 (L pour la longueur et D pour la densité). La relativité générale elle-même a résulté d'une réduction supplémentaire de base dimensionnelle à une seule unité primaire, en l'occurrence la longueur, par la prise en compte de la loi d'attraction de Newton débarrassée de son encombrante constante dimensionnée. Une telle réduction aboutissait donc à une complète géométrisation de la physique (**encadré 3**).

Mais le plus piquant de cette histoire a été l'avènement de la mécanique quantique redevable pour une bonne part à Max Planck. J'ai montré (référence 19, à partir du chapitre 9) en m'inspirant de certaines idées d'Heisenberg, que cette théorie revenait à réduire la base du système dimensionnel *à zéro unités primaire,s* et cela par la nécessité de prendre en compte une condition fondamentale de quantification pour la densité :

$$D = L^{-T}$$

grandeur qui est alors définie comme dépendant essentiellement du nombre de dimensions (géométriques) T de l'espace (référence 19, pp. 115- 122).

C'est cette condition qui mène directement, pour un espace à trois dimensions, à la notion de quantum de longueur qui, par ironie du sort, a été appelé longueur de Planck alors que toute la mécanique quantique a été développée, y compris par Planck lui-même, en complète opposition avec la conception qu'il avait de l'analyse dimensionnelle.

En mécanique quantique, seules les constantes fondamentales, dont en particulier le fameux quantum d'action h, subsistent comme grandeurs définissables avec précision ; c'est donc à l'absence d'unités primaires qu'est due la difficulté d'y effectuer des mesures qui le plus souvent ne peuvent être traitées que par des méthodes statistiques puisque même des grandeurs comme la longueur ou le temps doivent être considérées comme « fluctuantes » en fonction de certaines conditions expérimentales. Ce sont aussi des considérations de ce genre qui ont amené à établir le fameux principe d'incertitude.

On arrive donc aux limites des possibilités des mesures classiques de telle sorte qu'il a été nécessaire de développer de nouvelles méthodes de traitement de données comme, par exemple, les matrices d'Heisenberg. Une autre exemple du caractère « étrange » de la mécanique quantique est celui de la non-commutativité de certains phénomènes à l'échelle corpusculaire ainsi qu'il a été mentionné plus haut.

Cependant, les données de cette mécanique, aussi déconcertantes qu'elles soient, sont confirmées par l'expérimentation ce qui semble donner tort à Einstein lorsqu'il disait que Dieu ne joue pas aux dés. Mais avait-il si tort ou n'est-ce pas plutôt l'étroitesse de nos concepts qui nous conduit à de telles appréciations à l'égard de cette fameuse mécanique. Il n'est pas du tout certain que « vue » par un observateur à plus de trois dimensions, elle paraîtrait aussi étrange, puisque pour un tel observateur le concept de quantum de longueur, par exemple, ne serait plus valide.

Ne soyons donc pas aussi obtus que l'était Marcelin Berthelot à la fin du XIXe siècle quand il se désolait parce que, selon lui, tout avait été découvert. Il reste probablement en matière de science beaucoup plus de choses à découvrir que de choses (mal) connues à ce jour. ■

Bibliographie

• Bureau international des poids et mesures, Conférences générales depuis 1889 (Système SI), Sèvres.

• Cahiers de métrologie de l'université de Caen.

• Histoire et mesure, CNRS.

• Techniques de l'ingénieur, R6, Mesures et contrôle, etc.

1. Bakhvalov N., *Méthodes numériques*, Mir, Moscou, 1976.
2. Beauvillain R. et Laty J., *Mesures électriques et électroniques*, Hachette, Paris, 1979.
3. Boyer C. B., *The concept of calculus*, Dover Reprint, New York, 1959.
4. Bridgman P. W., *Dimensional analysis*, Yale Univ. Press, New Haven, 1937.
5. Cazin M., « Analyse dimensionnelle », *Encyclopædia Universalis*.
6. Cohen-Tannoudji G., *Les constantes universelles*, Hachette, Paris, 1991.
7. Connes A., *Géométrie non commutative*, InterEditions, Paris, 1990.
8. Gilmore C. M., *Appareils de mesure*, McGraw-Hill, Paris, 1983.
9. Grout M., *Instrumentation : formulaire et guide pratique*, Kirk, Maisons-Alfort, 1988.
10. Hladik J., *Unités de mesure*, Masson, Paris, 1992.
11. Jacobs P. et Jadin V., *Mesures électriques*, Dunod, Paris, 1968.
12. Kalinowski G., *La logique des normes,* P.U.F Paris, 1972.
13. Kolmogorov (Andrei Nikolaievitch), *Théorie générale de la mesure et théorie des probabilités,* Mémoire, Moscou, 1929.
14. Langhaar H. L., *Dimensional analysis and theory of models*, Wiley, New York, 1951, rééd. Krieger Publ. Co Huntington, New York, 1980.
15. Lebesgue H., *La mesure des grandeurs*, Blanchard, Paris, 1975.
16. Leibniz G. W., *Modiala Juris* in G. Grua ed. et Textes inédits P.U.F. Paris, 1948.
17. Levy P., *Théorie de l'addition des variables aléatoires*, Paris, 1927.
18. Libois J., *Guide des unités de mesure*, De Boeck-Wesmael, Bruxelles, 1993.
19. Saumont R., *Analyse dimensionnelle et similitude en physique fondamentale*, Editions Européennes, Antony-Fresnes, 1988.
20. Saumont R., « La généralisation des lois de la physique (I) », *Fusion*, Janv.-Fév. 1996, n° 59, p. 44-58.
21. Saumont R., « Imaginer de nouvelles voies en informatique », *Fusion*, Sept.-Oct. 1998, n° 72, p. 57.
22. Sedov L., *Similitude et dimensions en mécanique*, Mir, Moscou, 1977.
23. Thom R., *Essai d'une théorie générale des modèles*, InterEditions, 1977.
24. Thurin J., *Mesures électriques et électroniques*, Eyrolles, Paris, 1977.
25. Tidestrom S.H., *Manuel de l'ingénieur*, tome II, p. 315-447, Dunod, 1959.
25. Trotignon J.P. et Dupont B., *Unités et grandeurs*, Nathan-Afnor, Paris, 1994.