

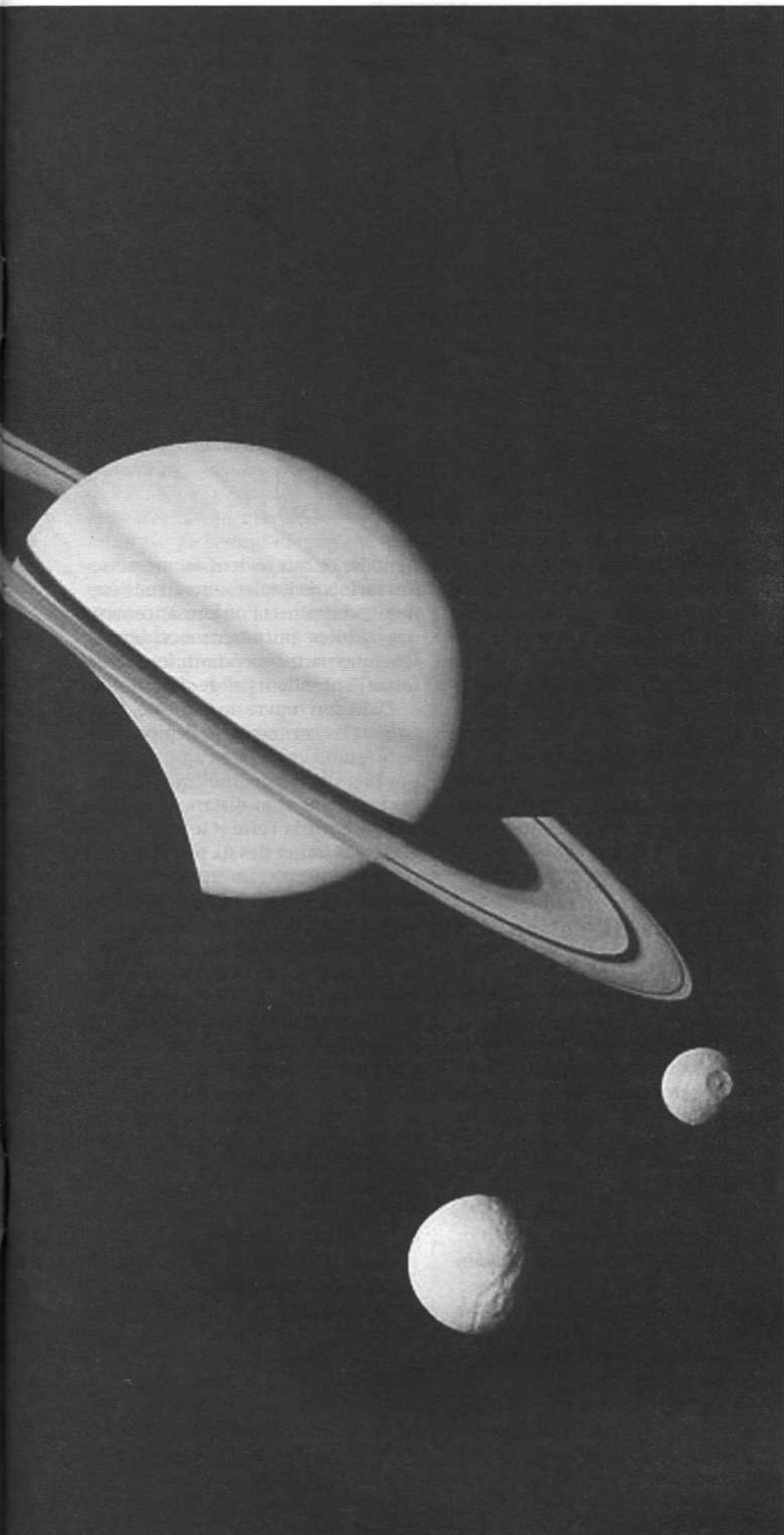
L'harmonie du système planétaire



LOTHAR KOMP

L'hypothèse centrale de Kepler, qui suppose un principe harmonique sous-jacent au système solaire, s'oppose radicalement au postulat entropique énoncé dans les théories modernes de la physique.

Délaissant les stériles modélisations informatiques et les lois de Newton, l'auteur nous fait découvrir le principe d'ordonnement de l'orbite des satellites.



Rien ne va plus dans le monde de l'astrophysique. La recherche connaît des restrictions budgétaires à l'échelon planétaire, la NASA est aujourd'hui l'ombre de ce qu'elle était hier et les voyages interplanétaires des sondes Voyager ne sont plus qu'un beau souvenir. Pourtant, les grands projets d'astronomie encore en chantier, comme le télescope Hubble ou le satellite d'observation aux rayons X ROSAT, ont apporté suffisamment de contradictions à la physique « orthodoxe » pour faire voler en éclats des pans entiers de la science jugés jusque-là inébranlables.

Quelques exemples :

- La plupart des étoiles contenues dans les amas globulaires semblent être au moins cinq milliards d'années plus vieilles que le Big Bang.

- L'observation des quasars « isolés » remet en question l'hypothèse selon laquelle ils seraient purement et simplement les noyaux de galaxies lointaines.

- La découverte d'amas galactiques extrêmement organisés bien que très anciens a mis à mal le modèle de la matière noire quant à l'explication de l'origine des galaxies.

- De nouvelles données renforcent l'hypothèse d'une quantification du décalage vers le rouge.

- Il est toujours vrai que les galaxies spirales tournent beaucoup plus vite que ne le permet la loi de la gravitation.

Cependant, il y a juste sous notre nez de quoi être troublé.

Parcourez aujourd'hui n'importe quel manuel de physique ; on y affirme que les lois de Kepler s'inscrivent dans une théorie mystique des harmonies célestes, tandis que l'hypothèse *non fingo* (je ne fais pas d'hypothèses) de Newton marque la rupture définitive avec la pensée médiévale.

Qui plus est, on vous assène que la découverte par Johannes Kepler des lois des mouvements planétaires n'a apporté aucun progrès jusqu'à ce qu'Isaac Newton leur donne une formulation mathématique. Alors qu'on estime que les lois de Kepler sont équivalentes aux lois de la gravitation de Newton pour deux corps célestes (comme le Soleil et Mars), on prétend que seules les formules de Newton permettent le calcul exact de la trajectoire d'un nombre arbitraire d'objets soumis à une attraction mutuelle dans l'espace.

Cela dit, Newton lui-même restait moins affirmatif que cela car, à cette époque, on avait déjà constaté qu'une solution générale au problème des trois corps était impossible. Newton s'efforça de faire cadrer l'organisation actuelle du système solaire avec les conséquences à long terme de ses lois de la gravitation, et sa seule solution fut d'invoquer une intervention divine occasionnelle pour pallier au déclin de l'univers. Depuis Newton, on a conçu des ordinateurs suffisamment puissants pour calculer d'après les lois de la gravitation, étape par étape, l'attraction mutuelle du Soleil, des planètes ainsi que de leurs satellites, et même probablement l'avenir du système solaire. Nous savons pourtant depuis longtemps que ces calculs sont, par principe, soumis à certaines limites.

D'abord, les données quantitatives traitées par les ordinateurs, telles que la masse et la position des planètes, ne sont connues que par un certain degré d'approximation. De plus, l'ordinateur lui-même produit à chaque étape de calcul de nouvelles approximations, à cause de l'inévitable problème de l'arrondi. C'est pourquoi les modélisations informatiques du système solaire, prenant en compte les perturbations mutuelles qu'induisent les orbites planétaires, ne peuvent rien prévoir au-delà de quelques centaines de milliers d'années. En fait, on ne peut même pas donner de réponse claire à la question fondamentale de la stabilité à long terme du système solaire en faisant appel aux lois de la gravitation, alliées aux techniques informatiques les plus modernes et à des centaines d'années de recherche mathématique.

Avec des moyens mathématiques considérables, il a été montré que des paramètres comme la distance entre une planète et le Soleil, ou encore l'excentricité de l'orbite d'une planète, oscillent périodiquement, en première approximation, autour d'une valeur moyenne. Cependant, si l'on procède à des approximations plus fines, d'indésirables « divergences » font çà et là leur apparition. Par exemple, les simulations informatiques ne permettent pas de prévoir si, dans un futur lointain, l'une des planètes du système solaire pourrait « s'en échapper » ou non.

Ainsi, la modélisation du système solaire devint la nouvelle marotte des « théoriciens du chaos » qui, en



*Le télescope de Kepler dans son bureau de Prague. Dans son œuvre de jeunesse, *Mysterium Cosmographicum*, Kepler donnera non seulement la distance approximative entre la Terre et le Soleil, mais aussi la distance des six planètes connues alors.*

dépit du fait qu'ils n'ont jeté aucune lumière sur la question, offrent au public leurs jolies mathématiques et leurs séduisants graphiques informatiques, pour la plus grande joie des vendeurs de moniteurs à haute définition.

Mais laissons là l'ordinateur pour aborder à présent, sans *a priori*, les caractéristiques d'ordonnement du système solaire en retraçant, chemin faisant, l'histoire de leur découverte.

La quantification des orbites

Selon la doctrine newtonienne, toutes les orbites potentielles d'une planète autour du Soleil, ou d'un satellite autour d'une planète, sont égales en droit. Un simple coup d'œil aux trajectoires des planètes et satellites connues aujourd'hui contredit cette idée reçue. En effet, le système solaire présente un haut degré d'organisation. On attribue la coïncidence des plans orbitaux des plus grosses planètes et le sens de rotation commun à toutes les planètes du système aux conditions particulières de sa formation. C'est ainsi également que l'on explique l'excentricité des ellipses orbitales planétaires qui, à l'inverse des orbites des comètes et des astéroïdes, est la plupart du temps très faible. Pourtant, la distance moyenne des planètes au Soleil — ou leur

période, ce qui revient au même selon les lois de Kepler — serait entièrement arbitraire et l'ordonnement des orbites purement accidentel. Quelque part, cependant, les planètes ne l'entendent pas de cette oreille.

Dans son œuvre de jeunesse, *Mysterium Cosmographicum*, Kepler expose son modèle géométrique des solides platoniciens emboîtés et donne non seulement la distance approximative entre la Terre et le Soleil, mais aussi la distance des six planètes connues alors. Kepler interprète ce résultat comme une première ébauche de la géométrie du système solaire, l'excentricité des planètes et leur distance au Soleil étant précisément déterminées par la légitimité harmonique du mouvement des planètes à leur périhélie et aphélie, c'est-à-dire respectivement leur position la plus proche et la plus éloignée du Soleil.

Plus loin nous confronterons les harmonies képlériennes aux innombrables données disponibles aujourd'hui, sans oublier l'hypothèse centrale de Kepler, selon laquelle il existe au sein du système solaire un principe harmonique sous-jacent, ce qui va à l'encontre des notions entropiques présentes dans la physique moderne.

Kepler n'envisageait pas l'existence de six planètes comme un dogme, contrairement au philosophe Hegel qui, deux cents ans plus tard, rédigea un traité présentant l'argument *a priori* selon lequel il ne peut y avoir que six planètes dans le système solaire, et qu'il serait inutile de scruter le ciel

à la recherche d'un nouvel astre. En outre, Kepler soupçonne, dans l'introduction de son *Mysterium Cosmographicum*, l'existence d'une autre planète entre Mars et Jupiter, soupçon qu'il ne fonde pas uniquement sur l'écart énorme entre l'orbite de Mars et celle de Jupiter. Dans *Harmonices Mundi*, il arrive, après examen des proportions harmoniques des mouvements planétaires, à la conclusion suivante :

« Ces harmonies ont donc été distribuées à chaque couple de planètes. Dans leur relation principale (c'est-à-dire la relation entre les mouvements extrêmes convergents et divergents [respectivement le périhélie et l'aphélie]), nul couple de planètes (Jupiter et Mars étant exceptés) ne vient très près de quelque harmonie, de telle sorte que si des cordes étaient accordées ainsi, les oreilles ne discerneraient pas facilement l'imperfection. »

Ces remarques de Kepler reçurent un élan nouveau lorsque Johann Daniel Titius conçut un appareil géométrique donnant une assez bonne approximation de la distance moyenne entre le Soleil et les six autres

planètes connues alors. Titius, professeur de théologie à Wittenberg, outrepassant sa tâche de traducteur, inséra tout simplement le passage suivant au milieu de sa traduction en allemand (1766) du livre de Charles Bonnet *Contemplation de la nature* :

« Considérons un instant la distance relative entre les planètes. Nous remarquons que presque toutes sont éloignées les unes des autres proportionnellement à leur taille. Si l'on prend pour base 100 la distance du Soleil à Saturne, alors la distance du Soleil à Mercure est de 4 unités, pour Vénus, $4 + 3 = 7$, Terre, $4 + 6 = 10$ et Mars, $4 + 12 = 16$. Notons cependant que la distance entre Mars et Jupiter ne semblerait pas suivre exactement cette progression. Quand on s'éloigne de Mars, on trouve un espace situé à $4 + 24 = 28$ de ces unités, et dans lequel aucune planète et aucun satellite n'ont été observés jusqu'à ce jour. L'architecte de l'Univers aurait ainsi laissé cette place vide ? Jamais, au grand jamais ! Faisons l'hypothèse sûre que cette place appartient, sans aucun doute, aux compagnons de Mars pas encore découverts jusqu'ici et, qui plus est, Jupiter pourrait

bien en posséder elle aussi, lesquels n'ont été jusqu'ici observés par nul télescope. Au-delà de cette orbite inconnue apparaît celle de Jupiter à $4 + 48 = 52$, ainsi que celle de Saturne, à $4 + 96 = 100$. Quelle merveilleuse relation ! »

Titius attendit la seconde édition de sa traduction de l'ouvrage de Bonnet pour revendiquer la paternité de cette observation. Cependant, pour le cercle des astronomes de profession, la découverte de Titius fut d'abord attribuée à Johann Elert Bode, directeur de l'observatoire de Berlin, qui la publia en 1772 dans son *Anleitung zur Kenntnis des gestirnten Himmels* [Introduction à la science des cieux étoilés]. En effet, Bode n'aurait jamais présenté un vulgaire traducteur de Wittenberg comme étant la source de son savoir.

Cette loi de progression géométrique de la distance des planètes au Soleil est aujourd'hui connue sous le nom de loi de Titius-Bode. (**Figure 1**). Elle fut remarquablement vérifiée en 1781, lors de la découverte d'Uranus, dont la distance au Soleil fut calculée presque exactement à $4 + 192 = 196$, en reprenant les unités utilisées plus haut. Pourtant, un vide subsistait encore.

Tableau 1 - Loi de Titius-Bode

Planète	n	2 ⁿ	d (d'après la Loi)	d observé
Mercure	-∞	0	0,4 + 0 = 0,4	0,39
Vénus	0	1	0,4 + 0,3 = 0,7	0,72
Terre	1	2	0,4 + 0,6 = 1,0	1,00
Mars	2	4	0,4 + 1,2 = 1,6	1,52
Cérès	3	8	0,4 + 2,4 = 2,8	2,77
Jupiter	4	16	0,4 + 4,8 = 5,2	5,20
Saturne	5	32	0,4 + 9,6 = 10,0	9,55
Uranus	6	64	0,4 + 19,2 = 19,6	19,22
Neptune	7	128	0,4 + 38,4 = 38,8	30,11
Pluton	7	128	0,4 + 38,4 = 38,8	39,44

Johann Daniel Titius, professeur de théologie à Wittenberg, conçut dans un premier temps la règle suivante, censée déterminer la distance entre les planètes :

$$d = 0,4 + 0,3 \times 2^n$$

où d est la distance entre une planète et le Soleil, donnée en unités astronomiques ou UA (1 UA = la distance Terre-Soleil), et n le nombre entier suivant.

La concordance de cette loi avec les distances réelles saute aux yeux. Seule Neptune y déroge. On ne peut s'empêcher de voir la similarité avec la quantification de l'orbite des électrons dans l'atome d'hydrogène. On a tenté maintes fois d'expliquer la loi de Titius-Bode et ses exceptions par des mécanismes gravitationnels ou électromagnétiques. Ces explications n'en demeurent pas moins fort compliquées et peu convaincantes.

Un vide entre Mars et Jupiter

A l'automne 1800, à Lilienthal, près de Brême, se tramait une « conspiration » entre six astronomes, parmi lesquels l'« astronome des comètes » Heinrich Wilhelm Olbers ; Franz Xaver von Zach, directeur de l'observatoire de Seeberg (Gotha) ; Johann Hieronymus Schröter, propriétaire de l'observatoire privé de Lilienthal ; Karl Ludwig Harding, élève de Schröter ; et, enfin, les astronomes Gildmeister et F.A. Ende. Ils fondèrent la Société d'Astronomie Unifiée qui devait accueillir, en plein milieu des guerres napoléoniennes, un aréopage international d'astronomes, dans le but de mener à bien un grand projet commun : la découverte d'une éventuelle planète entre Mars et Jupiter. Chaque membre devait consacrer ses efforts à cet objectif et ils décidèrent que « le ciel observable depuis l'Europe centrale soit divisé en régions correspondant au zodiaque, que chaque membre examine systématiquement une région

et prenne des notes précises (...) tout en correspondant régulièrement avec les autres par courrier; et que, dans leur travail, ils gardent toujours à l'esprit l'objectif de recherche de l'ensemble du groupe.»

Ainsi, ces astronomes s'attribuèrent les 24 zones de 15 degrés chacune composant le zodiaque, c'est-à-dire la projection sur le ciel du parcours du Soleil vu de la Terre. Parmi eux, on comptait Giuseppe Piazzi, professeur de mathématiques et directeur de l'observatoire du château Normand, à Palerme en Sicile, avec lequel Bode correspondait. Cependant, alors que la lettre adressée depuis Berlin à Piazzi était encore en chemin, le savant sicilien était déjà à l'œuvre. Piazzi possédait alors l'un des meilleurs instruments de mesure des positions des étoiles — l'« instrument universel » — qu'il avait en partie construit de ses propres mains. Grâce à celui-ci, il dressa les éphémérides de 8000 étoiles avec une précision remarquable.

La veille du jour de l'an 1800, Piazzi observa une étoile de faible éclat dans la constellation du Taureau dont la position relative aux étoiles répertoriées dans ses tables avait changé seulement deux jours plus tard ! Était-ce une nouvelle comète ? Durant le mois de janvier 1801, Piazzi mesura nuit après nuit la position de l'étoile errante. Mais le mauvais temps interrompit ses observations et, quand il revint au beau fixe, l'étoile avait disparu. En outre, le Soleil s'était tant rapproché de cette région du ciel que toute observation continue fut rendue impossible pendant six mois supplémentaires. L'astre fut observé pour la dernière fois le 11 février.

Piazzi écrivit à Bode qu'il croyait avoir découvert la planète manquante entre Mars et Jupiter. L'« étoile » de Piazzi reçut le nom de la déesse protectrice de la Sicile, Cérès. En juin 1801, Zachs et Olbers observèrent à leur tour l'objet découvert par Piazzi. Olbers faisait alors autorité en matière de calcul des trajectoires paraboliques des comètes. Malgré tous ses efforts et les données de Piazzi, Olbers ne réussit pas à déchiffrer l'orbite de Cérès en utilisant sa méthode. Seul, un jeune homme de vingt-quatre ans, Carl Friedrich Gauss, y parvint.

A l'été 1801, parut l'ouvrage de Gauss *Disquisitiones arithmeticae* [Re-

cherches arithmétiques]. A ce moment de sa vie, Gauss s'orientait vers de nouveaux domaines de recherche comme l'astronomie. Il se consacra d'abord au problème non résolu de la trajectoire de la Lune. C'est alors que survint un événement dont la portée devait changer le cours de sa vie : « *Quand les observations de Piazzi furent rendues publiques, je pris une toute autre direction* », écrivit Gauss plus tard à l'astronome H.C. Schumacher. En octobre 1801, un ami lui fit parvenir le numéro de septembre de la publication de von Zach, *Correspon-*

On touchait maintenant au but : Cérès était bien la planète qu'on cherchait entre Mars et Jupiter. De plus, sa distance moyenne au Soleil correspondait presque exactement aux prévisions de la loi de Titius-Bode.

dance mensuelle pour la promotion des connaissances de la terre et du ciel, dans lequel figuraient les observations de Piazzi. Le carnet, dans lequel Gauss notait depuis 1796 toutes ses « victoires » mathématiques, s'interrompt alors brusquement.

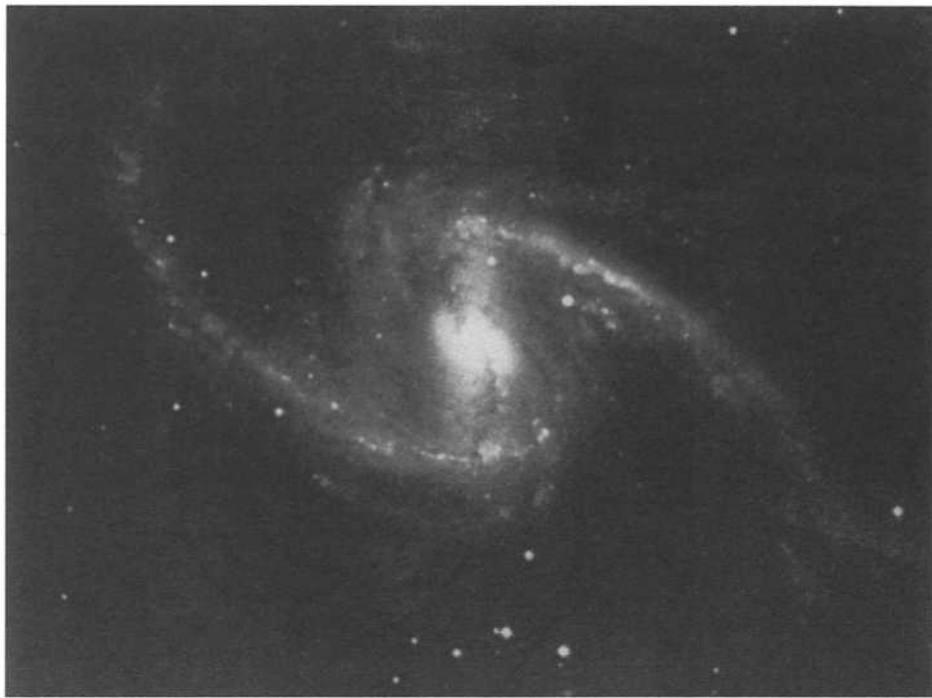
Au cours des quatre années suivantes, Gauss se livra entièrement à son programme de recherche astronomique. En quelques semaines, il conçut une nouvelle théorie mathématique qui lui permettait de déterminer, grâce seulement à trois observations complètes, la forme, la dimension et l'orientation dans l'espace d'une orbite képlérienne. Pour être plus précis, il s'agissait de déterminer une section conique dans l'espace, connaissant au départ un seul foyer — la position du Soleil. Ensuite, la section conique recherchée doit couper trois lignes connues dans l'espa-

ce, lesquelles doivent être trouvées sur une autre section conique — l'orbite de la Terre. Enfin, la trajectoire définie par les trois points d'intersection doit être conforme aux lois de Kepler.

Une fois achevés ces travaux préliminaires, Gauss résolut aussitôt le problème de la détermination d'une section conique à partir de seulement quatre observations incomplètes. Il appliqua la méthode qu'il avait mise au point — mais non publiée — plusieurs années auparavant, la méthode des moindres carrés. Gauss adressa à von Zach, toujours à la fin de l'automne 1801, des indications sur la position de Cérès par certaines nuits. Et, en effet, on trouva Cérès un peu plus tard, la veille du jour de l'an à nouveau, exactement à l'endroit prévu par Gauss. La nuit suivante, Wilhelm Olbers put également l'observer à Brême. Von Zach écrivit à Olbers : « *Vous avez eu le plaisir de constater avec quelle précision les observations de Cérès coïncident avec les ellipses de M. Gauss. Veuillez annoncer ce résultat aux savants dignes de ce nom, avec l'expression de ma plus haute considération. Sans sa laborieuse recherche sur l'orbite elliptique de cette planète, nous n'en aurions probablement pas retrouvé la trace.* »

On touchait maintenant au but : Cérès était bien la planète qu'on cherchait entre Mars et Jupiter. De plus, sa distance moyenne au Soleil correspondait presque exactement aux prévisions de la loi de Titius-Bode. Cet événement, comme Gauss le raconta plus tard, fit de lui un astronome. Il devait par la suite entretenir une solide amitié avec Olbers à Brême. Au cours de l'année 1803, Zach lui dispensa à l'observatoire de Gotha un enseignement complet en astronomie pratique. A cette époque, les découvertes d'astéroïdes allaient bon train, et Gauss fit alors office de « calculateur » déterminant l'orbite de chaque nouvel objet céleste. Olbers réunissait soigneusement toutes les données d'observation pour les faire parvenir à Gauss. Grâce à sa méthode révolutionnaire, ce dernier était désormais capable de prévoir la position des astéroïdes.

Le 28 mars 1802, Olbers découvrit Pallas, astéroïde aussi éloigné du Soleil que Cérès. Il émit alors l'hypothèse que ces deux corps célestes puissent être les fragments d'une grande planète qu'il nomma Phaéton. Le 1er



La galaxie à spirale barrée NGC 1365, dans la constellation Fornax. Son noyau est traversé par une barre aux extrémités de laquelle se déploient les bras de la spirale, toujours selon un angle droit. Cette géométrie va nous aider à découvrir le principe d'ordonnement des satellites des planètes.

septembre 1804, Karl Ludwig Harding fit à Lilienthal la découverte de Junon, suivie enfin, le 29 mars 1807, de celle de Vesta, également par Olbers. On ne découvrit alors plus d'astéroïde pendant au moins quelques décennies. En juillet 1807, Gauss fut nommé professeur d'astronomie à Göttingen, tout en assumant les fonctions de directeur de l'observatoire de la ville. C'est là qu'il rédigea et publia en 1809 sa *Theoria motus corporum caelestium in sectionibus conicis solem ambientium*, qui complète d'une certaine manière sa *Théorie du mouvement des corps célestes selon les lois de Kepler*. Malheureusement, l'observatoire privé de Schröter à Lilienthal, véritable quartier général de la chasse aux astéroïdes, fut entièrement détruit en 1813 par les troupes de l'envahisseur français.

La géométrie des systèmes planétaires et lunaires

Gauss avait, dans un premier temps, qualifié la loi de Titius-Bode de « jeu de l'imagination », pour ensuite la voir confirmée par la découverte des astéroïdes. Cependant, une question restait toujours sans réponse, celle de l'espace vide entre Mercure ($n = -\infty$) et Vénus ($n = 0$), dans la mesure où, selon la loi de Titius-Bode, une multitude sans fin de nou-

velles planètes avec des « nombres de quantum » n négatifs pourrait bien graviter autour du Soleil. Néanmoins, ces orbites ne sont occupées par aucun corps, du moins selon nos connaissances d'alors comme celles d'aujourd'hui. La loi de Titius-Bode fut aussi mise en défaut par les chercheurs contemporains qui tentèrent de l'appliquer aux satellites des planètes. En fait, les distances des satellites à leurs planètes portent sans aucun doute la signature d'une progression géométrique. S'inspirant de la loi Titius-Bode, ces distances pourraient se formuler ainsi :

$$d = a + (b \times c^n) \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots).$$

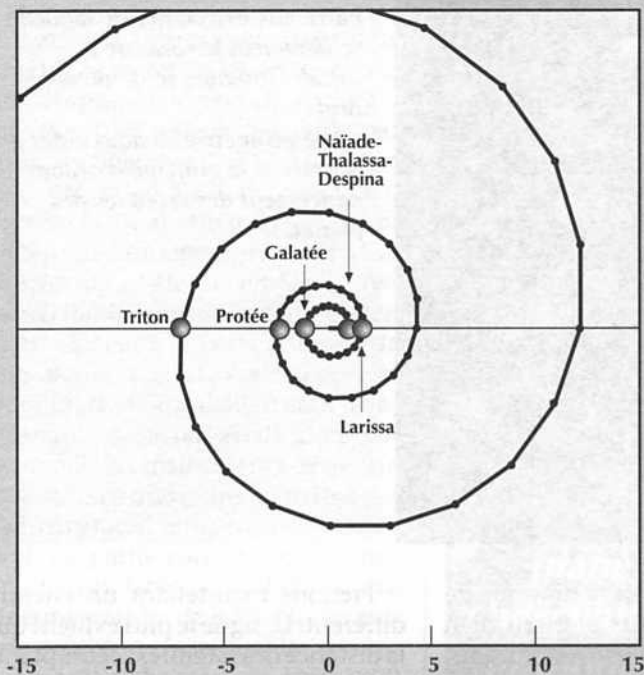
Pourtant, contrairement aux distances des planètes, le nombre entier 2 ne peut servir de base à la progression géométrique c^n . Dans chaque système satellitaire, les paramètres a , b et c sont indépendants. Etant donné qu'aucune valeur de a , b et c ne donne les distances des satellites avec autant de précision que ne le fait la loi de Titius-Bode pour les planètes, plusieurs études récentes ont tenté d'appliquer une version plus large, plus générale de cette loi, à l'image de la « formule de Blagg-Richardson ». Sans entrer dans les détails, disons que cette formule permet une bonne estimation des orbites réelles des satellites. Toutefois, le nombre de paramètres libres à ajouter pour que le résultat « colle » à la réalité est même plus important que le nombre d'épicycles dans la théorie planétaire de Ptolémée.

Prenons maintenant un chemin différent. Le signe le plus évident que la distance des satellites à leurs planètes suit une progression géométrique réside dans le fait que plus cette distance diminue, plus les satellites s'inscrivent suivant une échelle logarithmique. En d'autres termes, dans une progression géométrique stricte, l'éloignement par rapport au centre devrait toujours augmenter selon un même facteur, ce qui ne vaut en fait que pour les satellites très éloignés de leurs planètes. Ce facteur décroît constamment pour les satellites les plus proches jusqu'à approcher la valeur de 1, de telle manière que deux satellites proches l'un de l'autre devraient être pratiquement aussi éloignés de leur planète.

Cela fait néanmoins longtemps que l'on côtoie ce type de relation en astronomie, en l'occurrence dans les galaxies spirales. En effet, nombre de ces galaxies ont la forme d'une spirale logarithmique parfaite. Imaginons une droite passant par le noyau et observons les intersections de celle-ci avec la spirale, les distances à partir du centre augmenteront selon une progression géométrique. La ligne droite coupe la spirale avec un angle toujours identique, appelé « angle d'ouverture ».

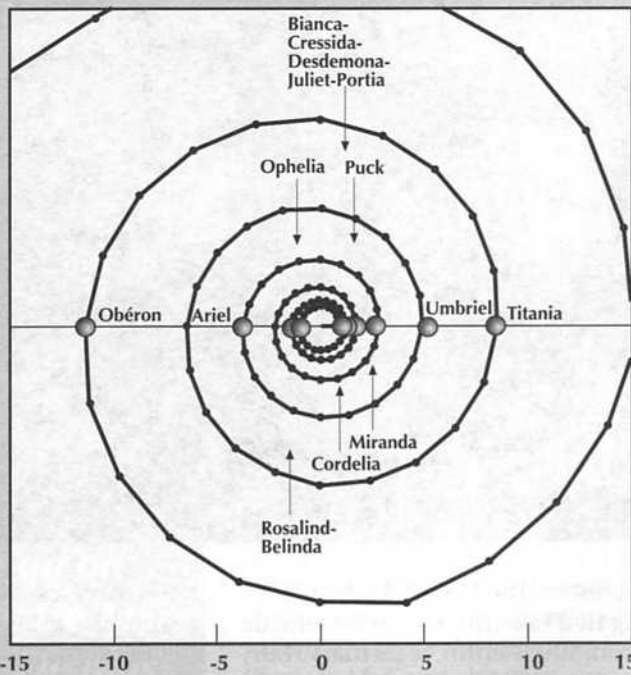
Toutefois, il n'est pas rare d'observer un type cousin de galaxie spirale, appelé spirale barrée. Son noyau est traversé par une barre aux extrémités de laquelle se déploient les bras de la spirale, toujours selon un angle droit

Figures 1 - Les satellites



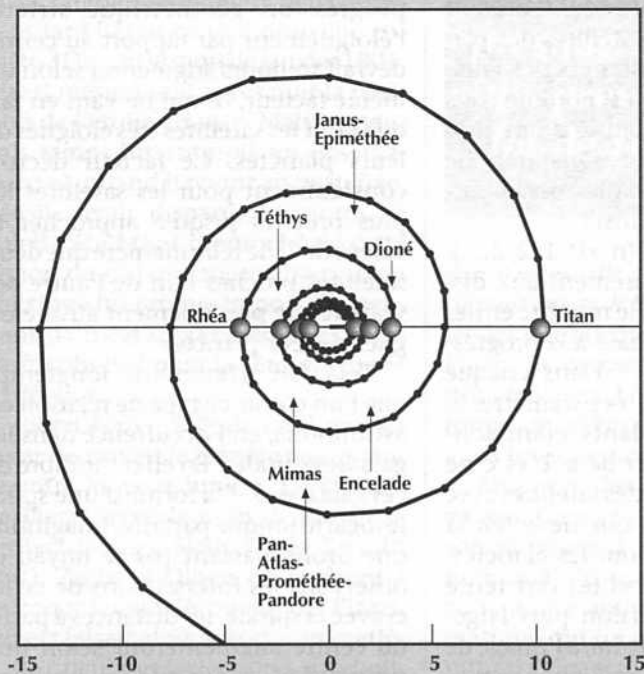
Les satellites de Neptune

Distances en diamètres de la planète
Spirale barrée (o = 1,700)



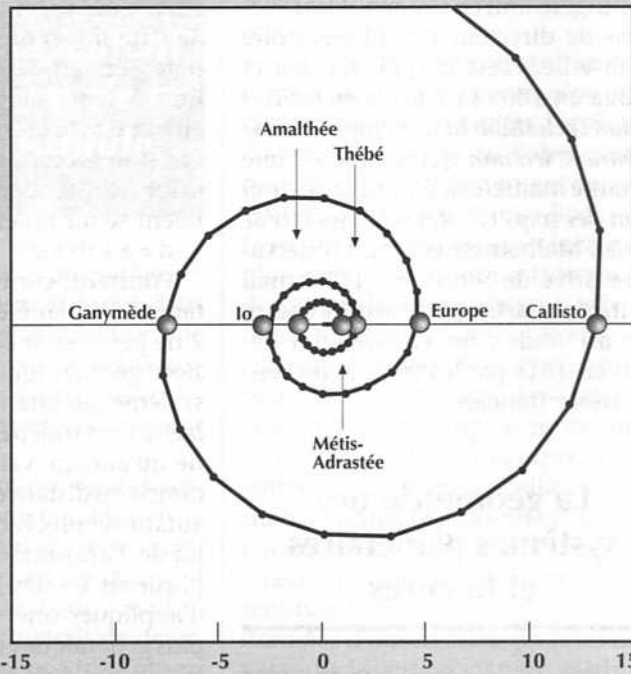
Les satellites d'Uranus

Distances en diamètres de la planète
Spirale barrée (o = 1,328)



Les satellites de Saturne

Distances en diamètres de la planète
Spirale barrée (o = 1,353)

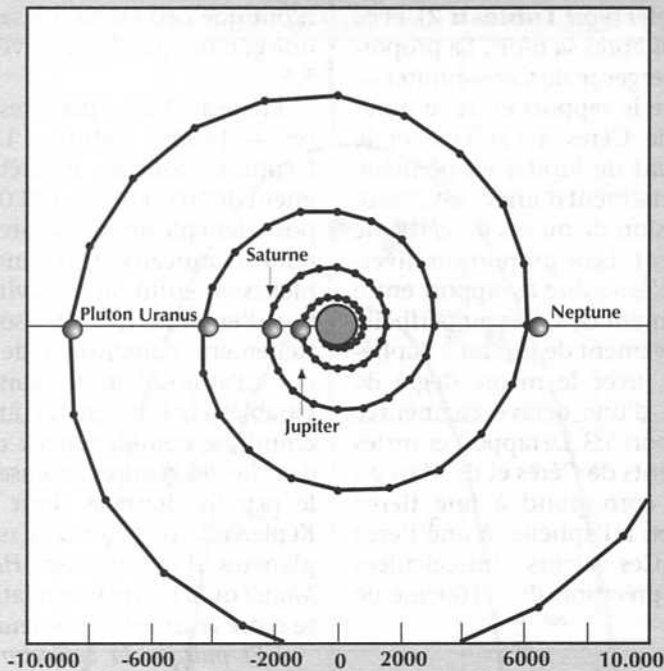


Les satellites de Jupiter

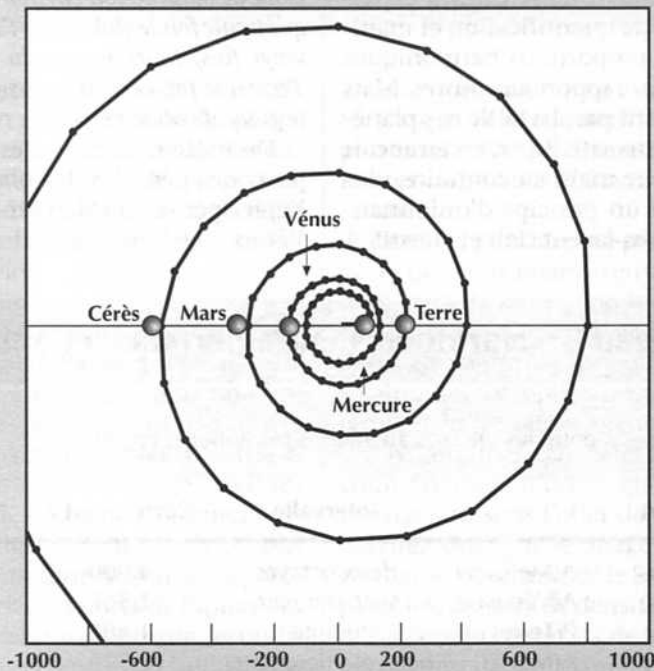
Distances en diamètres de la planète
Spirale barrée (o = 1,725)

Le diamètre planétaire, ou « barre », à partir duquel se déploie la spirale, se prolonge aux extrémités. Les intersections entre la droite ainsi formée et les bras de la spirale définissent les distances des satellites avec une grande précision. L'angle d'ouverture est désigné par la lettre o.

Figure 2 - Les planètes



Les planètes extérieures
Distances en diamètres solaires
Spirale barrée ($\alpha = 1,405$)



Les planètes intérieures
Distances en diamètres solaires
Spirale barrée ($\alpha = 1,405$)

(un angle d'ouverture de 90°). A proximité de la barre, les bras de la spirale décrivent pratiquement un cercle ; ils changent de forme à mesure qu'on s'éloigne du centre pour finalement tendre asymptotiquement vers une spirale logarithmique. Très schématiquement, la règle de calcul de distance qui en résulte peut s'exprimer comme un cosinus hyperbolique (cosh), proche parent de la fonction exponentielle :

$$d = a \times \cosh(c \times n) \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Pour chaque système satellitaire, seuls deux paramètres, a et c , restent aléatoires. Dans la spirale barrée, la longueur de la barre correspond à a , tandis que c désigne le taux asymptotique d'extension. Il résulte que les orbites des satellites d'une planète suivent précisément le schéma de la spirale barrée, avec la longueur de la barre égale au diamètre de la planète autour de laquelle ils gravitent.

La **figure 1** révèle une similitude frappante avec les orbites réelles des satellites, bien qu'on ne dispose que d'une seule variable indépendante. Nous reportons sur ces graphiques tous les satellites se trouvant à une distance inférieure à 15 diamètres planétaires, à l'exception d'Hypérior, satellite irrégulier de Saturne. La **figure 2** représente le schéma de la spirale barrée appliqué aux planètes, dans lequel — contrairement à ce que décrit la loi de Titius-Bode — Neptune et Pluton viennent à présent s'intégrer. Ici, la longueur de la barre est approximativement cinquante fois le diamètre du Soleil. (Il faut naturellement garder à l'esprit que les galaxies en spirale barrée possèdent deux bras.)

Harmonies et résonances

N'oublions pas l'idée que développe Kepler dans *Harmonices Mundi* selon laquelle nous percevons, lorsque nous étudions les distances planétaires, « le premier frémissement de l'harmonie », véritable « encouragement à poursuivre nos recherches ». Pourtant, les causes profondes de l'architecture du système solaire résident principalement dans les périodes de rotation des planètes et leurs harmonies :

« Et raisonnablement, si nous examinons avec soin la chose plus diligemment, il apparaîtra qu'il n'est pas très vraisemblable que le très savant Créa-

teur procurât seulement des harmonies entre les chemins planétaires eux-mêmes. En effet, s'il y a des proportions harmoniques des chemins, alors toutes les particularités de ces planètes seront enfermées et liées à partir de ces chemins, de sorte qu'il n'y aurait pas lieu de s'occuper ailleurs des harmonies. Mais qu'en est-il des harmonies entre les chemins ; ou qui percevra ces harmonies ? Il y en a deux qui nous découvrent les harmonies dans les choses naturelles, la lumière et le son. La première est reçue par les yeux ou par les sens cachés analogues des yeux, la seconde par l'oreille ; et quand les pensées perçoivent celles-ci, soit par l'instinct (au sujet de quoi [traite] abondamment le livre IV), soit par le raisonnement astronomique ou harmonique, on distingue alors le mélodieux du dissonant. Maintenant, il n'existe aucun son dans le ciel, et le mouvement n'est pas si turbulent au point qu'un son aigu soit excité à partir du souffle céleste. Il reste la lumière : si celle-ci doit nous instruire au sujet des chemins des planètes, elle instruira ou les yeux, ou un analogue sensoriel à eux, placé à un endroit déterminé (...).

« Donc, tout cela réunis en un seul point de vue, les véritables chemins des planètes à travers le souffle éthéré étant abandonnés, je suis arrivé à la juste conclusion qu'il fallait tourner nos yeux vers les arcs diurnes apparents à partir d'un endroit déterminé et remarquable du monde, à savoir à partir du corps même du Soleil, source de tous les mouvements des planètes. »

Ainsi, Kepler s'intéressa à la vitesse angulaire des planètes, et certainement pas du point de vue du centre vide de l'ellipse, mais plutôt de son foyer, qu'il associe à la position du Soleil. Les vitesses angulaires varient en fonction de la distance des planètes au Soleil, si bien que le rayon vecteur de la planète couvre toujours, pour chaque unité de temps, un espace équivalent sur l'ellipse. Kepler rendit compte de ce phénomène dans son *Astronomia Nova*, ce qui est connu aujourd'hui comme la deuxième loi de Kepler.

Par conséquent, il s'attaqua au problème des valeurs extrêmes de ces vitesses angulaires : d'abord au point le plus rapproché du Soleil, le périhélie, puis en son point le plus éloigné, l'aphélie. Il prit enfin pour chaque paire de planètes voisines le rapport entre le mouvement de l'une à l'aphélie et le mouvement de l'autre au périhélie.

Kepler en tira des harmonies musicales étonnantes, hormis pour les relations Mars-Jupiter. Cependant, l'astéroïde Cérès vint spectaculairement combler ce vide dans le système de Kepler (voir **Tableau 2**), et ce longtemps après sa mort. La proportion convergente de Cérès-Jupiter — c'est-à-dire le rapport entre le mouvement de Cérès à l'aphélie et le mouvement de Jupiter au périhélie — est précisément d'une octave, avec une précision de moins de 1/10^{ème} de pourcent. Leur proportion divergente — c'est-à-dire le rapport entre le mouvement de Cérès au périhélie et le mouvement de Jupiter à l'aphélie — est, avec le même degré de précision, d'une octave augmentée par le rapport 5:3. Le rapport entre les mouvements de Cérès et de Mars au périhélie correspond à une tierce majeure et, à l'aphélie, à une tierce mineure. Ces valeurs sont calculées avec une précision de 1/100^{ème} de pourcent.

L'orbite détermine la masse

Les orbites des satellites et des planètes semblent donc obéir à certaines règles de quantification et manifester des proportions harmoniques les unes par rapport aux autres. Mais cela ne suffit pas. La taille des planètes et de leurs satellites n'est en aucun cas aléatoire mais, au contraire, correspond à un principe d'ordonnement sous-jacent clair et effectif. A

première vue, il est frappant de voir que les orbites de planètes proches du Soleil — Mercure, Vénus, Terre et Mars, toutes de diamètre relativement petit (de 5000 km à 13.000 km) — n'ont que peu ou pas de satellites et une gravité spécifique élevée de 3,9 à 5,5.

En revanche, les planètes extérieures — Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune, dont les diamètres atteignent de 50.000 km à 140.000 km — possèdent plusieurs satellites, des systèmes d'anneaux plus ou moins complexes et, enfin, une gravité spécifique d'environ 1,7. Elles sont essentiellement constituées de gaz. En outre, l'atmosphère des planètes comparables à la Terre est de composition chimique complètement différente de celle des géantes gazeuses. Malgré le peu de données dont disposait Kepler relativement à la nature des planètes, il affirme dans *Harmonices Mundi* qu'il existe une relation étroite entre leurs orbites et leurs tailles :

« Et puisque la conjecture est très vraisemblable (certes appuyée sur des démonstrations géométriques et sur la doctrine des causes des mouvements planétaires rapportée dans les commentaires sur Mars), que les masses des corps des planètes sont dans la proportion des temps périodiques, de telle sorte que le globe de Saturne soit environ plus grand que trente fois le globe de la Terre, Jupiter vingt fois, Mars moins du double, la Terre une fois et demie plus grande que le globe de Mercure. »

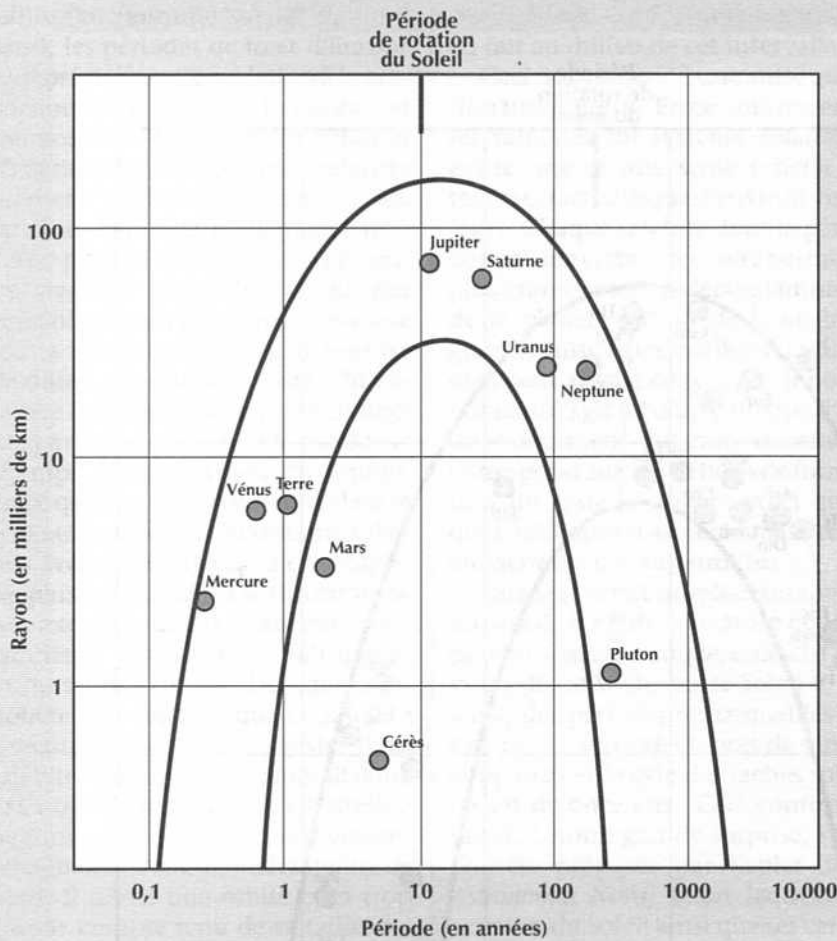
De toute évidence, c'est aux rapports des périodes des planètes que Kepler pense ici (Mercure : 0,24 an, Vénus : 0,62 an, Terre : 1 an, Mars :

Tableau 2 - Harmonies entre périhélie et aphélie

Rapports entre les vitesses angulaires (A=aphélie, P=périhélie)

Rapport	Intervalle	Correspond à	Mesuré
P(Vénus) : A(Mercure)	deux octaves	4,000	4,015
A(Terre) : A(Vénus)	sixte mineure	1,587	1,593
A(Mars) : P(Terre)	quinte	1,498	1,502
A(Cérès) : A(Mars)	octave + tierce maj.	2,520	2,521
P(Cérès) : P(Mars)	octave + tierce min.	2,378	2,379
A(Jupiter) : P(Cérès)	octave	2,000	2,001
P(Saturne) : P(Jupiter)	octave + tierce maj.	2,520	2,518
A(Neptune) : A(Uranus)	octave + demi-ton	2,119	2,121
A(Neptune) : A(Pluton)	ton	1,122	1,122

Figure 3 - Les planètes du système solaire



1,9 an, Jupiter : 12 ans et Saturne : 29 ans). Si l'on met en rapport les périodes des planètes avec leurs diamètres, on constate, comme le suspectait Kepler, que l'accroissement de la taille des planètes est proportionnel à celui de leur période (**Figure 3**).

Cependant, on atteint avec Jupiter un diamètre maximum, et les planètes plus éloignées sont de taille décroissante. Du fait du petit nombre de planètes, on ne saurait tirer ici des conclusions hâtives. Mais n'existe-t-il pas un grand nombre de satellites qui, grâce à Voyager, pourraient apporter quelques éléments de réponse ? Prenons tour à tour et séparément les seize satellites de Jupiter, les dix-huit satellites de Saturne, les quinze d'Uranus et, enfin, les huit satellites de Neptune. Nous retombons à chaque fois sur le même ordonnancement que nous avons observé à propos des planètes : plus les satellites se trouvent éloignés de leur planète, plus leurs périodes augmentent ainsi que leurs diamètres jusqu'à at-

teindre une valeur maximale ; ensuite, lorsque l'éloignement est encore plus important, les diamètres des satellites commencent à nouveau à diminuer.

Certains pourraient à présent supposer que cette relation entre la taille d'un satellite et sa période trouve sa cause dans les circonstances particulières de la formation du système solaire. Les astrophysiciens font intervenir ici certaines régularités hydrodynamiques qui déterminent le comportement d'un nuage de gaz se contractant sous l'effet de sa propre gravité. Alors que le nuage de gaz se condense pour former le Soleil et les planètes, des pics de densité accidentels à certains endroits de l'enveloppe gazeuse de ces planètes, dus à la gravité, pourraient donner progressivement naissance à des satellites. Peut-on alors imaginer que l'on aboutisse toujours, selon un processus aussi complexe, à la relation entre période et diamètre décrite plus haut ?

Mais, attention, les planètes géan-

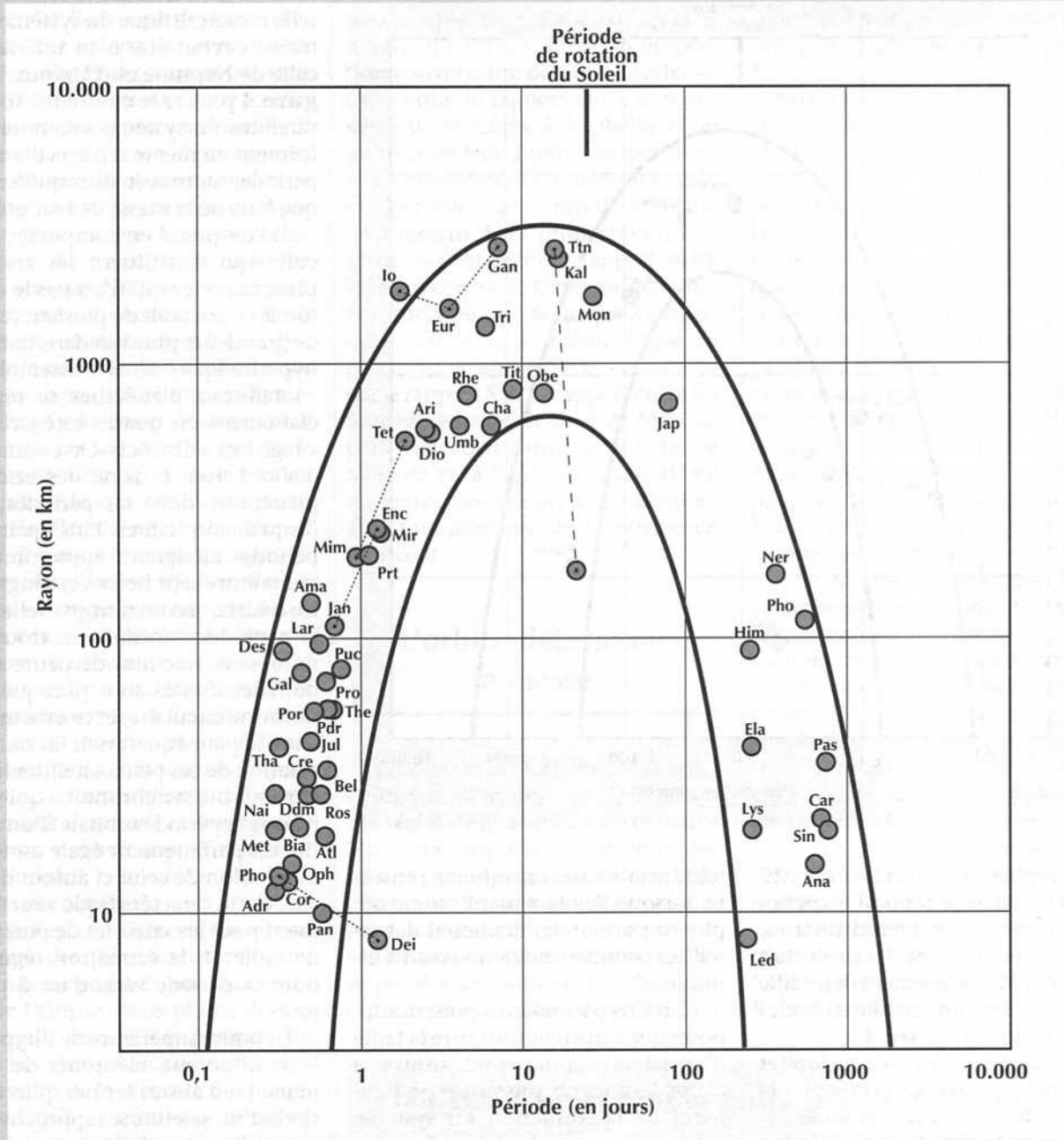
tes ont des masses assez différentes. Celle de Jupiter, par exemple, est vingt fois supérieure à celle d'Uranus et de Neptune. En conséquence, d'après la loi de la gravitation, l'échelle temporelle caractéristique du système jupitérien devrait être bien inférieure à celle de Neptune et d'Uranus. La **figure 4** prouve le contraire. Tous les satellites du système solaire se conforment au même schéma diamètre-période, montrant ainsi qu'ils n'ont que faire de la masse de leur planète.

Si l'on prend en compte les particules qui constituent les anneaux planétaires, ce qui n'est pas le cas ici (on les trouverait de plusieurs ordres de grandeurs plus bas dans la bande hyperbolique), alors l'ensemble des « satellites » planétaires se répartit clairement en quatre catégories ou « registres » distincts. On commence d'abord avec la zone des anneaux planétaires dont les périodes vont jusqu'à cinq heures. Puis, quand les périodes atteignent approximativement entre sept heures et vingt-quatre heures, recouvrant partiellement la zone des anneaux, on trouve de nombreux satellites de petite taille, dont les orbites sont pratiquement de forme circulaire, et ce exactement dans le plan équatorial. En outre, la rotation de ces petits satellites intérieurs est dite synchrone, ce qui signifie que la période orbitale d'un satellite est parfaitement égale au temps de rotation de celui-ci autour de son axe. Cette caractéristique vaut également pour les satellites de plus grande taille et de formation régulière, dont la période varie d'un à trente jours.

La limite supérieure de l'hyperbole se situe aux alentours de vingt jours. En d'autres termes, plus la période d'un satellite se rapproche d'un intervalle de quinze à vingt jours, plus sa taille augmente. Les satellites nains, d'un diamètre égal ou inférieur à 100 km, n'ont pas leur place ici. On trouve enfin, bien loin sur la courbe, avec des périodes de plusieurs centaines de jours, divers petits satellites de formation irrégulière, à la gravitation excentrique et dont les axes orbitaux pointent dans différentes directions du ciel. On suppose que ces satellites extérieurs, ainsi peut-être qu'un ou deux des satellites intérieurs plus petits, sont des astéroïdes capturés.

Il faut reconnaître l'existence de deux exceptions particulièrement

Figure 4 - Les satellites du système solaire



Abbr.	Nom	Io	Io	Jap	Japet	Ddm	Desdemona	Ner	Néréide
		Cal	Callisto	Mim	Mimas	Jul	Juliet	Prt	Protée
Terre		Led	Leda	Pan	Pan	Mir	Miranda	Tha	Thalassa
Lune	Lune	Lys	Lysithéa	Pdr	Pandore	Obe	Obéron	Tri	Triton
		Met	Métis	Phé	Phoebé	Oph	Ophelia		Pluton
Mars	Deimos	Pas	Pasiphaé	Pro	Prométhée	Por	Portia	Cha	Charon
	Phobos	Sin	Sinope	Rhé	Rhéa	Puc	Puck		
Jupiter		The	Thébé	The	Téthys	Ros	Rosalind		
Adr	Adrastée			Tit	Titan	Tit	Titania		
Ama	Amalthée	Saturne		Umb	Umbriel				
Ana	Ananke	Atl	Atlas			Neptune			
Car	Carme	Dio	Dioné	Ari	Ariel	Des	Despina		
Ela	Elara	Enc	Encelade	Bel	Belinda	Gal	Galatée		
Eur	Europe	Epi	Epiméthée	Bia	Bianca	Lar	Larissa		
Gan	Ganyèmède	Hyp	Hypérior	Cor	Cordelia	Nai	Naiade		
Him	Himalia	Jan	Janus	Cre	Cressida				

Les trois petits satellites de Saturne, Télésto et Calypso (les deux co-orbitaux avec Téthys), ainsi que Héléne (co-orbital avec Dioné) sont les seuls à ne pas être représentés sur cette figure. Quand il y a plusieurs satellites sur la même orbite, seul est représenté le plus grand.

intéressantes. Premièrement, tous les satellites qui échappent nettement au schéma période-diamètre se trouvent en résonance avec un autre satellite (en pointillé sur les figures). Ainsi, les périodes de Io et d'Europe sont précisément en relation à la proportion de 1:2, celles de Phobos et Deimos de 1:4 et celles de Titan et Hypérion de 3:4. Ces particularités méritent plus ample réflexion. Io, satellite de Jupiter au diamètre trop grand pour sa période, est un monstre crachant du soufre, à l'activité volcanique bien plus importante que toutes les autres planètes et tous les satellites du système solaire. On explique habituellement ce phénomène par la violence des puissants champs gravitationnels de Jupiter. En ce qui concerne Hypérion, il est le seul satellite connu du système solaire à avoir une trajectoire chaotique. De plus, sa période et la direction de son axe de rotation changent constamment, sans parler du fait que sa forme semble être proche d'une cacahouète. On suppose que ce satellite de Saturne constitue les restes d'un satellite désintégré. Il ne faudrait donc pas trop s'étonner qu'un tel satellite ne s'intègre pas au schéma d'ensemble. Quant à Deimos, petit satellite de Mars, il décrit une orbite bien trop grande compte tenu de sa taille. Au vu de leur surface exceptionnellement obscure, Phobos et Deimos sembleraient être des candidats prometteurs pour rentrer dans la catégorie des astéroïdes capturés.

On peut dire, somme toute, qu'un satellite d'une certaine taille ne peut graviter que selon une trajectoire telle que sa période corresponde à l'une des deux possibles. Autrement dit, il existe pour chaque satellite, en fonction de sa taille, deux domaines orbitaux, comparables aux deux directions possibles de spin pour l'électron.

Considérons, par exemple, Phobé, satellite de Saturne. Son rayon est d'un peu plus de 100 km et sa période de cinq cent cinquante jours. Si l'on se reporte à notre schéma période-diamètre, Phobé pourrait également exister, étant donné sa taille, comme un satellite intérieur dont la période serait comprise entre quelques heures et deux jours maximum. Autrement dit, si l'on en reste à sa rotation, Phobé est toujours à la même hauteur, mais cette fois exactement dans le bras gauche de l'hyperbole, juste

au-dessus de Galatée (Gal), satellite de Neptune. Toutefois, la rotation axiale de Phobé n'est pas synchrone avec son orbite autour de Saturne, et cette période — à 9,4 jours — s'inscrit en fait au milieu de cet intervalle.

Ceci nous amène à une autre question intéressante. En ce qui concerne les satellites du système solaire, il existe une et une seule échelle de temps caractéristique d'environ vingt jours. Chaque satellite dont la période avoisine cette valeur sera parmi les plus grands, assez indépendamment de la planète autour de laquelle il gravite. Puisque les satellites capturés obéissent aussi à cette règle, il pourrait bien s'agir ici d'un principe d'ordonnement qui non seulement correspond aux conditions de formation du système solaire voici quelques milliards d'années, mais reste efficient encore aujourd'hui.

Quant à l'orbite des planètes autour du Soleil, il existe une autre échelle de temps caractéristique, celle-ci d'environ dix ans. Or, notre Soleil a, lui aussi, des périodes remarquables : il tourne sur son axe en près de vingt-cinq jours et le cycle des taches solaires est de onze ans ! Cela confirmerait-il, à notre grande surprise, l'hypothèse proposée par Kepler dans *Astronomia Nova*, selon laquelle la rotation du Soleil ainsi que ses caractéristiques magnétiques déterminent la trajectoire des planètes ?

Les résonances et la série de Fibonacci

Une particularité frappante du mouvement des corps connus du système solaire (planètes, satellites, astéroïdes ou anneaux) est la surprenante abondance de résonances. On retrouve ce phénomène, par exemple, dans la résonance de 1:1 entre la période orbitale et le temps de rotation de la majorité des soixante-et-un satellites connus dans le système solaire. C'est ainsi que si on observait les satellites depuis leur planète correspondante, on en verrait toujours la même face, de même que nous voyons toujours la même face de la Lune.

On a ensuite une série de paires de satellites voisins dont les périodes sont exactement en rapport de 2:1 — comme, par exemple, Ganyède-

Europe, Europe-Io, Dioné-Encelade, Encelade-Janus, Téthys-Mimas, Protée-Larissa. D'autres satellites voisins ont des rapports de périodes orbitales de 3:2, 4:3, 5:3, ou même 4:1, à l'instar des deux satellites de Mars, Deimos et Phobos. Les résonances sont si nombreuses que plus personne ne qualifie sérieusement le phénomène de « jeu de hasard ». Certains pensent pouvoir l'expliquer, dans une certaine mesure, avec les effets gravitationnels. Mais en prenant cas par cas, on voit mal comment expliquer pourquoi les résonances de Jupiter dans la ceinture d'astéroïdes induisent des écarts significatifs, tandis que certaines résonances du satellite Mimas dans les anneaux de Saturne mènent à des amplifications.

Les résonances des planètes ne sont pas d'un moindre intérêt. Prenons, par exemple, Mercure qui possède une propriété assez similaire avec la rotation synchrone des satellites proches de leurs planètes. La période de son orbite autour du Soleil est de 87.969 jours, et le temps qu'elle met pour tourner autour de son axe, de seulement 58.646 jours. Comme dans le cas des satellites synchrones, nous nous intéressons à ce que les périodes orbitales et de rotation s'accordent parfaitement. Cependant, cette fois-ci, la résonance n'est pas de 1:1 mais de 3:2. Quand Mercure a tourné trois fois sur son axe, elle a tourné exactement deux fois autour du Soleil.

En complément des périodes orbitales et de rotation, on doit évidemment compter un troisième paramètre, la révolution synodique, si l'on veut comprendre les interactions harmoniques entre les formes de mouvement de Mercure, Vénus, la Terre et Mars. Ce dernier paramètre correspond au temps apparent de rotation ou d'orbite du point de vue relatif d'un autre système en rotation ou en orbite. La durée du jour sur la surface d'une planète est un exemple de révolution synodique.

En ce qui concerne les planètes à rotation lente, la durée du jour est parfois fort différente du temps de rotation. Quand, par exemple, Mercure achève une rotation de 360° sur son axe en 58.646 jours, elle a accompli, dans le même laps de temps, les deux tiers de sa course autour du Soleil, soit un angle de 240°. Du point de vue d'un habitant de Mercure, le Soleil n'a progressé dans le ciel mercurien que de 360° - 240° = 120°. Ce

n'est donc pas un « jour de Mercure » qui s'est écoulé mais un tiers de jour. La révolution synodique (S), ou jour court de Mercure, est donc trois fois plus longue que son temps de rotation (R), soit exactement le double de sa période autour du Soleil (O), c'est-à-dire :

$$S(\text{Mercure}) : O(\text{Mercure}) = 2:1$$

$$O(\text{Mercure}) : R(\text{Mercure}) = 3:2$$

Maintenant, intéressons-nous à Vénus. Les résonances sont peut-être plus subtiles, mais d'autant plus impressionnantes. Vénus tourne autour du Soleil en 224,701 jours. Mais quel est le rapport de cette orbite à la rotation de Vénus sur son axe ? Mercure tourne très lentement (58,65 jours), en comparaison avec toutes les planètes, satellites et astéroïdes du système solaire. Or, Vénus se permet d'accomplir un tour complet sur son axe en 243,16 jours. Lorsqu'une planète tourne aussi lentement, on pourrait croire qu'il y a peu de vent là-haut. Eh bien, c'est faux : l'atmosphère dense de Vénus est cinquante fois plus vélocité qu'en surface. Mais il y a plus : Vénus a une fausse rotation. Elle tourne dans le sens inverse par rapport aux autres planètes. En outre, son temps de rotation est exactement en accord avec une orbite autour du Soleil, pas la sienne pour une fois, mais celle d'une voisine, la Terre, dont la période (365,256 jours) est en résonance de 3:2 avec le temps de rotation de Vénus.

Les périodes orbitales de la Terre et de Vénus comparées à leurs révolutions synodiques (c'est-à-dire la durée écoulée entre deux moments où la distance entre Vénus et la Terre est la plus courte) donnent les rapports suivants, avec une marge d'erreur très faible :

$$S(\text{Vénus, Terre}) : O(\text{Terre}) = 8:5$$

$$O(\text{Terre}) : O(\text{Vénus}) = 13:8.$$

Si l'on s'intéresse de la même manière aux planètes voisines Jupiter et Neptune, on obtient :

$$S(\text{Jupiter, Saturne}) : O(\text{Saturne}) = 3:2$$

$$O(\text{Jupiter}) : S(\text{Jupiter, Saturne}) = 5:3.$$

D'autres résonances entre le temps de rotation et la période sont données dans le **tableau 3**.

Dans l'ensemble, ces résonances ont une propriété qui frappe l'œil de tout connaisseur de la peinture de la Renaissance, de construction des solides platoniciens ou encore de la

géométrie de nombreuses plantes et formes animales. En effet, il s'agit bien de proportions découlant de la série de Fibonacci, dans laquelle la somme de deux nombres voisins donne toujours le nombre qui suit :

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21...

Plus on avance dans les paires d'éléments voisins de la série de Fibonacci, plus on s'approche de la Section d'or.

Gulliver et Mars

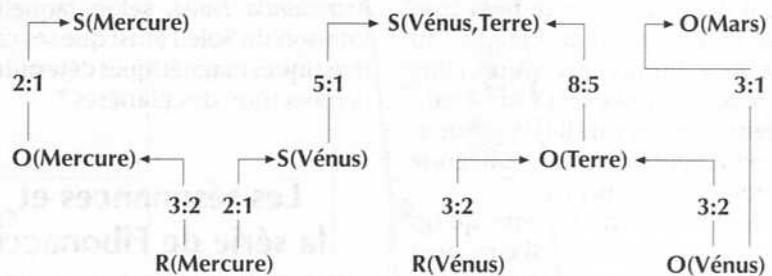
A son arrivée à Laputa, le personnage de Jonathan Swift y rencontre des indigènes peu banals, tous astronomes et de comportement bizarre. Leur premier sujet de conversation ne porte jamais sur le temps qu'il fait mais sur l'état du Soleil — que tout se passe bien avec le Soleil ou qu'il soit sur le point d'exploser. Les oreilles des habitants sont si sensibles qu'ils

peuvent entendre la musique planétaire des sphères, qu'ils accompagnent parfois avec leurs propres instruments. Quoi qu'il en soit, Gulliver les juge bons astronomes. Il paraît même qu'on leur doit la découverte d'une « paire de petits » satellites » qui tournent autour de Mars. Celui des deux qui a l'orbite la plus courte est distant d'exactly trois diamètres du centre de la planète principale, l'autre de cinq diamètres. Le premier met dix heures à parcourir son orbite entière, le second, vingt et une heure et demie, de sorte que le carré de leurs temps de révolution est à très peu de chose près proportionnel au cube de leur distance au centre de Mars (...).

C'est en 1726 et de toute évidence inspiré par les travaux de Kepler que Swift écrivit ces lignes. Quelque cent cinquante années plus tard, l'astronome américain Asaph Hall découvrit à Washington que Mars avait deux satellites, plus tard baptisés Phobos et Deimos, dont les périodes,

Tableau 3 - Les résonances planétaires

1. Le système des planètes intérieures



2. Le système Jupiter-Saturne

$$O(\text{Jupiter}) : S(\text{Jupiter, Saturne}) = 5:3 \quad S(\text{Jupiter, Saturne}) : O(\text{Saturne}) = 3:2$$

3. Le système des planètes extérieures

$$O(\text{Uranus}) : S(\text{Neptune, Pluton}) = 2:1 \quad S(\text{Neptune, Pluton}) : O(\text{Pluton}) = 2:1$$

Les relations données ici s'établissent entre la révolution synodique (S), la période orbitale (O) et le temps de rotation axiale (R). La révolution synodique est en fonction du Soleil sauf indication contraire.

Toutes les relations sont calculées à partir des suites de Fibonacci :

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,...

La somme de chaque paire adjacente détermine le nombre suivant. Plus on avance dans la suite, plus le rapport entre deux nombres voisins s'approche de la proportion d'or.

contrairement à la Lune ou aux grands satellites de Jupiter, ne dureraient pas des semaines, mais seulement huit heures pour Phobos et trente heures pour Deimos.

Coïncidence ? Le débat fit rage après la découverte de Hall. Toujours est-il que la source de Swift en ce qui concerne la description des satellites de Mars est fort probablement Kepler, pour lequel l'existence des satellites n'était pas le fruit du hasard mais semblait plutôt provenir, d'une manière ou d'une autre, de la composition harmonique du système solaire.

Après s'être procuré le *Messenger Céleste* de Galilée, Kepler écrit en 1610 dans ses *Conversations avec le messager sidéral* les lignes suivantes :

« J'aimerais tant avoir en ce moment un télescope à ma disposition, avec lequel je pourrais vous devancer dans la découverte de deux satellites de Mars (comme la relation l'exige, selon moi) et

six ou huit satellites de Saturne, et peut-être un pour Mercure et Vénus.

« Pour cette recherche, pour autant que Mars soit concerné, le meilleur moment sera octobre prochain, où Mars sera en opposition au Soleil et (hormis en 1608) le plus proche de la Terre (...). »

Kepler supposait que la taille des planètes comme leur nombre de satellites augmentaient à raison de leur éloignement du Soleil, peut-être selon une série géométrique (Terre 1, Mars 2, Jupiter 4, Saturne 8). Naturellement, les satellites devaient être relativement petits en comparaison de ceux de Jupiter, car sinon ils auraient été détectés depuis longtemps déjà.

Comme nous le montrons plus haut pour les planètes, Kepler suspectait déjà une corrélation entre la taille des satellites et leur période. D'après cette corrélation, les satellites de Mars devraient avoir une période courte.

La découverte de Neptune

Voici cent cinquante ans, le 23 septembre 1846, Johann Gottfried Galle et un étudiant, Heinrich Ludwig d'Arrest, découvrirent en travaillant sur le réfracteur Fraunhofer de l'observatoire de Berlin une planète d'importance majeure, Neptune. Johann Franz Encke, directeur de l'observatoire, fêtait alors son cinquante-cinquième anniversaire. Au matin, il reçut de l'astronome français Jean-Joseph Leverrier un courrier demandant si « l'infatigable observateur » Galle pourrait consacrer « quelque temps à scruter une région du ciel (...) où il serait possible de découvrir une nouvelle planète. C'est la théorie d'Uranus qui m'avait amené à cette conclusion. »

Leverrier supposait que les excentricités orbitales d'Uranus, connues depuis longtemps déjà, étaient dues à l'influence d'une planète transuraniennne. Tandis que l'Académie parisienne d'astronomie faisait peu de cas de ces spéculations, Galle et d'Arrest entreprirent de passer au crible la région du ciel indiquée, en quête de l'objet non identifié. Ils reçurent dans leur recherche le soutien substantiel de l'Académie berlinoise de cartographie céleste : une carte du ciel effectuée sous la direction de l'observatoire de Berlin et en collaboration internationale. Ses relevés étaient nettement supérieurs à tous les travaux existants, dans la mesure où des étoiles de très faible magnitude y figuraient.

La supériorité indiscutable de l'astronomie berlinoise au milieu du XIX^{ème} siècle est avant tout le fruit des travaux d'Alexandre von Humboldt. Au printemps 1827, il retourna à Berlin, sa ville natale, après un séjour de presque vingt ans à Paris.

Son dessein : « Faire en sorte que Berlin dispose à terme du meilleur observatoire, du meilleur institut de chimie, du meilleur jardin botanique et de la meilleure école de mathématiques fondamentales. Voilà l'objet de mon travail et le fil conducteur de tous mes efforts. »

En émoi après la découverte de Neptune, Humboldt s'interroge dans ses lettres au mathématicien de Königsberg Carl Gustav Jacob Jacobi sur les « dispositions de l'esprit permettant de déterminer en 1846 la position d'une planète transuraniennne. » Sa curiosité portait sur « la subtile influence de l'émergence du courant de pensée sans lequel les lois de mouvement des corps célestes — dans la théorie des épicycles comme dans la gravité universelle — n'auraient jamais été découvertes. »

Quand Emmanuel Kant publie, en 1755, son *Histoire naturelle générale et théorie des cioux*, la présentant comme une contribution à l'avancée des principes newtoniens sur le continent, il évacue sommairement toutes les spéculations relatives aux satellites de Mars, déclarant sans équivoque que, harmonies ou pas harmonies, Mars ne pouvait, d'après les lois de la gravitation universelle, posséder de satellite :

« C'est pourquoi seules les planètes éloignées et de grande masse ont des compagnons. Jupiter et Saturne, les deux planètes les plus grandes et les plus lointaines, possèdent aussi le plus grand nombre de satellites. La Terre, de taille bien plus modeste, n'en est qu'une partie infime ; et Mars, dont l'éloignement lui donne droit à partager ce privilège, est dépourvu de satellite, du fait de sa trop faible masse. »

Là encore, Kant fait fausse route.

Il apparaît clairement que le système solaire n'est pas un simple assemblage de points pourvus d'une masse soi-évidents et soumis, dans l'espace absolu qu'imagine Kant, au jeu aveugle des interactions de deux corps. A l'inverse de cette conception, l'hypothèse de l'existence de principes de composition harmonique a toujours été fructueuse. Relativement aux prémisses de ces principes d'ordonnement, cette remarque de Kepler s'applique tout naturellement :

« Avec cet exemple, je vous incite tous, pénétrés par les disciplines mathématiques et par la connaissance de la philosophie, à entamer la lecture de ce livre ; poursuivez actifs, et annulez une seule des harmonies que j'ai partout établies, permutez-la avec une quelconque ; ou bien essayez si vous vous approchez près de l'astronomie marquée au chapitre IV ; ou bien essayez par la raison si vous pouvez construire quelque chose de meilleur et convenant mieux, et ruiner en tout ou partie la disposition que j'ai élaborée. Quelque chose aura tendu vers la gloire du Créateur et de notre Maître, et que cela vous soit également permis par mon livre ; et j'ai moi-même pris la liberté jusqu'à cette heure de modifier çà et là les choses que j'ai pu saisir, conçues maladroitement par le soin indolent des premiers jours ou par l'ardeur empressée. » ■

Cet article a été traduit de l'anglais par M. Delorme.