

La correspondance de 1845 entre Gauss et Weber

De Weber à Gauss N° 29, 18 janvier 1845.

Très honorable Herr Hofraut',
(...) Depuis quelque temps déjà, je travaille sur un traité que je voudrais présenter à la Société royale de Göttingen, ce travail étant maintenant terminé, je n'oserais cependant pas affirmer que vous allez le trouver correct ni qu'il vaille la peine d'être présenté devant la Société, et je préférerais en tous cas m'en remettre en votre jugement bienveillant. C'est pourquoi je vous le soumet dans l'espoir que acceptiez de bien vouloir l'examiner lorsque vos activités vous le permettront (...)

Avec mes sentiments respectueux,
Leipzig, le 18 janvier 1845,
Votre dévoué Wilhelm Weber.

De Weber à Gauss N° 30, 1er février 1845.

Très honorable Herr Hofraut',
Je viens de constater que dans le manuscrit que je vous ai récemment envoyé, il manque apparemment une note concernant la formule d'Ampère, qui serait nécessaire pour la comprendre. En fait, Ampère a donné une formule sur l'interaction entre deux éléments de courants bien plus générale que celle que je présente ici, ce que je justifie en considérant que la définition du coefficient du second terme que j'ai écarté — définition déduite empiriquement — semble peu acceptable, à cause du manque de fiabilité de la méthode utilisée. De

ce fait, tant qu'il n'a pas de détermination quantitative plus précise, ce coefficient devrait, avec ce raisonnement, être considéré égal à zéro. Si je ne me trompe pas, vous aviez vous-même précédemment émis l'idée qu'il fallait rejeter le coefficient auquel Ampère avait attribué une valeur négative exprimant la répulsion mutuelle de deux éléments de courants alignés.

Avec mes sentiments respectueux,
Leipzig, le 1er février 1845,
Votre dévoué Wilhelm Weber.

De Gauss à Weber N° 31, 19 mars 1845.

Cher ami,
Depuis le début de l'année, mon temps a été tellement pris de diverses manières et l'état de ma santé est tellement peu favorable à un travail soutenu que, jusqu'à présent, je n'ai pas pu aller au bout du petit traité que vous avez été très aimable de me faire parvenir, et que je n'ai pu que survoler une première fois. Cependant, j'ai pu voir que son sujet est identique à celui des recherches dont je me suis occupé de manière très dispersée il y a une dizaine d'années (plus particulièrement dans les années 1834-1836), et donc pour pouvoir porter un jugement approfondi et exhaustif sur votre traité, il ne me suffirait pas de le parcourir, mais il faudrait que je me replonge dans l'étude de mon propre travail de cette époque, ce qui me prendrait un temps considérable du fait qu'en jetant un coup d'œil préliminaire dans mes papiers, je n'ai retrouvé

que quelques notes fragmentaires, bien qu'il en existe encore probablement beaucoup d'autres quoique désordonnées.

Cependant, si après m'être replongé dans un sujet vieux de plusieurs années, je puis me permettre d'exprimer un jugement basé sur des souvenirs, je pense en première approche que si Ampère vivait encore, il protesterait fermement vous voyant exprimer sa loi par la formule :

$$-\frac{\alpha\alpha'}{r^2} ii' \sin\theta \sin\theta' \cos\epsilon \quad (I)$$

alors qu'elle s'exprime par une formule d'un type totalement différent, à savoir :

$$-\frac{\alpha\alpha'}{r^2} ii' \left(\frac{1}{2} \cos\theta \cos\theta' + \sin\theta \sin\theta' \cos\epsilon \right) (II)^2.$$

De même, je ne pense pas qu'Ampère se satisferait de la note que vous avez jointe dans une lettre ultérieure disant que vous justifiez la différence en affirmant que la formule d'Ampère serait d'un type plus général, à savoir :

$$-\frac{\alpha\alpha'}{r^2} (F\cos\theta \cos\theta' + G\sin\theta \sin\theta' \cos\epsilon)$$

dans laquelle Ampère avait déduit expérimentalement que $F=1/2 G$, alors que, du fait que les expériences d'Ampère pouraient ne pas être précises, vous pensez pouvoir poser $F=0$ avec la même rigueur. Dans tout autre cas que celui-ci, je vous l'aurais concédé dans cette opposition entre vous et Ampère.

Une tierce personne clarifierait peut-être le débat de la manière suivante :

soit l'on y voit (avec vous) une simple modification de la loi d'Ampère,

soit (comme, selon moi, Ampère l'aurait considéré), ce n'est rien d'autre que le rejet total de la formule d'Ampère et l'utilisation d'une autre essentiellement différente,

ce qui n'est pas simplement jouer sur les mots. Comme je l'ai dit, dans n'importe quel autre cas, je vous aurais volontiers soutenu, car personne ne saurait être plus in verbis faciliior [plus accommodant en matière de formalisme] que moi. Cependant, dans le cas qui nous intéresse ici, la différence est une question vitale pour toute la théorie d'Ampère sur l'interchangeabilité entre le magnétisme et les courants galvaniques, théorie qui dépend absolument de l'exactitude de la formule II et qui s'effondre si une autre est adoptée.

Je ne vous contredis pas lorsque vous dites que les expériences d'Ampère ne sont pas totalement concluantes, bien que je n'ai pas en mains le traité classique d'Ampère, pas plus que je ne me souviens de la manière dont il les a conduites, néanmoins, je ne pense pas qu'Ampère, même s'il admettait lui-même l'incomplétude de ses expériences, permettrait l'adoption d'une formule (I) totalement différente, par laquelle toute sa théorie serait mise en pièces, tant que cette autre formule ne serait pas confirmée par des expériences totalement décisives. Vous avez certainement mal compris les réserves qui, selon votre seconde lettre, avaient été formulées par moi. J'ai été convaincu très tôt, et je continue à l'être, que l'interchangeabilité mentionnée ci-dessus requiert nécessairement la formule d'Ampère, et n'en autorise aucune autre qui ne soit identique à celle-là pour un courant dans un circuit fermé, si l'effet a lieu le long des droites reliant les deux éléments de courant ; cependant, si l'on abandonne cette condition expresse, on peut trouver une infinité d'autres formules qui, pour des courants dans un circuit fermé, aboutissent au même résultat final que celle d'Ampère. On peut de plus ajouter que bien qu'il soit toujours question, pour ce travail, d'effets à des distances mesurables, rien ne nous empêche de présupposer que d'autres composantes puissent intervenir dans la formule — composantes qui n'auraient d'influence que pour des distances infiniment petites (lorsque l'attraction moléculaire devient prépondérante devant la gravitation) et qui permettraient ainsi de résoudre la difficulté que pose la répulsion entre deux éléments successifs d'un même courant.

Pour éviter toute ambiguïté, j'ajouterai que la formule II peut également s'écrire sous la forme :

$$-\frac{\alpha\alpha'}{r^2} \text{ii} \left(-\frac{1}{2} \cos\theta \cos\theta' + \sin\theta \sin\theta' \cos\epsilon \right)$$

et que je ne sais pas si Ampère (dont j'ai dit que je n'avais pas le mémoire en mains) utilisait la première ou la seconde notation. Les deux ont la même signification et l'on utilise la première forme lorsqu'on mesure les angles θ et θ' à partir du segment délimité par les deux éléments de courant ; ainsi cette ligne détermine le second angle d'une manière opposée mais elle aboutit à l'autre formule lorsqu'elle est considérée de longueur indéfinie, et pour la mesure des angles θ et θ' on peut avoir recours à cette ligne des deux manières, dans un sens ou dans un autre. Et de la même manière, l'on peut mettre un signe + devant l'ensemble de la formule à la place d'un signe -, si l'on considère comme effet positif non pas la répulsion mais l'attraction.

J'aurais peut-être le temps de creuser un peu plus ce sujet, qui est actuellement un lointain souvenir pour moi, d'ici le moment où j'aurai la joie de votre visite vers fin avril ou début mai comme vous me l'avez laissé espérer. J'aurai sans aucun doute rendu mes recherches publiques depuis longtemps, si au moment où je les ai interrompues il n'avait pas manqué ce que je considérais en être la clef de voûte

Nil actum reputans si quid superes-
set agendum [Les discussions n'accomplissent rien si le travail reste à faire] c'est-à-dire, comment déterminer les forces additionnelles (qui transforment l'action réciproque de particules électriques au repos, lorsque ces dernières sont en mouvement relatif) à partir de l'action qui n'est pas instantanée, mais qui au contraire (d'une manière comparable à la lumière) se propage dans le temps. A l'époque, j'échouai ; cependant, je me rappelle suffisamment de mes recherches d'alors pour ne pas désespérer que le problème soit résolu ultérieurement, même si ce fût avec la conviction — si mes souvenirs sont exacts — qu'il serait au préalable nécessaire de construire une représentation sur la manière dont se produit la propagation.

Avec mes salutations cordiales pour vos frères, votre sœur et le professeur Möbius.

Göttingen, le 19 mars 1845

Votre dévoué C.F. Gauss

De Weber à Gauss
N° 31, 31 mars 1845.

Très honorable Herr Hofraut,
Le professeur Buff, de Giessen, qui

voyagera entre ici et Göttingen pour aller rendre visite à Woehler, son ancien collègue de Cassel, vous transmettra ce courrier. Il a été d'un très grand intérêt pour moi d'apprendre dans ce que vous avez eu l'amabilité de m'écrire qu'Ampère, dans la définition du coefficient qu'il désigne par k dans sa loi fondamentale, était guidé par d'autres raisons que l'expérience empirique immédiate — coefficient qu'il cite au début de son traité — et que, de ce fait, la formule que j'en avais tirée parce qu'elle me semblait un peu plus simple, est inacceptable car elle n'exprime pas la loi d'Ampère avec exactitude ; cependant, en procédant à ce qui me semble être une légère modification de mon hypothèse, j'ai pu obtenir l'exacte expression de la loi d'Ampère.

Grâce à l'intérêt que j'ai pris en la matière et grâce aux encouragements de Fechner puis de Möbius, j'ai décidé d'approfondir un sujet que j'avais initialement considéré comme au-delà de mes capacités ; je suis heureux que vous soyez désireux de consacrer du temps à ce sujet ardu pour lui donner un développement complet. Il est certain qu'une explication déduite d'une propagation graduelle de l'effet serait la plus belle solution de l'énigme. En réponse à votre aimable invitation, je ne manquerai pas de venir à Göttingen à la fin du printemps.

Conformément à vos instructions, j'enverrai à la Société royale de Londres une copie des cinq derniers résumés annuels des Resultate, par l'intermédiaire d'un porteur du fait qu'il est difficile pour moi de répondre à l'invitation pour Cambridge. Je ne sais pas par quel moyen la Société royale a obtenu une copie du premier résumé annuel alors qu'ils ne l'ont pas acheté.

Möbius, qui fête maintenant ses noces d'argent, ainsi que ma sœur me demandent de vous transmettre leurs salutations pour vous et pour votre fille.

Avec mes sentiments respectueux,
Leipzig, le 31 mars 1845,
Votre dévoué Wilhelm Weber.

Notes

1. Le titre par lequel Weber s'adresse à Gauss se traduit approximativement par « M. le Conseiller de la Cour ».

2. Il s'agit apparemment de la seule erreur de mémoire de Gauss : l'épsilon serait en fait un oméga.