

Georg Cantor

et le « paradoxe de l'Absolu »

L'année dernière fut le 150ème anniversaire de la naissance de Georg Cantor et le 100ème anniversaire de sa découverte du « paradoxe de l'Absolu ». Cantor est l'un des plus grands mathématiciens allemands du XIXème siècle, et ses découvertes portent sur une branche difficile des mathématiques, dont nous n'aborderons pas ici le formalisme. Aujourd'hui, les « mathématiciens cantoriens » ont tendance non seulement à oublier le contexte des découvertes de Cantor, mais aussi à s'opposer à la philosophie qui permit de telles révolutions. Pour cette raison, nous allons parler de l'histoire de ce « mathématicien qui ne voulut pas en être un », l'histoire d'un homme dont la véritable identité et l'inspiration se trouvaient plutôt du côté artistique et philosophique de sa personnalité.

Ce texte est tiré d'un discours prononcé au cours de la conférence de l'Institut Schiller, à Halle (Allemagne) le 6 mai 1995.

DINO DE PAOLI

A la fin du XIX^{ème} siècle, l'Europe était de plus en plus dominée par une décadence culturelle et un pessimisme, dont les conséquences catastrophiques se manifestèrent beaucoup plus tard. Différents courants de pensée préparèrent la population à accepter le totalitarisme en tant que mode de vie « scientifique ». Le naturalisme fut présenté comme une nouvelle religion « scientifique », dont le véritable but était de justifier, politiquement et économiquement, la réduction de l'homme à un simple animal. Dans cette optique, il était important de détruire les principes juéo-chrétiens qui, au contraire, insistent sur le caractère sacré de l'être humain en tant que « qu'image de Dieu ». Ces principes devaient être présentés comme une mythologie réactionnaire réfutée par la « science » de Darwin et de Malthus, alors que celle-ci était en réalité cohérente avec la « culture d'Empire ». Cette « révolution conservatrice », comme celle que nous pouvons voir ressurgir aujourd'hui, a toujours dissimulé des objectifs maléfaisants sous une « théorie » inspirée par le darwinisme social : la survie de la « race » la plus forte, la haine de l'autre — quel qu'il soit — car il menacerait notre « espace vital ». Dans cette culture de *fin de siècle*, l'humanisme chrétien d'un Beethoven ou d'un Schiller semblait être d'un autre monde. Peu d'individus — parmi lesquels ne figurait aucun mathématicien — ont vu le désastre arriver, ou ont réagi lorsque « dégénérer » se traduisit par « progresser » et « paganisme » par « modernité ».

Cantor se battit dans son domaine contre cette « loi de la jungle ». Pour toutes ces raisons, je voudrais commencer notre discussion sur la vie de Cantor par un poème de Schiller qui résume bien sa vie libre et créatrice, *Die Worte des Glaubens (Les Paroles de la Foi*, voir page suivante).

La vie de Cantor

Georg Cantor naquit le 3 mars 1845 à Saint-Petersbourg. Il écrit à propos de son père Georg Woldemar Cantor : « Mon père (...) arriva enfant à Saint-Petersbourg et fut baptisé à l'Egli-



Dessin réalisé par Georg Cantor à l'âge de 17 ans. C'est le seul témoignage de ses qualités artistiques.

se luthérienne. Il naquit cependant à Copenhague de parents israélites appartenant à la communauté juive portugaise locale. »(M380)¹

Sa mère, Marie Boehm, venait d'une famille catholique très connue. Selon Cantor : « En fait, j'appartiens à une famille de violonistes virtuoses par ma mère. Mon grand-père et ma grand-mère (...) animaient des cercles musicaux à Pétersbourg, en tant que violonistes virtuoses du roi. »(M4)

Son grand-père, Joseph, était réellement très proche de Beethoven ; il interpréta plusieurs de ses œuvres telles que le Quatuor en mi bémol majeur opus 127 en 1825. Marie était également une musicienne de talent ainsi que Constantin, le frère de Georg Cantor qui devint un très bon pianiste. Sophie, la sœur de Georg, développait ses qualités plutôt dans le dessin. Quant à Georg Cantor lui-même, il semble qu'il avait des qualités dans ces deux domaines artistiques. En tant que musicien, il se décrivait de la manière suivante :

« J'ai des facilités artistiques naturelles, au sens profond du terme, et j'ai toujours regretté que mon père ne me permit pas de devenir « violoniste », ce qui aurait fait mon bonheur. »(M4)

« J'ai commencé à jouer du violon à l'âge de 6 ans seulement et je progressai rapidement ; ce ne sont que des circonstances particulières, lorsque j'eus 16 ans, qui m'éloignèrent de ce beau métier d'artiste lorsque — je ne sais plus moi-même comment — je fis des mathématiques ma profession. Ca fait maintenant trente ans que j'ai délaissé mon violon,

pourrissant dans son étui poussiéreux, seulement là pour réveiller de temps en temps chez moi le doute que rien ne m'aurait rendu plus heureux que de lui rester fidèle (...) »(M416).

En ce qui concerne le dessin, nous pouvons juger directement de son talent par la seule de ses œuvres qui nous soit parvenue, le dessin d'un chien. Néanmoins, comme il le dit, il suivit une autre carrière.

En 1856, la famille s'installa en Allemagne, près de Francfort le long du Main. Il alla au collège à Wiesbaden, au lycée à Darmstadt, en 1862 à l'université de Zurich et, en 1863, à l'université de Berlin. C'est là qu'il passa son doctorat en 1867 et, deux ans plus tard, il obtint son habilitation à Halle où il devint maître auxiliaire puis, trois ans plus tard, maître de conférence. Il vécut à Halle jusqu'à sa mort, le 6 janvier 1918.

En 1874, il se fiança avec Vally Guttmann et l'épousa la même année. « Ma chère petite Vally », comme il l'appelait, était aussi une bonne musicienne, ayant étudié dans un conservatoire où elle était l'un des meilleurs élèves au piano et au chant. Grâce à Vally, la maison de Cantor devint un lieu de récitals musicaux, de fêtes et de discussions philosophiques.

Nous avons un exemple du niveau professionnel de Vally dans le programme du Singakademie du 20 mars 1889 :

1) Sonate en Ré majeur de Mozart pour deux pianos (Frau Prof. Cantor et Frau Prof. Stumpf) ;

2) Duo extrait de *Figaro* (Frau Prof. Sucher et Frau Prof. Cantor) ;

3) Andante et variations pour deux pianos, Schumann (Frau Prof. Cantor et Frau Prof. Stumpf).

Les Cantor eurent six enfants : Else, Gertrud, Erich, Annemarie, Margarethe et Rudolph (le plus jeune est né en 1887). Else devint une célèbre « cantatrice et un professeur de musique réputé ». Rudolph, le fils le plus jeune et le préféré, mourut à l'âge de 12 ans en 1899. Ce décès plongea Cantor dans une crise profonde. Il écrivit : « *L'enfant était faible et délicat dans sa première année (...) mais en six ans il s'était bien développé physiquement et mentalement, et il était devenu à ce point aimant et aimable, qu'il était le favori de toute la famille. Il était si extraordinairement doué pour la musique, que j'avais eu l'espoir qu'il reprendrait le flambeau de la famille Boehm du côté de ma mère (...).* »

« *Ainsi je formulai l'espoir que Rudolph se consacrerait entièrement à cette musique qui l'avait tellement rendu heureux dans sa première jeunesse. Cet espoir est maintenant disparu !* ».

En 1879, Cantor devint professeur titulaire à Halle, et de là jusqu'en 1882-83, il réalisa ses plus importantes découvertes en mathématiques qui culminèrent avec la publication de ses *Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre* (Fondements pour une théorie générale des variétés).

Peu de temps après cette publication d'un genre de mathématiques hautement philosophique, dans laquelle il élaborait sa découverte sur les nombres « transfinis », Cantor fut l'objet d'une attaque brutale de la part des « Berlinoises », menée en particulier par Leopold Kronecker. C'est précisément la même année que Cantor présenta les premiers symptômes d'une dépression nerveuse, dont l'origine n'est pas claire bien qu'elle ait été renforcée par des déceptions, des pressions et de l'hostilité. Cet été là, l'attaque fut de très courte durée, mais les suivantes furent progressivement plus intenses et récurrentes, surtout après 1900. C'est qu'au cours de telles périodes de maladie, qu'il s'investit dans son étrange recherche pour prouver que Francis Bacon était le véritable Shakespeare.

En 1885, Cantor se lança dans d'intenses études en philosophie et en théologie pour consolider les principes de ses découvertes. A partir de novembre 1884, il commença à pren-

Les paroles de la Foi

Je vous dis trois paroles pleines de sens, elles passent de bouche en bouche, mais elles ne viennent pas du dehors, le cœur seul les révèle. L'homme perd toute sa valeur, dès qu'il ne croit plus à ces trois paroles.

L'homme est créé libre, il est libre, fût-il né dans les fers. Ne vous laissez pas égarer par la clameur de la populace, ni par les excès des fous furieux. Tremblez devant l'esclave quand il rompt sa chaîne ; ne tremblez pas devant l'homme libre.

Et la vertu, elle n'est pas un vain mot. L'homme peut la pratiquer dans la vie ; et, dût-il trébucher à chaque pas, il peut tendre à cette fille du ciel. Ce que l'intelligence des sages ne voit pas, une âme candide le pratique dans sa simplicité.

Et il est un Dieu ; il vit une volonté sainte, quelle que soit l'inconstance du vouloir humain. Bien au dessus du temps et de l'espace, s'exerce vivante la pensée suprême ; et quand tout circule dans un éternel changement, dans ce changement persiste un esprit immuable.

Gardez en vous ces trois paroles pleines de sens, propagez-les de bouche en bouche ; bien qu'elles ne vous viennent pas du dehors, votre intérieur vous les révèle. Jamais l'homme ne perd sa valeur, tant qu'il croit à ces trois paroles.



Friedrich Schiller (1759-1805)

dre de nombreux contacts avec le cardinal J.B. Franzelin à Rome, et avec d'autres théologiens, surtout catholiques². Cette période philosophique culmina avec la publication en 1887 de ses *Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten* (Considérations sur l'étude du transfini).

Avant d'aller plus en avant dans ce travail, il est important de se rendre compte à quel point Cantor réagissait contre l'évolution culturelle et politique ambiante. A titre d'exemple, nous allons nous intéresser à quelques extraits de sa correspondance.

Le milieu culturel

Cantor écrivit à et à propos d'un certain Julius Langbehn, l'auteur alors célèbre du livre *Rembrandt als Erzieher des deutschen Volk* (*Rembrandt, éducateur du peuple allemand*). Langbehn représentait la pensée romantique hégémonique pour laquelle l'industrialisation et la mécanisation sont dangereuses. De fait, ceci convergait dangereusement avec le nietzschéisme et le pangermanisme. Tout ce qui était « mauvais » était « anti-allemand » et venait soit de « l'extérieur » — en particulier de la France — soit « d'ennemis internes », qui furent rapidement nommés « sémites » et « papistes ». Dans cette opposition malhonnête à la mécanisation, la culture allemande était réduite à la « défense de la nature ».

Langbehn écrit par exemple : « Zola veut remplacer l'organisme par le mécanisme ; c'est français et c'est anti-allemand. » Pire : « L'Allemand domine l'Europe en tant qu'aristocrate et l'Amérique en tant que démocrate ; il ne faudra sans doute pas beaucoup de temps avant qu'il domine le Monde en tant qu'Homme. »

Cantor, bien que d'abord attiré par Langbehn, ne fut pas dupe, et ses réactions montrent une perspicacité politique intéressante. Le 20 mai 1891, il écrivit au père jésuite Baumgartner :

« Quelle est votre impression à propos de Rembrandt, éducateur du peuple allemand ? Je n'y vois rien de plus qu'une tentative parmi tant d'autres de transformer malgré eux les Allemands en Bismarcks. Ce Rembrandt-ci n'est qu'un Bismarck déguisé. »

Baumgartner lui-même écrivit en-

suite un article attaquant le livre de Langbehn que Cantor commenta le 25 mai 1891 :

« Je suis entièrement d'accord avec votre revue du livre de Langbehn (...) Je ne crois pas impossible que Langbehn accepte de vous rencontrer, peut-être même cet été ; ne disons donc à personne que nous avons correspondu à propos de cet individu. »

Cantor décrivit comment il avait rencontré Langbehn et ajouta :

« Il n'a plus de famille et n'est pas marié. Je lui ai demandé de quels auteurs il se sentait le plus proche, il répondit Hölderlin, Novalis (certains extraits posthumes), Rahel (un livre de mémoires), De Lagarde (écrits allemands)³, Grabbe, et surtout Nietzsche. Il a rendu visite à ce dernier dans son asile psychiatrique l'année dernière et y a passé huit jours en sa compagnie. » (P200)

Le 26 mai 1891 Cantor écrivit à Langbehn :

« Vous me semblez beaucoup plus compétent en matière d'art que dans d'autres domaines. Je ne peux pas fermer les yeux, par exemple, sur les erreurs dans ce livre à propos des événements politiques en Allemagne [la chute de Bismarck] ; ni sur le fait que ses orientations politiques "étranges" me font littéralement penser à un Hohenzollern. De plus, puisque vous m'avez expressément demandé d'être sincère, je me vois obligé de vous dire, qu'en tant que chrétien, je ne peux pas pardonner la vision que vous donnez du christianisme, et je considère certains passages comme carrément blasphématoires. » (P99)

Cantor perçut aussi le développement de l'antisémitisme et le combattit. Le 26 août 1891, il écrivit à propos des « Etudiants Nationalistes Allemands » — qu'il qualifiait d'agents de Bismarck et d'antisémites — les commentaires suivants :

« C'est une bande triste, grossière de braillards aux idées sans substance que je connais assez bien ici à Halle puisque leur club nommé "Association des étudiants allemands" y a une antenne (...) Récemment, ces gens (...) m'ont attaqué comme étant "un défenseur de la cause des juifs", sous prétexte que j'avais rejeté poliment mais énergiquement et honnêtement, cet antisémitisme d'enfants et de clercs protestants, qui n'est pas bénéfique mais dommageable pour le peuple allemand. J'avais subi, neuf ans plus tôt, beaucoup d'attaques dans des journaux antisémites. » (P100)

Le 4 février 1896, il écrivit dans une lettre à F. Heiner, à propos du

refus d'employer le philosophe Edmund Husserl à Freiburg :

« S'il n'a pas d'autre et de meilleure raison à invoquer pour être réservé vis-à-vis de M. Husserl que celle qu'il a révélée (...) c'est-à-dire qu'il [Husserl] vient du judaïsme et s'est converti au christianisme, alors j'assiste, malheureusement une fois de plus, au triste spectacle d'un catholique reniant de la manière la plus flagrante, la tradition la plus sacrée de l'Eglise ! Dois-je rappeler que, mis à part notre Sauveur, la personne la plus sacrée, ses douze apôtres étaient tous juifs ? Notre très estimé collègue ne sait-il pas que l'Eglise a toujours commandé que la question juive ne doit être vue seulement qu'un point de vue théologique ? Croit-il peut-être que le poison de l'antisémitisme racial que l'on retrouve chez beaucoup de catholiques allemands a été cautionné par l'Eglise ? Ou peut-être pense-t-il qu'aujourd'hui sous la glorieuse papauté de Léon XIII, l'antisémitisme racial sera toléré à Rome ? Peut-être n'a-t-il jamais entendu parler de l'archevêque Kohn, résidant en Autriche, qui est le fils d'un bourgeois israélite ? N'a-t-il jamais entendu prononcer le nom de l'honorable prêtre alsacien Ratisbonne ? N'a-t-il toujours pas reçu les encycliques hénétiques de Léon XIII du 20 juin 1894 et du 14 avril 1895 ? Peut-être croit-il qu'il va pouvoir participer au grand travail d'unification dans lequel Sa Sainteté s'est engagée dans les dernières années de sa vie, en promouvant un tel racisme anti-chrétien plein de haine ? Il n'est pas impossible que lors des vacances de Pâques, j'aie moi-même porté à Rome à qui de droit, les informations que j'ai collectées depuis des années sur ces attaques contre le judaïsme — informations qui m'ont cependant rarement été fournies par des prêtres catholiques. » (M379)

La morale, la religion et l'épistémologie de Cantor l'ont conduit aux découvertes scientifiques fondamentales qui lui donnèrent les clés pour saisir les similitudes et les conséquences des points de vue apparemment opposés de Nietzsche et du naturalisme d'une part, et de la logique de Bertrand Russell et de Gottlob Frege d'autre part — bien que ses réactions semblent les plus vives à l'égard du premier.

Le 24 février 1900, il écrivit à F. Loofs :

« Cher collègue, je vous remercie beaucoup pour votre "anti-Haeckel", je pense qu'il est très important pour beaucoup de monde, de lever le voile sur cette

science fumeuse et prétentieuse à partir de laquelle Haeckel attaque sans honte le christianisme. Il nous faut abandonner toute peur d'engager de vives polémiques (si fréquentes dans nos cercles !), face à de tels bons à rien. Des renforts enthousiastes se joindront à vous, de sorte qu'il ne vous sera plus nécessaire de monter seul au créneau ! Par ailleurs, j'ai eu récemment l'occasion d'avoir un aperçu approfondi de la soi-disant philosophie nietzschéenne (une excroissance de la philosophie moniste du développement de Haeckel). Vous y trouverez un style propre à séduire un public dépourvu de sens critique — ce qui, au vu de son contenu pervers et de sa motivation herostratique anti-chrétienne, me semble extrêmement alarmant. Le besoin de nouveauté et la pléthore de structures philosophiques actuelles rendent nos philosophes moralement aveugles et imprudemment avides d'incorporer dans leurs recherches historiques toute personne qui prétend avoir un nouveau système. Ainsi n'importe quel innovateur ambitieux peut atteindre son but ; il devient un philosophe célèbre, et la jeunesse se laisse corrompre de belle manière. » (m appendix)

La réaction de Cantor contre Ernst Haeckel (1834-1919) est particulièrement pertinente. Haeckel, le principal darwiniste allemand, était aussi le fondateur d'une soi-disant « religion » scientifique qui n'est rien d'autre qu'un vulgaire culte païen de la Déesse Terre [il est d'ailleurs le créateur du mot « écologie », ndlr]. Il essaie de se donner des apparences d'homme de progrès en adoptant une rhétorique « anti-papiste » ; par exemple, il est souvent présenté comme un « défenseur moderne des femmes », alors qu'en réalité il défend la « femelle » en tant que symbole de la religion naturelle contre le « mâle » du judéo-christianisme. Son *Monistenbund* propage la thèse selon laquelle l'évolution prouverait scientifiquement l'égalité entre l'inorganique et l'organique, entre la vie et la conscience. Du point de vue de cette évolution continue simple, les êtres humains ne sont rien de spécial ; au contraire certaines personnes ou certaines « races » sont même inférieures à certains animaux. Ceci est aussi brutalement exprimé par l'une des références de Haeckel, Ernest Renan qui, dans sa *Vie de Jésus* de 1863, écrit une longue tirade contre les « races » sémites, et déclare que la sélection darwinienne devrait permettre la créa-

tion d'une race supérieure. La « religion » de Haeckel fut évidemment très appréciée par les Nazis : en janvier 1939, il fut donné à la maison E. Haeckel le titre d'« Institut pour l'Histoire de la Zoologie, en particulier la Théorie du développement », avec l'approbation du ministre de la Science de l'éducation et de l'École publique du IIIème Reich. Le président de la Société E. Haeckel d'Iéna, le professeur V. Franz, publia en 1943, avec les autorisations nécessaires, une biographie de Haeckel qui finissait par une citation de Hitler.

Bien que cela soit moins connu, nous trouvons d'autres ennemis de Cantor dans le « déterminisme logique » de Bertrand Russell et Gottlob Frege. Ce sont aussi des « monistes », bien qu'à la place de la « nature », ils utilisent la logique pour nier quoi que ce soit de particulier chez l'être humain. Ceci se retrouve dans leur tentative de formaliser la totalité de la pensée humaine et de la réduire ainsi à un simple mécanisme. Cette « science absolue », comme celle de Nietzsche et de Haeckel s'appuie, dans ses postulats, sur une attaque vicieuse contre le christianisme. Les attaques de Russell sont très célèbres ; ce qui est moins connu, c'est qu'en Allemagne, Frege, alors professeur à Iéna, accompagnait sa rhétorique contre les « ultramontains », d'une approbation, et même dans certains cas d'une anticipation des mesures de Hitler. Ceci est clairement présenté dans le *Tagesbuch* de Frege de 1924, duquel j'ai extrait ce passage :

« Tout en reconnaissant qu'il existe des juifs respectables, on peut penser que la présence de tant de juifs en Allemagne est un fléau ainsi que leur égalité politique avec les citoyens de descendance aryenne. Combien peu a été satisfait l'espoir que les juifs perdent leurs droits politiques en Allemagne, ou mieux encore, qu'ils disparaissent d'Allemagne ! Mais comment peut-on efficacement reconnaître les juifs des non-juifs ? Cela aurait été très facile il y a soixante ans, mais cela me semble difficile aujourd'hui. »⁴ En 1935, dix ans plus tard, Hitler trouvera un moyen de résoudre ce dilemme logique de Frege.

L'apport de Cantor

Le nom de Cantor est associé à la découverte d'une méthode qui per-

met de désigner un processus infini par un nombre qu'il appela « transfini ». Ceci ne fut pas déduit d'axiomes mathématiques déjà connus ; au contraire, il fallut inventer de nouveaux concepts et de nouvelles hypothèses. Bien que l'utilisation de la « transfinitude » dans les mathématiques fut une nouveauté, elle avait déjà plus ou moins implicitement fait l'objet de débats en théologie, en philosophie et dans l'art sous le nom « d'infini actuel ». C'est dans ce sens large, que nous allons en faire une présentation rapide ici.

Associer un « nombre », c'est-à-dire une constante, à un processus infini, conduit à une contradiction apparente. L'on trouve ce type de paradoxe dans toutes les cultures connues, bien qu'exprimé sous différentes formes de métaphores, par exemple dans des relations du genre un-multiple, être-devenir, limité-illimité, sujet-attributs infinis, etc. L'universalité de cette pratique démontre en fait l'importance ontologique — mais également la difficulté de l'expression verbale — de notre processus actif de connaissance, c'est-à-dire de nos pouvoirs créateurs.

L'aspect crucial pour nous ici est le type de réponse donné à ce paradoxe, et le type de milieu culturel impliqué dans ce débat. Examinons deux exemples directement liés à Cantor :

1) Platon se rendit compte que ce paradoxe apparent ne résulte que de la prépondérance que nous accordons à la perception sensorielle dans notre processus de connaissance alors que l'environnement dont nous faisons partie se transforme. Les perceptions sensorielles ne peuvent pas « voir » le pouvoir mental qui détermine nos actions et celles des autres ; elles ne peuvent voir que ses résultats ou « attributs ». L'erreur générale du monisme, c'est qu'il réduit de fait l'être humain à un simple objet de la « nature » observée et éliminant ainsi tout libre-arbitre et tout pouvoir créateur chez l'individu. Platon affirmait contre les monistes, d'une part le *pouvoir supérieur* qu'ont les « idées » sur les changements ordonnés des prédicats et, d'autre part, le pouvoir supérieur du Sujet sur les changements ordonnés des idées. En procédant de la sorte, il résolvait le paradoxe sans en éliminer l'un des termes, sans appeler l'unité, le sujet ou l'action de transformation une « simple illusion. » L'étape suivante chez

Platon, dont l'importance deviendra plus claire lorsque nous aborderons les « antinomies de Cantor » ou le « paradoxe de l'absolu », fut l'idée opposée à celle des sophistes que « L'homme ne peut pas être la mesure de tout, mais que Dieu l'est ».

Nous avons des exemples de l'approche contraire plus près de l'époque de Cantor :

2a) Le manifeste de Haeckel dans ses *Principes de Théophysique* : « 1) Dieu est la nature elle-même, éternelle et indestructible. 2) Dieu est lui-même ignorant des lois immuables de la nature : Universum perpetuum mobile. 3) Dieu n'a ni libre-arbitre ni lubie (...) 6) Dieu, en tant que destin aveugle (fatum) est universel. »

3a) Russell, plus formel et proche de Frege :

« L'on a supposé axiomatiquement que partout où apparaît la catégorie du multiple, il faut trouver la catégorie du un (...) une telle démarche ne doit pas être universellement admise, et semble même être une source de contradiction. De fait, si l'on s'en affranchit, on résout le problème. » (en d'autres termes, face au paradoxe du Un et du Multiple, il élimine le « Un »)

Cette différence philosophique est en réalité le reflet de deux conceptions différentes du rôle de l'homme dans la société. Pour Platon l'homme a quelque chose de « supérieur » et de sacré ; pour Haeckel et Russell, l'homme est un simple animal et doit être traité comme tel. Cantor, dans les fondements même de son transfini, se réfère explicitement à Platon, comme il l'a écrit, par exemple, dans ce qui suit :

« D'une manière générale, j'entends par "variété" ou "ensemble", toute multiplicité qui peut être considérée comme une unité, c'est-à-dire tout agrégat (Inbegriff) d'éléments définis qui peut être combiné en un tout par une loi : je crois définir ainsi quelque chose apparenté à la relation entre l'eidos ou idea platonicienne, ou aussi ce que Platon appelle mikton dans son dialogue Philèbe ou le Bien suprême. » (W 204).

L'unité d'un Multiple infini est le Transfini ou « l'infinité limitée. » La nécessité spécifique d'avoir recours à des processus infinis s'est imposée tout au long de l'histoire de l'humanité, malgré toutes les tentatives faites pour l'éviter. Elle apparaît principalement lorsque nous relions entre eux des éléments, des modes ou des processus dont l'évolution ou dont la



puissance est d'un ordre différent. En d'autres termes, elle résulte de l'incomplétude des outils de mesure que nous utilisons : c'est ce que l'on appelle incommensurabilité. L'exemple le plus célèbre de cela est l'impossibilité de mesurer un cercle à partir d'une ligne droite. Pour « aller au-delà » de la simple notion d'infini — pour « limiter » cet infini — il faut bien comprendre que :

1) Certains processus d'évolution présentent une discontinuité fondamentale entre différents niveaux, modes ou types, ce qui les rend impossible à relier entre eux par le seul concept « d'égalité ». L'homme n'est pas égal à l'animal. Des moments dans l'histoire humaine ou dans la vie sont incommensurablement différents, si la séparation qui permet de distinguer ces moments, est une pensée ou une action créatrices.

2) Des intervalles infinis séparant de tels moments ou éléments semblent apparaître lorsque l'on mesure l'un des éléments à partir d'un autre. Néanmoins, nous savons qu'il y a des « raisons » à ces intervalles. Une idée créatrice est à l'origine d'une transformation incommensurable de ce genre. La clé de la philosophie platonicienne est qu'elle consiste précisément à rendre clair le rôle ontologique et primordial de telles « idées » dans l'apparition d'un infini au cours d'une mesure ou dans une définition. Les idées créatrices reflètent le pouvoir supérieur de leur auteur, elles ont pour fonction de délimiter et de donner une « harmonie » aux intervalles infinis qui sans cela semble-

Pour Leibniz, « Le principe de Continuité suppose qu'il ne se produit aucune disparition soudaine sans que nous soyons capable d'en déterminer la raison à partir de points d'inflexion, de singularités, etc. »

raient très mystérieux.

Ceci est en général clairement exprimé dans l'art mais se retrouve aussi dans l'évolution des mathématiques, et je voudrais ici en donner quelques exemples :

1) Dans la géométrie projective (la perspective), il s'agit du point à l'infini, ou point de fuite, le point à partir duquel est définie l'harmonie du plan.

2) Dans le concept de « limite » et de « nombre irrationnel », Leibniz disait par exemple :

« Si nous considérons une série de nombres dans sa totalité, nous sommes capables de la comprendre en tant que totalité, même si elle est infinie, dans la mesure où elle est déterminée dans sa progression par une certaine loi. Bien entendu, cette totalité n'est pas exprimable à l'aide d'un nombre simple ».

Leibniz ne considère ici que des processus ordonnés qui semblent « converger » vers une certaine « limite ». La limite, comme le « point à l'infini » cité ci-dessus, se situe à un niveau « d'existence » différent et supérieur à celui du processus ordonné. L'on saisit mieux ce concept en lisant la *Monadologie* de Leibniz. Cantor généralise ceci à tout type de transformation ordonnée, y compris celles qui semblent « diverger », c'est-à-dire lorsqu'il semble ne pas exister de limite. Notre processus de comptage normal, par exemple, a l'air d'être « sans limite » :

1, 2, 3, 4...

Si nous nommons ce processus I (*Inbegriff*) alors, d'après Cantor, il est possible de « penser ici à un nouveau

nombre pour désigner la loi de succession naturelle selon laquelle I est donné dans sa totalité. »

Cette idée de limite pour ce type général de processus est appelée par Cantor « nombre transfini », et ceci nous permet de trouver une causalité, une raison ou une continuité là où elle n'est pas immédiatement visible. Nous établissons cependant qu'il existe une continuité, sans nier la discontinuité ou le changement, par une « idée créatrice ».

Voyons encore comment cela est exprimé par Leibniz :

« Le principe de Continuité suppose qu'il ne se produit aucune disparition soudaine sans que nous soyons capable d'en déterminer la raison à partir de points d'inflexion, de singularités, etc. » (Lettre à Varignon, 1702)

« Dans une ligne géométrique, il existe certains points de singularité, il y a même des lignes où ces points sont en nombre infini, et nous pouvons concevoir de la même manière, dans la vie d'une personne, des périodes de changement extraordinaires, qui ne vont pas à l'encontre de la loi générale. » (Lettre à De Montmort, 1715)

Le grand mathématicien Bernhard Riemann, s'inspirant ici de la philosophie de Herbart, développe le même concept de la manière suivante :

« Une fois élaboré et prouvé le concept d'objets auto-entretenus, à partir d'une réflexion sur le fait que les choses changent — fait qui contredit le concept d'objets auto-entretenus — la tâche suivante consiste à le pousser aussi loin que possible. De cela se dégagent en même temps le concept de changement continu et celui de causalité. Ce que l'on observe c'est seulement la transition entre l'état d'une chose à un autre état, ou pour parler plus généralement, d'une certaine forme de détermination à une autre, sans qu'un saut soit perçu. »

Regardons comment l'on retrouve cela chez Cantor. Il utilisa ce concept pour réfuter la mécanique newtonienne, dans laquelle la causalité est réduite à un simple déterminisme, car l'étendue des changements ou des mouvements possibles se retrouve limitée à un simple espace continu. A l'opposé, Cantor prouve ceci :

« L'hypothèse de la continuité de l'espace n'est rien d'autre que la supposition arbitraire d'une correspondance complète biunivoque entre le continuum tridimensionnel purement arithmétique (x, y, z) , et l'espace sous-jacent au monde des phénomènes. Cependant, notre pen-

sée peut très bien, avec la même facilité, s'extraire de l'idée d'un unique espace de points, même s'ils sont partout denses, et former le concept d'un espace tridimensionnel discontinu (T) du Type caractérisé ci-dessus. A la question de savoir si un mouvement continu peut être conçu dans de tels espaces discontinus (T), il faut répondre par l'affirmative de manière inconditionnelle selon ce qui a été dit plus haut (...) L'idée s'impose alors d'elle-même, de modifier la mécanique afin de la rendre valide pour les espaces du type (T). » (W 156)

Dans une lettre du 19 octobre 1886, il sépare la notion de mouvement de celle de vitesse. En d'autres termes, nous pouvons avoir des changements qui ne sont pas mesurables de manière linéaire :

« Pour présenter mon point de vue plus clairement, je dirais que, selon mon estimation, "direction" et "vitesse" ne sont que des accidents du mouvement ; c'est-à-dire qu'elles peuvent être absentes, elles ne sont pas fondamentales pour un concept général du mouvement. Je pense qu'il est impossible de prouver que tout mouvement doit nécessairement être associé à une "vitesse" et une "direction". Si l'on est précis dans les observations, le mouvement est une notion obscure, aussi bien avec que sans ces accidents. » (P110)

Sans entrer dans des détails compliqués, il faut remarquer qu'il s'agit là, à l'évidence, d'une anticipation de la « mécanique des transitions » qui eu comme résultats préliminaires partiels, les concepts de « quantum d'action » et de « mouvements browniens » dans la physique de l'atome.

1895 : la série des alephs et les antinomies

La découverte fondamentale de Cantor ne réside pas simplement dans la généralisation d'un concept tel que celui de « d'infini limité », mais est aussi et surtout dans une nouvelle méthode pour mesurer ces infinis. Il leur trouva ainsi des propriétés communes et des différences qui ne pourraient pas être mises en évidence par de simples relations du type « plus petit ou plus grand que ». Il fit explicitement découler cette nouvelle approche de la géométrie projective, et il donna à la propriété commune des infinis ordonnés le nom de « *Mächtigkeit* » [puissance] ou « transfini car-

dinal », et plus tard « aleph » (\aleph). A sa grande surprise, il découvrit que les transfinis ordinaux ne sont pas tous mesurables par la même puissance ; certains sont « incommensurables », ou « non dénombrables ». Pour le simple champ de « l'arithmétique », il n'eut besoin que de deux alephs, et il n'y avait pas de raison apparente de s'arrêter à deux. Ce passage nécessaire entre deux incommensurables, cette génération d'une « série d'alephs », n'est rien d'autre — mais sous une forme plus élevée — que ce que nous appelions précédemment une continuité discontinue. L'on dira aussi, en utilisant les termes de Leibniz, que l'on a besoin de différents ordres — et de différents types d'ordres — de « continuité » ou de « raison ». Quant à Platon, il dit clairement dans *La République*, que les « idées » elles-mêmes changent, leurs changements étant déterminés par une idée d'un ordre supérieur. Les véritables découvertes, selon Platon, ne sont pas dérivées de déductions d'axiomes donnés. En fait, une fois que nous nous rendons compte que les axiomes ne sont que des « hypothèses », alors on peut réaliser des découvertes en changeant ces hypothèses en « hypothèses supérieures ».

Pour beaucoup de personnes, il est impensable de vivre avec l'expérience subjective « du manque de quelque chose ». La plupart d'entre nous veulent une preuve finale, veulent éviter le paradoxe socratique : « Je sais ce que je ne sais pas ». Nous ne pouvons mener une existence d'individus dans notre monde que par la création de nouvelles théories, de nouvelles idées de transformation, de nouvelles découvertes de lois. Ne pourrions-nous pas imaginer également une « idée » mesurable qui rendrait compte de la totalité complète et de l'unité du monde ? Cantor, plus particulièrement lorsqu'il admirait Spinoza, avait été sans cesse confronté à ce problème, jusqu'à ce qu'il abandonnât Spinoza pour Leibniz et Platon. Il se posa alors la question qui venait naturellement : disposant donc maintenant d'une génération ordonnée d'alephs qui représente un monde de changements créatifs, peut-il exister un aleph ultime, un maximum ? Maximum signifie ici l'unité finale de tous ceux qui précèdent :

[$\aleph_1, \aleph_2, \aleph_3, \dots$ etc.].

En d'autres termes : 1) Existe-t-il une théorie finale de « l'univers »

cohérente avec la vie de créatures individuelles ? 2) Existe-t-il une connaissance complète de nous-mêmes qui pourrait être répliquée dans des machines ? 3) Existe-t-il quelque chose d'absolument inchangeable dans la nature physique ?

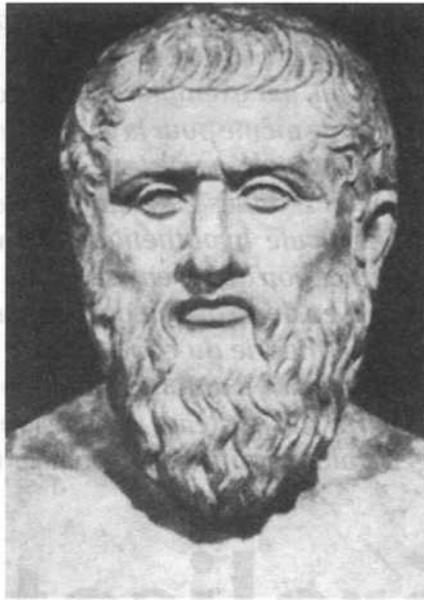
Cantor répond très clairement par la négative : « La totalité de tous les alephs est telle qu'elle ne peut pas être comprise comme une variété déterminée, bien définie, complète. Si cela était le cas, un aleph déterminé viendrait à la suite de cette totalité, conformément à sa grandeur ; laquelle appartiendrait à la totalité (en tant qu'élément) et, en même temps, n'y appartiendrait pas, ce qui constituerait une contradiction (...) des totalités que nous ne pouvons pas comprendre comme des variétés (dont un exemple est la totalité de tous les alephs, comme je l'ai prouvé ci-dessus), sont ce que j'appelais, il y a quelques années, des totalités "infinies absolues" et que je distinguais strictement des variétés transfinies. »

Bref, le monde dans lequel nous vivons ne peut pas devenir notre Idée, nous ne l'avons pas créé.

La découverte de ce paradoxe a complètement bouleversé le monisme « hégémonique » de Frege et Russell. Leur tentative de réduire la pensée humaine à un processus mécanique fut prouvée impossible, d'abord par Cantor, puis plus précisément par Kurt Gödel. Russell a tenté d'esquiver le problème, comme nous l'avons vu plus haut, en rejoignant Nietzsche : il n'y a pas « d'unité », pas « d'universel », pas de vérité ou de moralité ou d'Absolu. Nietzsche a dit, en d'autres termes, « Dieu est mort ».

Si Haeckel avait réfléchi davantage, il aurait réalisé que son « monisme » — un univers figé — posait un paradoxe insoluble. Son dieu était aussi mort que celui de Nietzsche, et ce qui en résulta fut la sinistre justification de la supériorité « naturelle » — prédéterminée — du droit du plus fort. Cantor, comme nous l'avons vu, avait clairement compris la similitude entre Haeckel et Nietzsche.

Un système politique dictatorial peut toujours résoudre le paradoxe en éliminant simplement toute référence au pouvoir de la créativité humaine, c'est-à-dire le processus légitime de transformation de la nature. Les physiciens prétendent ne pas être concernés par ce paradoxe, car ils considèrent que la créativité est une



Les véritables découvertes, selon Platon, ne sont pas dérivées de déductions d'axiomes donnés. En fait, une fois que nous nous rendons compte que les axiomes ne sont que des « hypothèses », alors on peut réaliser des découvertes en changeant ces hypothèses en « hypothèses supérieures ».

question « subjective », alors qu'ils s'intéressent au monde « objectif ». Ils ne se rendent pas compte que ce paradoxe provient précisément de leurs hypothèses sur la « théorie » de l'univers.

Considérons l'exemple de quelqu'un qui se définit lui-même comme un « unitarien » : Newton. Il prétendit avoir trouvé quelque chose « d'inchangeable » et « d'objectif » dans le monde : l'espace absolu et le temps absolu. C'est Leibniz qui réagit le premier en attaquant cela : « Le concept d'espace est relatif, c'est un concept d'ordre de coexistences, de même que le temps est un concept d'ordre de successions. »

Quant à Cantor : « Le temps, à mon avis, n'est rien d'autre qu'un concept auxiliaire et relationnel par lequel nous nous rendons compte de relations entre différents mouvements que nous observons dans la nature. Une chose telle qu'un temps absolu ou objectif n'existe nulle part » (W191). Il ajoute que la même chose est vraie pour l'espace. Platon aussi avait dit cela, de manière plus poétique dans le *Timée* : le temps et l'espace sont des créations de Dieu.

Dans le monisme « hégémonique », la loi de la nature est réduite à « *vita mea mors tua* » (« ma vie est

voire mort »). Or, nous savons que nous pouvons transcender la nature. Nous le faisons en *augmentant* le pouvoir de la nature par la science et la technologie, et en éliminant ainsi tout moyen de justifier la compétition pour plus « d'espace vital ». La nature elle-même devient moins brutale de cette manière.

Le « paradoxe » de Cantor de « l'infini absolu », fut pour lui la découverte d'une caractéristique de notre monde humain. Pour Platon, ainsi que pour Nicolas de Cuse, Leibniz et Cantor, ce paradoxe, cette découverte de l'existence d'un pouvoir ordonné, transcendant qui garantit l'existence d'un libre-arbitre non arbitraire, fut le « reflet » de l'Absolu. Le monde n'est pas notre idée, mais c'est une Idée.

« D'abord, nous voyons à travers un miroir obscurci ; mais ensuite face à face (...) guidés par la Foi, l'Espérance et la Charité, les trois ensemble ; mais la plus grande est la Charité. » (1 Cor. 13:12-13)

Notes

1. Les sources des citations de Cantor sont désignées par les abréviations suivantes :

M plus un numéro de page fait référence à : H. Menschkowski et Winfried Nilson (ed.) *Georg Cantor Briefe* (Berlin : Springer-Verlag 1991).

m plus un numéro de page fait référence à : H. Menschkowski, *Werk und Leben G. Cantor* (Braunschweig : Vieweg, 1967).

P plus un numéro de page fait référence à : W. Purkert et H.J. Ilgands, *G. Cantor 1848-1918* (Birkhäuser Verlag, 1987).

W plus un numéro de page fait référence à *Cantor's Werke*.

2. Pour une traduction en anglais de la correspondance entre Cantor et le cardinal Franzelin, voir « On the theory of Transfinite », *Fidelio*, Fall 1994.

3. Paul Anton de Lagarde (1827-1891) était un « orientaliste » parmi d'autres. Il est présent dans l'encyclopédie allemande Brockhaus : « Les nations allemandes ne peuvent être unifiées que par un christianisme national. Lagarde a joint à ce souhait une critique féroce du christianisme et de l'Eglise de son époque, du judaïsme et plus particulièrement de Saint-Paul (...) sous le national-socialisme, Lagarde était tenu en grande estime (A. Rosenberg). »

4. Voir G. Frege, « Tagesbuch », dans *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, Berlin 42 (1994) 5, pp. 1067-1098.