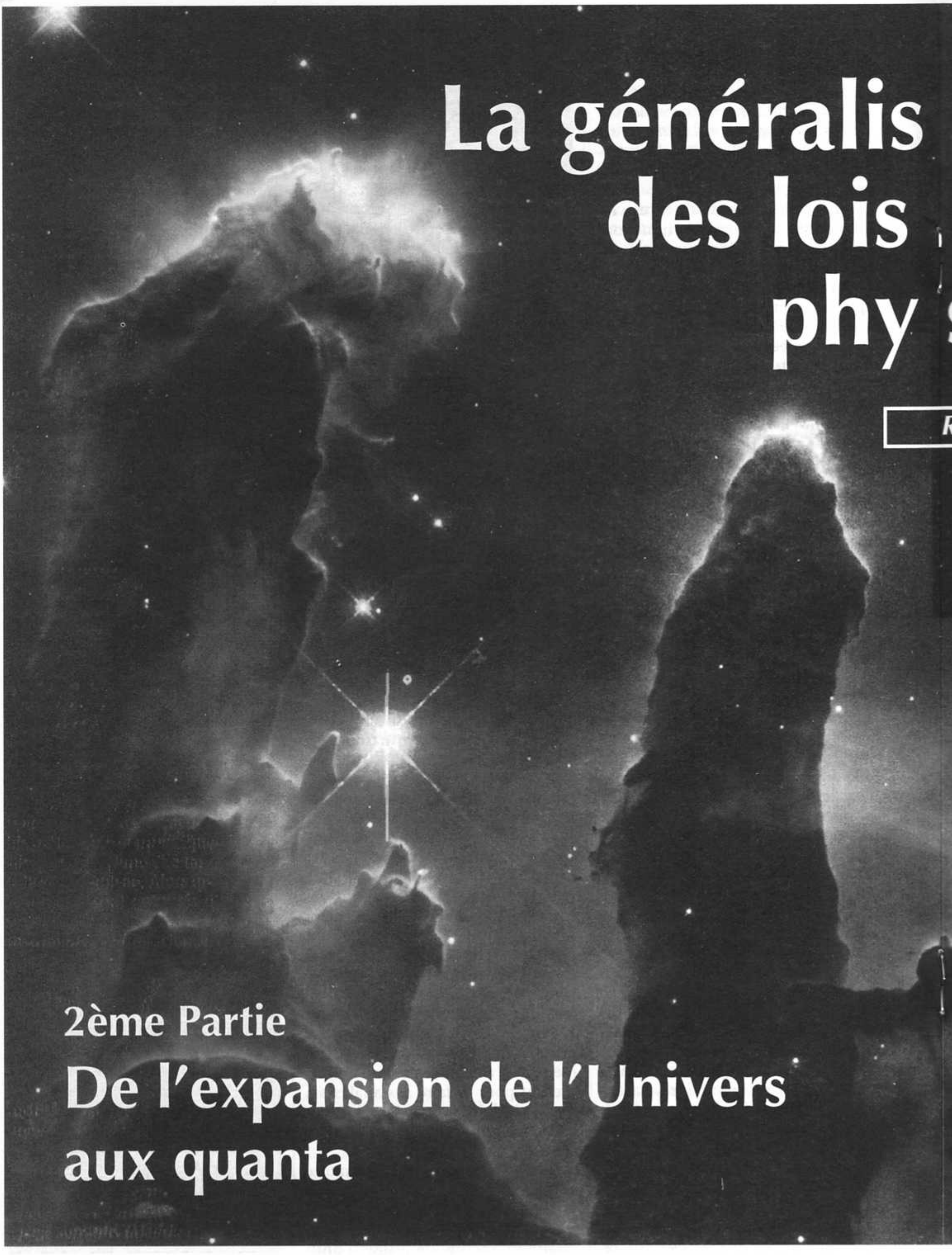
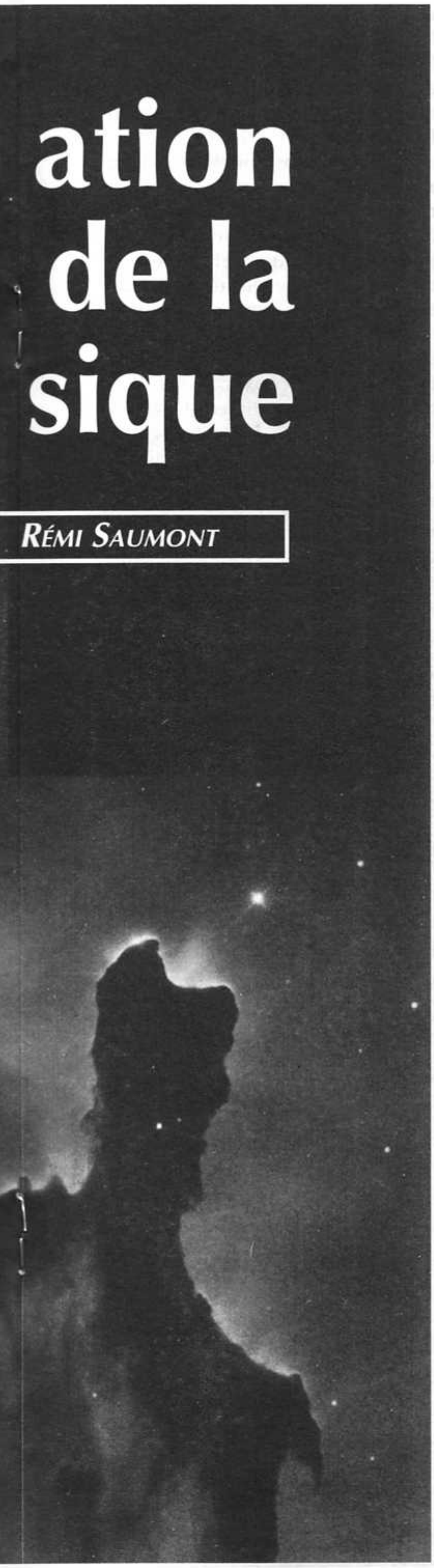


La généralis des lois phy

2ème Partie

De l'expansion de l'Univers aux quanta



ation de la sique

Rémi Saumont

Existe-t-il une réalité objective, susceptible d'être reconnue comme telle par tout observateur, une réalité indépendante de lui ? L'affirmer serait satisfaire au rêve d'absolu caressé par des générations de philosophes et de scientifiques depuis Aristote dont on cite encore aujourd'hui la phrase célèbre : « Il n'est de science que du général ». Qu'en est-il de la façon dont nous concevons les choses ?

Les premières sensations qu'éprouve un fœtus sont d'ordre mécanique, c'est-à-dire tactiles, proprioceptives et auditives, ce qui fait de nous, et avant tout, des êtres spatiaux, des êtres géométriques. Toute notre vie reste marquée de cette empreinte et, ainsi que l'a noté si judicieusement René Thom, nous ne comprenons vraiment que ce qui a une traduction spatiale : « Comprendre, c'est avant tout géométriser ».

C'est grâce à la géométrie que nous avons appris à compter. Pendant longtemps, ce fut grâce à la géométrie des hiéroglyphes, ou des idéogrammes que nous avons pu communiquer à distance et nous le faisons maintenant grâce à l'image télévisuelle ; enfin, c'est grâce à la géométrie de la science antique que nous avons pu mesurer le temps et pour une grande part, développer ensuite nos connaissances.

Un tel comportement a suscité des réactions, bien sûr, dont la plus connue est celle de Pascal opposant l'esprit de finesse à cet esprit de géométrie. Et les mathématiciens eux-mêmes ont tenté de renier ce qui était à la source de leurs connaissances (peut-être parce que pendant trop longtemps on les a traités de « géomètres »). Ce fut entre autres le développement de l'algèbre linéaire, qui n'en demeure pas moins une géométrie... sans figures... Ou celui de la théorie des groupes qui, à certains égards, peut être considérée comme une généralisation de la géométrie projective. Et tout ceci au nom d'une abstraction qui se voulait résolument généralisatrice.

La théorie des groupes est un puissant outil de généralisation mathématique qui a apporté une justification à la théorie des similitudes physiques, une théorie physique, générale par excellence, mais dont on ne peut nier, non plus, l'essence géométrique. Associée à l'analyse dimensionnelle, cette théorie permet d'analyser les fondements des lois physiques.

Dans cette deuxième partie, il sera montré que la quantification dépend de la géométrie des phénomènes, de telle sorte que, contrairement à ce qui a été souvent affirmé jusqu'ici, la relativité générale parait compatible avec les théories quantiques. Par contre, elle l'est beaucoup moins, avec certaines constatations cosmologiques comme l'expansion de l'univers, ce qui conduit, en restreignant sa généralité astronomique, à remettre en cause, en ce qui concerne la gravitation, la notion de vitesse limite. Serions-nous alors enfin libres d'aller jusqu'aux confins de l'univers ?

Dans la première partie de cet article, publiée dans le précédent numéro de *Fusion*, il a été question des relations d'échelle rendant compte des forces agissant à grande distance : la force de gravitation, la force d'inertie et la force électromagnétique. Ces relations ont été obtenues par réduction de la base du système dimensionnel qui permet d'en donner l'expression (**Tableau 1**).

La réduction de base dimensionnelle mène à une extension intéressante du domaine d'application des lois fondamentales. Cependant, elle peut, si on n'y prend pas garde, aboutir à une généralisation abusive qui risque d'en restreindre le contenu informationnel.

En l'occurrence, c'est en prenant en compte une relation propre à l'électromagnétisme, mais négligée jusqu'ici, que la dite réduction a pu être effectuée. Celle-ci montre que les données de base de la relativité générale découlent directement de faits précédemment connus mais mal ou insuffisamment interprétés. On savait, en particulier depuis Galilée et Newton, que les « causes mécaniques » (en réalité les forces électriques) croissent comme le carré de la longueur (la grandeur des superficies), mais il manquait dans la relation d'échelle qui permet d'en rendre compte, $\varphi_e = \delta\lambda^2$, le facteur δ, l'échelle pour la densité (masse volumique) du milieu. Pourtant, dès que l'existence du phénomène d'écran, caractéristique de l'électromagnétisme a été connue, il devenait possible d'obtenir la relation en question (au chapitre 4 de mon livre[1]) et de dégager, ainsi que je l'ai dit, les données fondamentales de la relativité générale et ceci à partir des trois relations d'échelle élémentaires : celle qui vient d'être citée, celle pour l'équation fondamentale de la dynamique et celle pour la loi d'attraction de Newton (**Tableau 1**).

La base dimensionnelle est de la sorte réduite à une seule grandeur primaire, la longueur ; il y a donc géométrisation complète.

Fait caractéristique de l'intérêt que peut présenter une telle réduction de base, l'expression dimensionnelle de la densité $D = L^{-2}$ indique alors que la géométrisation obtenue ne peut se satisfaire sans approximations d'un (unique) espace euclidien. Le choix d'une géométrie basée sur les travaux de Gauss et de Riemann paraissait alors aller de soi.

En fait, il se pourrait que Gauss et Riemann aient joué, sans pouvoir le prévoir, un mauvais tour à Einstein.

Tableau 1 - Principaux systèmes dimensionnels et leurs relations de similitude

		Systèmes traditionnels	Systèmes à base réduite			
		CGS, MKS, etc	Electromagnétisme et Inertie	Inertie et Pesanteur	Inertie et Gravitation	Electromagnétisme Inertie Gravitation
			RELATIVITE RESTREINTE	RELATIONS DE FROUDE	SYSTEME ASTRONOMIQUE	RELATIVITE GENERALE
Base dimensionnelle / Echelles de ...		Longueur Masse Temps	Longueur Masse volumique	Longueur Masse volumique	Longueur Masse volumique	Longueur
Longueur	λ	λ	λ	λ	λ	λ
Force	φ	$\mu\lambda\tau^{-2}$	$\delta\lambda^2$	$\delta\lambda^3$	$\delta^2\lambda^4$	1
Temps	τ	τ	λ	$\lambda^{1/2}$	$\delta^{-1/2}$	λ
Masse	μ	μ	$\delta\lambda^3$	$\delta\lambda^3$	$\delta\lambda^3$	λ
Masse volumique	δ	$\mu\lambda^{-3}$	δ	δ	δ	λ^{-2}
Vitesse	β	$\lambda\tau^{-1}$	1	$\lambda^{1/2}$	$\delta^{1/2}\lambda$	1
Accélération	γ	$\lambda\tau^{-2}$	λ^{-1}	1	$\delta\lambda$	λ^{-1}
Impulsion	χ	$\mu\lambda\tau^{-1}$	$\delta\lambda^3$	$\delta\lambda^{7/2}$	$\delta^{3/2}\lambda^4$	λ
Energie	ε	$\mu\lambda^2\tau^{-2}$	$\delta\lambda^3$	$\delta\lambda^4$	$\delta^2\lambda^5$	λ

En effet, les coordonnées de Gauss (des coordonnées curvilignes) et les espaces à courbure positive de Riemann offraient à Einstein l'occasion de développer un formalisme mathématique séduisant au premier abord, mais ceci dans la mesure où il paraissait évident que tous les référentiels pouvant être pris en compte avaient tous nécessairement un même nombre entier de dimensions.

Cette condition restrictive n'était pas formulée, tant elle paraissait naturelle. Mais était-elle aussi évidente ?

C'est là l'inconvénient d'une mathématisation qui n'a peut-être pas suffisamment tenu compte de toutes les données physiques du problème posé, une mathématisation qui n'a pas suffisamment tenu compte de l'enseignement de Leibniz.

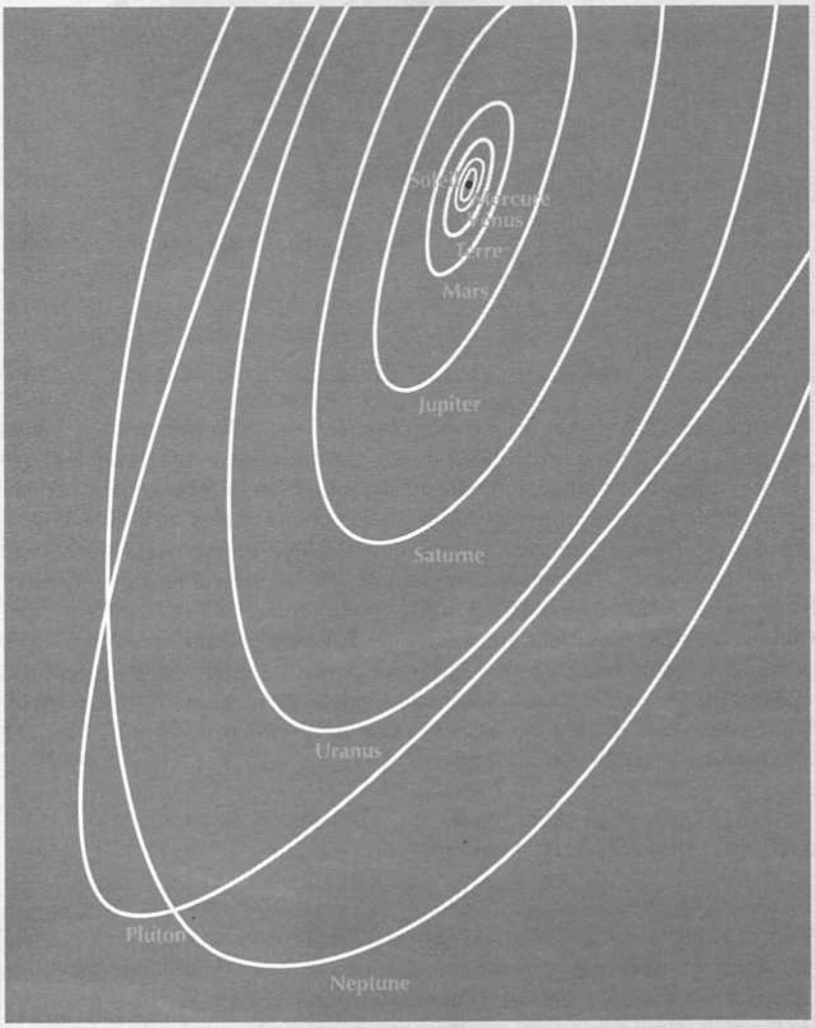
La relativité générale, bien que complexe, est une construction d'une grande élégance mathématique. Elle rend compte d'une part importante de la réalité physique de l'univers car elle a fait l'objet d'un certain nombre de vérifications expérimentales. Toutefois, elle a semblé jusqu'ici demeurer étrangère à l'aspect quantique des phénomènes et il apparaissait même qu'elle n'intègre l'électromagnétisme qu'à titre phénoménologique et non pas causal[2] (**Figure 1**).

Einstein connaissait ces reproches, c'est la raison de ses tentatives infructueuses pour établir une véritable théorie unitaire. N'a-t-il pas écrit ces phrases citées par John D. Barrow : *« Quelque soit la manière de sélectionner un ensemble de phénomènes de la Nature en utilisant le critère de simplicité, sa description théorique n'apparaîtra jamais complètement appropriée (...). Mais je ne doute pas que viendra le jour où cette description* [la théorie de la relativité générale], *aussi cédera le pas à une autre, pour des raisons qu'à présent nous ne soupçonnons pas encore. Je crois ce processus d'approfondissement de la théorie sans limites. »* [3]

J'ai montré dans la première partie de cet article que, malgré l'utilisation d'un espace de représentation quadridimensionnel, l'électromagnétisme devait être considéré comme un phénomène strictement limité à trois dimensions d'espace, alors que l'inertie et la gravitation au contraire avaient peut-être une extension selon des espaces physiques à plus grand nombre de dimensions (d'où l'importance de la notion de dimension spatiale dont une définition est donnée par la **figure 2**).

Vouloir représenter des phénomènes aussi disparates à partir d'un même référentiel (à nombre de dimensions donné) conduit soit à envisager des approximations, des distorsions ou des fractionnements spatiaux (espaces fractals) plus ou moins justifiés physiquement, soit, et c'est ce qui va être montré, à la nécessité de faire entrer dans le mode de représentation tridimensionnel des considérations d'une nature cinématique qui pourront paraître artificielles, mais qui n'en sont pas moins véri-

Figure 1 : Le système solaire



Les planètes du système solaire, dont la Terre, tournent autour d'une étoile, le Soleil pour la plupart dans un même plan, le plan de l'écliptique. Leur mouvement est défini par les lois de Kepler utilisées par Newton pour énoncer sa loi d'attraction gravitationnelle. Ces diverses lois ont essentiellement un caractère descriptif. Elles ne donnent pas de renseignements sur la formation du système. Elles ne font que décrire et expliquer le mécanisme d'un mouvement entretenu, dont certains éléments ont été précisés plus récemment par Einstein (avance du périhélie de Mercure, par exemple), mais il faudra faire appel à d'autres phénomènes que la gravitation et l'inertie — fussent-ils intégrés dans la relativité générale — pour rendre compte des mécanismes de formation d'un tel système et en particulier pour définir les causes initiales productrices du mouvement des planètes. C'est en cela que l'électromagnétisme, auquel il faut avoir recours pour tenter de donner une telle explication, a un caractère initiateur, un caractère causal, dont ne rend pas suffisamment compte la théorie actuelle.

fiées par l'observation.

Une telle nécessité découle pour certaines grandeurs du respect d'un principe de conservation (conservation de l'énergie et conservation de la quantité de mouvement, par exemple).

Le tableau 1 donne les échelles pour les différentes grandeurs dont il sera question ici.

Si on considère l'énergie, une telle grandeur peut être considérée comme résultant d'un déplacement sous l'effet d'une force (le produit d'une force par un déplacement), c'est le travail. L'expérience a montré qu'un corps pesant de masse M en mouvement avec une vitesse V est susceptible de fournir un tel travail lorsqu'il se trouve ralenti ; on dit qu'il possédait alors une énergie cinétique (une énergie de vitesse) donnée par la formule que tous les lycéens connaissent : $E = 1/2\ M\ V^2$: le demi produit de la masse du corps en mouvement par le carré de sa vitesse. En notation dimensionnelle on l'exprimera sous la forme : $M\ V^2$.

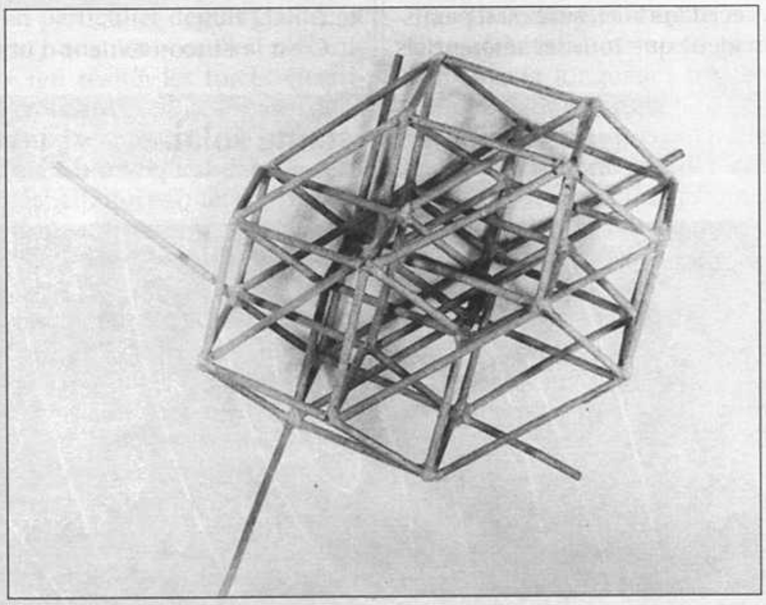
On définit aussi pour caractériser le mouvement du corps en question ce qu'on appelle sa quantité de mouvement ou impulsion et qui a pour expression : M V , le produit de la masse du corps par sa vitesse. C'est cette quantité de mouvement qui est transmise d'une boule de billard à une autre au cours du choc ; elle le serait intégralement si le choc était parfaitement élastique, c'est pourquoi on dit qu'il y a conservation de la quantité de mouvement (en l'absence de toute intervention extérieure). L'énergie, elle aussi, obéit à un tel principe et se conserve dans un système isolé.

Il est donc nécessaire qu'énergie et quantité de mouvement dans un système donné obéissent conjointement à ce principe de conservation.

J'ai démontré dans mon livre[1] (au début du chapitre 7) que *pour que soit satisfait un principe de conservation pour une grandeur, il est nécessaire que l'expression en L (longueur) de la dimension intrinsèque de cette grandeur soit homogène à celle définissant un volume de l'espace dans lequel est effectué l'observation.*

Exprimées en fonction de l'échelle de longueur, par référence à un espace tridimensionnel, l'expression de similitude des grandeurs soumises à conservation devra donc comporter le facteur λ^3.

Figure 2 : Vue en perspective à deux dimensions d'un hyperparallélépipède à cinq dimensions



Il s'agit en réalité de la photographie de la vue en perspective à trois dimensions de cet hyperparallélépipède, réalisée par collage de petites tiges de bois. La figure tridimensionnelle ainsi photographiée est obtenue par deux projections successives selon deux axes de coordonnées supplémentaires. Cinq axes de coordonnées sont donc nécessaires pour représenter le solide.

D'une manière plus générale, pour définir la notion de dimension, considérons un corps homogène occupant un certain domaine d'un espace donné. S'il est possible de définir au sein de ce domaine un corps plus petit mais semblable géométriquement au premier dans un rapport S, le rapport des masses (masses prises dans leur sens général de quantité de substance) est M. La formule $M = S^D$ définira alors le nombre de dimensions D de l'espace occupé par le corps. On aura donc :

$$\text{Log } M = D \text{ Log } S \text{ et } D = \frac{\text{Log } M}{\text{Log } S}$$

Une telle définition permet donc de trouver pour D des valeurs non entières et ainsi de conduire à la notion d'espace de type fractal. Il convient de remarquer cependant que cette définition suppose que l'autosimilitude puisse exister ce qui n'est pas le cas des domaines discrets ainsi que le montre la figure 5. Nous verrons que cette remarque prend une grande importance quand il faut considérer les conditions quantiques.

C'est cette condition de conservation qui va être appliquée.

Il est aisé d'obtenir les équations dimensionnelles, et par conséquent les relations de similitude, correspondant à l'expression de l'énergie et de la quantité de mouvement d'origine électromagnétique et gravitationnelle (**Encadré 1**), et ceci à partir du système correspondant à la relativité restreinte pour l'électromagnétisme et du système astronomique pour la gravitation. On a alors la surprise de constater que si pour l'électromagnétisme le respect conjoint du principe de conservation pour les deux grandeurs considérées ne pose pas de problème parce que l'échelle de vitesse est égale à 1, il en va différemment pour la gravitation. Les relations de similitude montrent, en effet, que dans un univers tridimensionnel statique et à l'égard de la condition définie plus haut, il ne peut pas y avoir conjointement conservation pour l'énergie et pour la quantité de mouvement (**Encadré 2**), et ceci parce que l'échelle de vitesse β est alors égale à : $\delta^{1/2}\ \lambda$.

L'expansion de l'univers

A l'échelle des galaxies, l'intensité des forces électromagnétiques devient ridiculement faible comparée à celle des forces d'inertie et de gravitation. La conséquence en est que les équations dimensionnelles ont alors dans le système astronomique, qui ne prend en compte que la gravitation et l'inertie, une forme (voir mon livre[1], fin du chapitre 3) qui parait donc ne plus répondre au respect d'un principe de conservation commun à l'énergie (exprimée par une échelle en λ^5) et la quantité de mouvement (exprimée par une échelle en λ^4) en géométrie tridimensionnelle. Cette constatation a une importance considérable en ce qui concerne les résultats de nos observations nécessairement faites au moyen de procédés répondant à cette géométrie tridimensionnelle.

Il nous faudra donc admettre qu'en tout point de l'espace il y a mouvement isotrope (en l'occurence une expansion) s'effectuant à une vitesse ayant pour échelle :

$\beta = \delta^{1/2} . \lambda$

et ceci de manière à ce que l'on puisse écrire :

$\varepsilon = \delta\ \lambda^3\ (\beta)^2$ pour l'énergie

et $\chi = \delta\ \lambda^3\ (\beta)$ pour la quantité de mouvement.

Nous voyons donc que le phénomène d'expansion de l'univers, dont la découverte revient à Hubble, répond à une nécessité dimensionnelle qui tient à la limitation à trois dimensions d'espace de nos procédés d'observation.

Il convient de noter que rien dans ces équations n'implique que le mouvement considéré soit une expansion. Ce pourrait tout aussi bien être une contraction. Sa grandeur est proportionnelle à la distance de mesure, ce que l'observation cosmologique confirme, et aussi à la racine carrée de la densité de matière, fait qui pourrait être intéressant en facilitant la recherche de la fameuse masse man-

Encadré 1 - Les relations de similitude pour l'énergie et la quantité de mouvement

Considérons la relation pour l'énergie (le travail). Cette grandeur a pour dimension le produit d'une force par un déplacement. Pour l'électromagnétisme, nous avons vu que la relation de similitude pour la force est :

$\varphi_e = \delta . \lambda^2$, où δ est l'échelle de masse volumique et λ l'échelle de longueur.

Soit ε l'échelle d'énergie (travail), on a :

(I) $\varepsilon_e = \varphi_e . \lambda = \delta\ \lambda^2 . \lambda = \delta\ \lambda^3$.

Toujours pour l'électromagnétisme, la quantité de mouvement sera représentée par la relation de similitude : $\chi_e = \mu . \beta$, où β est l'échelle de vitesse et μ l'échelle de masse.

Dans la mesure — c'est le cas en relativité restreinte — où l'on identifie dimensionnellement le temps à la longueur (ce qui revient à définir la vitesse par rapport à un extremum) on aura pour échelle de vitesse : $\beta = 1$, ce qui donne :

(II) $\chi_e = \mu . 1 = \delta\ \lambda^3$.

Et pour cette même raison on aura pour l'échelle d'énergie cinétique de nature électromagnétique :

(I') $\varepsilon_e = \mu . \beta^2 = \delta\ \lambda^3$.

Par contre, pour la gravitation générale, l'échelle pour la force est selon le système d'unités astronomique : $\varphi_g = \delta^2 . \lambda^4$.

Selon ce même système, l'échelle pour le travail gravitationnel sera donc (tableau 1) :

(III) $\varepsilon_g = \delta^2 . \lambda^4 . \lambda = \delta^2 . \lambda^5$.

Alors que l'échelle pour la quantité de mouvement d'origine gravitationnelle sera :

(IV) $\chi_g = \delta^{3/2} . \lambda^4$.

Encadré 2 - Conditions de conservation pour l'énergie et la quantité de mouvement

On constate que, dans l'encadré 1, les relations (I) (I') et (II) figurant dans les données de la relativité restreinte répondent, en ce qui concerne le respect du principe de conservation dans un espace tridimensionnel, à la condition de conservation puisque l'échelle de longueur λ y figure à la puissance 3. Par contre, les relations (III) et (IV) ne sont pas homogènes en λ, et aucune d'elles ne satisfait au critère dimensionnel de la dite conservation. Ceci tient à ce que dans le système astronomique (pour lequel le rôle joué par l'électromagnétisme dans la dynamique cosmologique est négligé) l'expression pour l'échelle de vitesse comprend l'échelle de longueur (Tableau 1) alors que pour l'électromagnétisme l'échelle de vitesse est indépendante de λ car elle peut être définie, comme il a déjà été noté, par rapport à un extremum. Si l'on persiste à penser que les lois fondamentales de la nature répondent à un principe de généralité, on admettra donc que l'énergie et la quantité de mouvement doivent obéir à l'impératif de conservation même à l'échelle cosmologique. Il s'agit là d'une question litigieuse. Il en sera discuté dans la troisième partie de cet article. Dans cette hypothèse, il nous faudra écrire sous une autre forme les relations (III) et (IV) :

(III) deviendra : $\varepsilon_g = \delta\ \lambda^3 . \mid \delta^{1/2}\ \lambda \mid^2$ et prendra alors la forme d'une relation cinétique car le tableau 1 nous indique que $\delta^{1/2}\ \lambda$ est l'échelle de vitesse gravitationnelle dans le système astronomique ; ceci donnera donc :

(V) $\varepsilon_g = \delta\ \lambda^3 . \beta^2$, où β est l'échelle de vitesse et (IV) deviendra :

(VI) $\chi_g = \delta\ \lambda^3 . \delta^{1/2}\ \lambda = \delta\ \lambda^3 . \beta_g$ qui demeure l'expression d'une quantité de mouvement

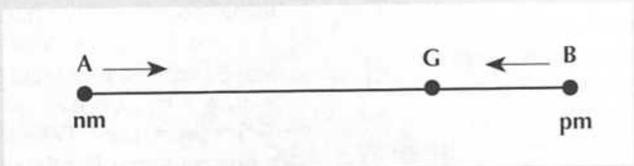
Cette formulation est la seule qui puisse rendre compte d'un respect commun de la conservation pour les deux lois.

quante de l'univers, dans la mesure où l'isotropie à grande échelle ne serait pas respectée.

L'étude qui vient d'être menée montre combien il est important de définir rigoureusement la géométrie du système de référence utilisé pour déterminer l'expression et surtout la signification des lois physiques.

En l'occurrence, il apparaît que c'est parce que nous sommes des êtres tridimensionnels que l'univers nous parait en expansion. Pour un référentiel à nombre de dimensions spatiales différent de trois, il pourrait ne pas en être de même.

Figure 3 - Répartition de l'énergie dissipée au cours du choc frontal de deux mobiles de masses différentes (problème à deux corps)



Soit deux mobiles A et B en mouvement rectiligne uniforme allant à la rencontre l'un de l'autre avec une vitesse relative V.

La masse de A, le mobile léger, est nm et la masse de B, le mobile lourd, est pm.

Soit G le centre de gravité (barycentre) du système formé par ces deux mobiles. G sera évidemment leur point d'impact lorsqu'ils se rencontreront.

Durant tout le temps du mouvement relatif on aura :

$$\frac{AG}{GB} = \frac{p}{n}.$$

On pourra exprimer en valeur absolue la vitesse de chacun de ces mobiles par rapport à G soit ${}_{(A)}V$ et ${}_{(B)}V$ et on aura pour le rapport de ces vitesses :

$$\frac{{}_{(A)}V}{{}_{(B)}V} = \frac{p}{n}$$

ce qui donnera pour le rapport des énergies cinétiques au moment du choc :

$$\frac{{}_{(A)}E}{{}_{(B)}E} = \frac{1/2\,nm}{1/2\,pm} \cdot \frac{{}_{(A)}V^2}{{}_{(B)}V^2} = \frac{n}{p} \cdot \left(\frac{p}{n}\right)^2 = \frac{p}{n}.$$

Contrairement à ce qu'on pourrait penser avant de faire les calculs, c'est donc le mobile léger qui apporte la plus grande partie de l'énergie dissipée au cours du choc et ceci en rapport inverse du rapport des masses.

S'il s'agit d'automobiles, on voit que dans ce cas précis on aurait intérêt à fixer solidement des lingots de plomb sous les longerons de la caisse de sa voiture. En cas de choc avec une voiture du même type, par exemple, non lestée mais de résistance mécanique identique, c'est à cette dernière et surtout à ses passagers que le choc occasionnera le plus de dégâts car c'est elle qui aura, par rapport au centre de masse, la plus grande part de la vitesse relative des deux véhicules et c'est elle qui, durant la période d'écrasement, subira la décélération la plus grande.

Les référentiels et la réalite objective

L'expérience montre que, dans de nombreux cas, les résultats de l'observation doivent, en contradiction avec l'apparence, être interprétés en fonction des conditions de cette observation pour ne pas conduire à des conclusions erronées. Des exemples de cette assertion ont été donnés dans la première partie de cet article en ce qui concerne les forces fictives. Un autre exemple, simple mais caractéristique, est celui des mirages ou bien encore celui du choc frontal de deux mobiles (**Figure 3**)

Dans les cas de ce genre, il est facile de dépasser le stade de l'évidence trompeuse pour aboutir à une réalité qui pourrait être considérée comme objective.

Il n'en est pas de même quand c'est la géométrie même du dispositif d'observation (le système de référence) qui est en cause ainsi que le montre l'exemple de l'expansion de l'univers.

Un autre exemple aussi démonstratif est celui de la **figure 4** : le système planétaire qui s'y trouve décrit constitue un cas d'école.

Pour l'observateur bidimensionnel O, l'échelle de masse volumique est égale à l'échelle de longueur λ. Par conséquent, pour lui, il découlera de ses mesures que si, par exemple, le corps A a un diamètre double de celui du corps B, la densité (la masse volumique) de ce corps A (le disque A) sera nécessairement le double de celle du corps B (le disque B).

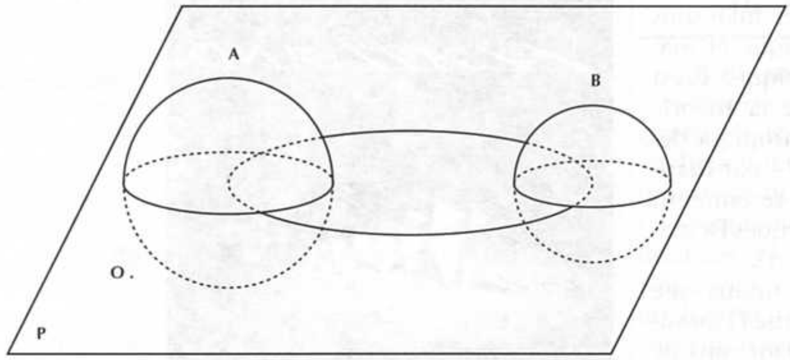
Cet observateur pourra ainsi bâtir une physique qui sera aussi cohérente que la nôtre, mais mathématiquement plus compliquée, cependant.

En vérité, sur un plan conceptuel pur, dans un tel cas, et en l'absence de données supplémentaires, il serait difficile de dire laquelle des deux physiques correspond à la réalité. L'une et l'autre décrivent correctement le mouvement et, après tout, l'extension en forme de sphère des disques bidimensionnels pourrait être interprétée comme un artifice mathématique permettant de simplifier les calculs.

La principale raison qui pourrait conduire l'observateur bidimensionnel O à admettre que le monde physique a au moins une dimension de plus que celui dans lequel il se trouve tient à ce qu'il lui serait impossible, ou tout au moins très difficile, d'opérer un fractionnement des masses bidimensionnelles dont il constate l'existence. Il pourrait donc être amené à conclure qu'il existe au sein de la matière des forces de liaison dont la genèse intéresse au moins une dimension supplémentaire à laquelle il n'a pas accès.

Cependant, l'éventualité du choix d'une telle conclusion par l'observateur bidimensionnel n'est rendue probable que parce que le cas choisi est particulier. Il en serait probablement autrement si, par exemple, son

Figure 4 : Un exemple montrant que l'interprétation des faits observés peut dépendre du nombre de dimensions du référentiel



On a deux masse graves sphériques A et B qui gravitent l'une autour de l'autre (en réalité autour de leur barycentre) en obéissant aux lois de la mécanique céleste selon le schéma classique tridimensionnel. Pour chacun des corps graves, supposés homogènes et isotropes et de même composition, la masse est donnée à trois dimensions par l'équation dimensionnelle : $M = D_3 . L^3$ obtenue en fonction de la densité D et de la longueur L.

L'expression dimensionnelle de cette densité (masse volumique) sera donc : $D_3 = M . L^{-3}$ et pourra être considérée comme égale à une constante K.

Imaginons maintenant un observateur bidimensionnel O situé dans le plan P de l'orbite et étudiant dans son espace les lois physiques du phénomène. En disposant d'un moyen de mesurer les distances et le temps, il « verrait » ces deux masses sous la forme de deux disques sans épaisseur mais qui bien entendu se déplacerait selon les lois de Kepler (définies à partir de grandeurs situées dans le plan de l'orbite) permettant ainsi de trouver la loi d'attraction de Newton :

$F = M . M' . D^{-2}$ exprimée ici sous forme dimensionnelle. Ainsi, la force d'attraction étant une force centrale, il obtiendrait pour cette force une valeur égale à celle obtenue en espace tridimensionnel, ainsi que pour la masse. Mais pour lui, toute la masse de chaque corps serait conçue comme existant uniquement sur les disques dont il observe l'existence et la masse volumique qu'il attribuerait aux corps ne serait pas une constante, mais dépendrait de L, la longueur, car elle serait donnée par les équations (dimensionnelles) : $D_2 = M . L^{-2} = K . L^3 . L^{-2} = K . L$.

Pour lui, il ne saurait donc pas exister de liberté pour l'échelle de densité qui varierait impérativement en fonction de l'échelle de longueur.

espace bidimensionnel coupait suivant un certain angle le plan de révolution des corps considérés.

Ce qui pourrait se passer dans une telle éventualité a été admirablement conté dans un roman de science-fiction, *Flatland*, écrit de manière humoristique par E. A. Abbot, il y a une centaine d'années[4]. Il s'agit d'un pays plat, en réalité bidimensionnel, c'est-à-dire sans épaisseur. Le héros, un carré particulièrement astucieux finit par comprendre comment se manifeste la traversée de son espace par une sphère de l'espace tridimensionnel qui « contient » le sien : l'apparition d'un point qui se transforme en un cercle qui grandit passe par un maximum, rapetisse pour de nouveau se réduire à un point qui finit par disparaître. Jusqu'ici, semble-t-il, personne n'a vu dans notre espace un point apparaître et se transformer en une sphère qui grossirait, passerait par un volume maximum puis rapetisserait pour ensuite disparaître elle aussi, ce qui indiquerait qu'une hypersphère d'un espace quadridimensionnel a traversé notre espace. Nous verrons plus loin pourquoi il est peu vraisemblable qu'une telle éventualité puisse se produire un jour.

Il parait très probable maintenant que l'espace dans lequel nous faisons nos observations à partir de l'électromagnétisme soit à trois dimensions.

Il s'ensuit que la facilité avec laquelle nous pouvons fractionner ou réunir les corps matériels indique que les mécanismes (essentiellement d'ordre électrique) assurant, à notre échelle, la cohésion de ces corps, intéressent ces trois dimensions et pas plus, car dans le cas contraire nous ne pourrions effectuer de telles opérations et surtout, il ne saurait alors exister pour nous de liberté pour l'échelle de densité.

Par contre, et dans le même esprit, le fait que nous ne puissions pas intervenir (semblait-il) sur l'inertie et la gravitation plaiderait en faveur de l'existence d'espaces d'ordre supérieur qui permettraient de rendre compte des mécanismes mis ainsi en jeu et dont nous avons jusqu'ici subi passivement la manifestation.

J'ai défini les données d'une telle idée dans mon livre[1].

Cependant, et dans la structuration de ce genre d'hypothèse, il faudra se garder de l'anthropomorphisme qui consisterait à attribuer à ces phénomènes hyperspatiaux une nature comparable à celle de l'électromagnétisme à trois dimensions. En effet s'il en était ainsi, il n'y aurait pas de liberté de similitude pour la densité, même à notre échelle. C'est pourquoi l'image de la traversée de notre espace par une hypersphère n'a pas le sens qui lui a été attribué plus haut dans ce texte ; cette hypersphère ne saurait probablement pas exister en tant qu'objet individualisé à cette échelle des longueurs.

Il y a actuellement une tendance à reprendre les vieux clichés de l'anthropomorphisme chers à Teilhard de Chardin et Karl Popper. mais sous une forme plus scientifique et mathématiquement sophistiquée. C'est le cas, par exemple, de la théorie basée sur le principe anthropique développée à partir de 1974 par Brandon Carter et analysée récemment dans un livre écrit par Jacques Demaret et Dominique Lambert[5].

Il n'en demeure pas moins que maintenant — étant donné la quasi-stagnation depuis cinquante ans de nos connaissances théoriques fondamentales, qui avouons-le, sont encore bien rudimentaires et incertaines — nous allons devoir faire, par une révision douloureuse des concepts initiaux, un effort de réflexion approfondie pour tenter de sortir notre science de l'ornière dans laquelle elle s'est enlisée.

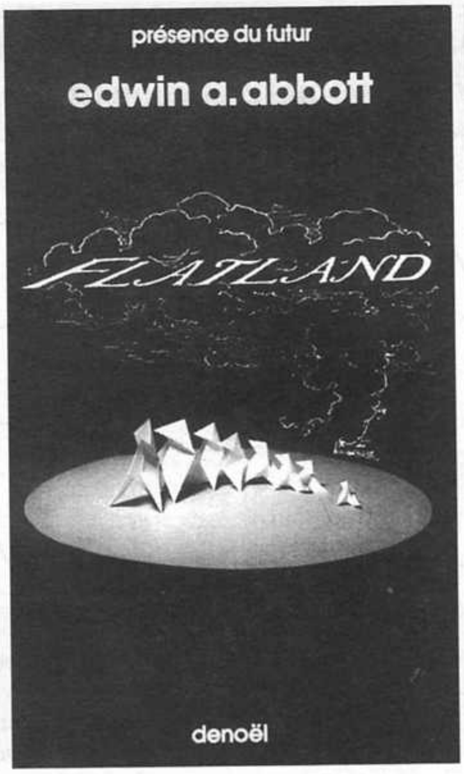
Il s'agit d'une révolution qui devra être au moins de la même ampleur que celle déclenchée au début de ce siècle par Lorentz, Einstein, de Broglie, Planck, Bohr et Heisenberg, initiateurs de la relativité et des théories quantiques. Elle ne pourra avoir lieu, semble-t-il, que par une révision importante de notre définition de l'espace et du temps et risquera de heurter par là même nos habitudes de pensée, de manière peut-être plus drastique encore que ne l'ont fait à l'origine la relativité et la mécanique quantique.

En effet, la relativité, par exemple, exigeait une révision des concepts d'espace et de temps, mais sensible uniquement à des échelles extrêmes de longueur et de vitesse.

C'est probablement maintenant les notions spatiales concernant notre environnement proche qu'il faudra revoir.

Un effort dans ce sens digne d'être retenu est celui qui envisage l'existence d'une structure fractale de l'espace dont il a été question dans la première partie de cet article. Cette théorie de l'espace fractal a été développée, comme il a été indiqué par Ord d'une part et Nottale et Schneider d'autre part.

Elle ne rencontre pour l'instant qu'une indifférence polie de la part des milieux scientifiques concernés.



Ecrit il y a une centaine d'années par le théologien et scientifique anglais Edwin A. Abbot, Flatland décrit, sur le mode humoristique, un univers en deux dimensions, dont le héros, un carré, émet l'hypothèse de l'existence d'une troisième dimension.

Il faut donc saluer l'initiative de Georges Lochak qui, dans l'esprit novateur qui était celui de Louis de Broglie, vient de donner récemment la parole à Laurent Nottale dans le cadre des séances de la fondation qui porte le nom du créateur de la mécanique ondulatoire.

Une tentative du même ordre, mais effectuée indépendamment et dans un esprit essentiellement cosmologique, a été exposée dans l'*American Journal of Physics*, Vol. 56, p.1075 par Robert Oldershaw. La théorie en question, qualifiée par le *New Scientist*[6] britannique de « Self-similar Cosmology » suppose l'existence d'un principe d'organisation qui donnerait à l'univers une structure de domaines fractals emboîtés, à la manière de poupées russes.

De même que la théorie de la création continue de matière de Fred Hoyle, elle va à l'encontre de l'hypothèse du Big Bang, et pour cette raison fait l'objet actuellement de critiques acerbes dans les pays anglo-saxons.

Les référentiels, l'expression des lois et la quantification

Il semble donc qu'en utilisant les géométries classiques (dont font désormais partie les géométries non euclidiennes), il parait difficile sinon impossible d'énoncer des lois suffisamment générales pour être applicables dans un même espace à toutes les échelles de longueur de la réalité physique.

Même lorsqu'on utilise une géométrie euclidienne, l'autosimilitude est loin d'être la règle en physique.

L'autosimilitude dans un domaine discret à nombre de dimensions entier n'existe pas.

Les schémas de la figure 5 en donnent un exemple sommaire. Soit un domaine discret : L^t à t dimensions comprenant N éléments distincts assimilables à des points répartis de manière homogène et isotrope.

Le domaine qui lui sera semblable dans le rapport de longueur λ : $(\lambda L)^t$ devra comprendre le même nombre d'éléments distincts, car la similitude est une transformation ponctuelle.

La densité de points dans le premier cas sera : $D_1 = N / L^t$.

Dans le second, elle sera :
$D_2 = N / (\lambda L)^t$.

On aura donc, δ étant l'échelle de densité discrète : $D_2 / D_1 = \delta = \lambda^{-t}$. *La densité discrète variera donc en raison inverse* de la puissance t de l'échelle de longueur, c'est-à-dire *d'une puissance de l'échelle de longueur égale au nombre de dimensions de l'espace considéré.* Dans un espace à nombre de dimension donné, plus le domaine sera petit, plus la densité de domaines élémentaires devra y être grande. Nous allons voir qu'une telle relation associée aux relations de la relativité générale conduit à la conception d'une limite pour la diminution de longueur, celle constituée par l'existence d'un quantum de longueur.

Cette relation $\delta = \lambda^{-1}$, dans laquelle δ est l'échelle de densité discrète, *pourra être considérée comme énonçant une condition générale de quantification* et pourra être appliquée à l'expression des lois physiques.

En effet : soit un phénomène caractérisé par un ensemble de manifestations élémentaires toutes de même type. Leur caractère d'élémentarité permettra de les considérer comme demeurant identique à elles-mêmes quelle que soit l'échelle à laquelle le phénomène résultant est observé.

Dans de telles conditions, chacune de ces manifestations élémentaires devra être considérée comme hors similitude et la valeur qui la caractérise, son intensité par exemple, sera assimilée à une constante. On pourra alors lui attribuer un caractère spatial ponctuel sans rien changer aux conditions de similitude.

On pourra donc dire que *si, dans un domaine physique, la manifestation d'un phénomène peut être décomposée en manifestations élémentaires toutes de même type, l'intensité de ces manifestations étant la plus petite intensité que peut avoir le phénomène sans que sa nature soit modifiée, il ne peut pas exister de liberté de similitude pour la densité discrète caractérisant le dit phénomène.*

Une telle liberté ne peut exister que s'il coexiste, semble-t-il, au moins deux types différents de phénomènes élémentaires (en interaction) dans le domaine considéré.

Ceci explique pourquoi il y a liberté de similitude pour la densité des phénomènes électriques en ce qui concerne leurs manifestations à notre échelle, lesquelles résultent de la coexistence de phénomènes d'attraction et de répulsion.

Ces conditions théoriques montrent alors qu'il en ira différemment pour la gravitation qui ne comporte qu'un seul type de phénomène élémentaire. Cette remarque s'appliquera à l'échelle cosmologique où le rôle phénoménologique de l'électromagnétisme est négligeable. A plus petite échelle l'expérience montre qu'il existe des processus d'interaction entre électromagnétisme et gravitation qui conduisent à tempérer la portée de cette remarque.

L'aspect quantique de la relativité

Voyons maintenant comment se présente la quantification de la charge électrique. Les calculs de similitude figurant dans l'**encadré 3** démontrent que cette quantification est parfaitement compatible avec les données de la relativité et, en particulier, avec sa condition pour l'échelle de densité massique $\delta = \lambda^{-2}$, de telle sorte qu'il sera même permis de dire que *c'est parce que les propriétés de la charge électrique répondent aux données de la relativité générale que cette charge peut être considérée comme quantifiable.*

On arrivera, par un calcul analogue, à une relation du même ordre en ce qui concerne l'action, produit d'une énergie par un temps qui conduit directement ainsi que le montrent les calculs de l'**encadré 4** à la quantification de la longueur.

Il est intéressant de noter que *cette quantification de la longueur, contrairement à bien d'autres données de la physique, est une nécessité générale indépendante du choix du référentiel, même en ce qui concerne le nombre de ses dimensions*, car le résultat $\lambda = 1$ serait obtenu quel que soit l'exposant de λ figurant dans la relation de quantification. Cette constatation montre, l'importance primordiale du phénomène quantique en ce qui concerne la généralisation des lois de la physique.

Ainsi, et contrairement à une opinion répandue, *la relativité générale, tout au moins en ce qui concerne les données à partir desquelles elle est établie, est tout à fait compatible avec la théorie quantique de l'électromagnétisme. Et ce sont les dites données elles-mêmes qui conduisent à cette quantification quand on en formule correctement l'expression dimensionnelle.*

Qui plus est, on constate que ces données sont aussi compatibles avec une quantification de la masse considérée comme charge gravitationnelle.

En effet, en appliquant la condition générale de quantification à la relation exprimant l'échelle de densité de masse : $\delta = \lambda^{-2}$; l'égalité $\lambda^{-2} = \lambda^{-3}$

Encadré 3 - Quantification de la charge électrique

Nous savons que les phénomènes électromagnétiques sont quantifiés. Voyons ce qu'il en est, par exemple, pour la charge électrique élémentaire. La relation de similitude donnant l'échelle de force électrique est : $\varphi_e = \delta \lambda^2$, où δ est la densité massique ou masse volumique.

Elle découle d'une relation générale de similitude pour l'interaction électrique dont l'expression résulte de la prise en compte de l'effet d'écran en théorie linéaire du champ ainsi que cela à été exposé dans le chapitre 4 de mon livre[1] et dans laquelle δ est l'échelle de masse volumique (densité massique).

On a donc : $\varphi = \dfrac{\delta \lambda^2 \, . \, \delta \lambda^2}{\delta \lambda^2}$.

L'expression de similitude pour la charge électrique q y est la même que celle pour la force soit : $q = \delta \lambda^2$ (charge électrique dotée de masse et étendue dans l'espace).

On aura donc pour l'échelle de densité de charges élémentaires δ_q (en espace tridimensionnel) : $\delta_q = \delta \lambda^2 \, . \, \lambda^{-3} = \delta \lambda^{-1}$.

Appliquons maintenant la condition de quantification qui vient d'être énoncée $\delta = \lambda^{-t}$ avec ici $\delta = \delta_q$ et $t = 3$, ce qui donne pour cette condition : $\delta_q = \lambda^{-3}$.

On a donc $\delta_q = \delta \lambda^{-1} = \lambda^{-3}$ ce qui donne pour δ la densité massique : $\delta = \lambda^{-2}$, une relation de similitude qui est celle qui correspond aux données de la relativité générale (Tableau 1).

Et comme indiqué plus haut, l'échelle de charge électrique étant dans ce cas la même que l'échelle de force, on aura donc : $q = 1$.

La charge électrique pourra donc être définie par rapport à un extremum, un quantum de charge.

conduit aussi à $\lambda = 1$ et ceci aussi indépendamment du nombre de dimensions du référentiel.

La relativité et la cosmologie

On a souvent considéré la relativité générale, ainsi qu'il a été dit plus haut, comme une théorie cosmologique ne s'appliquant pas, ou tout au moins difficilement, aux domaines physiques de petite taille.

Une telle conception aurait dû étonner : en effet, la relativité générale n'est qu'une extension de la relativité restreinte à la gravitation. Il n'y pas de raisons valables pour que cette extension puisse amener une restriction à la portée de la dite relativité restreinte. Il y a là un illogisme dont il faudra examiner les raisons.

Ce qui trompe, c'est que le plus souvent on commence l'étude de la relativité générale à partir du principe d'équivalence entre gravitation et inertie. Elle est ainsi, au départ, considérée comme une théorie cosmologique ce qui oriente d'emblée les calculs selon une telle optique, et ceci au détriment d'une application au domaine quantique. Cette attitude est d'autant plus néfaste que la représentation du monde cosmique que donne la relativité générale n'est pas sans reproche.

Il est curieux de constater, en effet, que l'antinomie existant entre le phénomène d'expansion de l'univers et la relativité générale n'est pratiquement jamais soulignée. Et lorsqu'on en fait état, on se livre alors à des acrobaties mathématiques pour pouvoir en négliger les conséquences.

Cette contradiction est pourtant bien mise en évidence par l'analyse dimensionnelle de ce phénomène d'expansion qui, rappelons-le, n'était pas au départ la conséquence d'une théorie mais le résultat de mesures.

Au plan théorique, ainsi qu'il a été noté, la nécessité de l'expansion découle des équations du système astronomique, un système à base réduite qui ne prend en compte que l'inertie et la gravitation et pour lequel l'expression de similitude pour la vitesse : $\delta^{1/2}\lambda$ comporte l'échelle de longueur.

En l'occurrence, à l'égard d'un tel système, il n'existe donc pas, pour cette vitesse, de limite supérieure autre que celle qui serait imposée par une éventuelle limitation de la grandeur de l'univers.

Ce n'est que lorsqu'on prend en compte l'électromagnétisme que l'on est conduit à admettre — par réduction de la base dimensionnelle à une seule unité primaire, la longueur — l'existence d'une vitesse limite, celle de la lumière et ceci parce que le temps se trouve identifié dimensionnellement à la longueur.

Il y a là quelque chose d'illogique.

Encadré 4 - La quantification de l'action entraîne la quantification de la longueur

Dans le système dimensionnel à base réduite à la longueur, on a pour l'action A la relation d'échelle suivante :$\alpha = \lambda^2$.

L'échelle de densité pour cette grandeur sera donc :
$\delta_A = \lambda^2 \cdot \lambda^{-3} = \lambda^{-1}$.

Avec la condition de quantification $\delta_A = \lambda^{-3}$, on est conduit à poser :
$\lambda^{-1} = \lambda^{-3}$, égalité qui ne peut être vérifiée que pour $\lambda = 1$

La condition de quantification appliquée à l'action conduit donc à définir la longueur en fonction d'un extremum qui devra être considéré comme un quantum, le quantum de longueur.

La notion de vitesse limite

Comment un phénomène comme l'interaction électrique qui, à très grande échelle, n'a plus d'action dynamique majeure, peut-il par la seule vertu d'une manipulation mathématique jouer un rôle limitatif d'une telle importance ? (et ceci même s'il conserve un rôle initiateur ou un rôle d'émission d'information par les manifestations électromagnétiques qu'il induit).

En fait, pour la relativité générale, le phénomène d'expansion ne devrait pas exister parce que, pour cette théorie, il ne saurait y avoir de vitesse ayant pour échelle une valeur comportant λ.

Or, et jusqu'à preuve du contraire, le phénomène d'expansion fait l'objet de vérifications expérimentales de plus en plus nombreuses et, semble-t-il, probantes.

Pour sauver la validité à grande échelle de la relativité, on dit alors que ce phénomène d'expansion échappe aux conditions de la théorie parce qu'il intéresse l'espace lui-même et qu'il ne peut pas, par conséquent, entrer dans le cadre des lois physiques ordinaires.

Je viens de montrer, au contraire, que l'expansion découle directement des lois de conservation pour l'énergie et la quantité de mouvement, des lois à caractère spatial, bien sûr, mais qui n'en demeurent pas moins des lois élémentaires de la physique classique.

De ceci, il résulteraitque la limitation relativiste de la vitesse n'intéresse que le mouvement dépendant de l'électromagnétisme (les causes mécaniques de Newton), c'est-à-dire le mouvement produit, par exemple, par les moteurs quels qu'ils soient de notre technologie, moteurs électriques, à vapeur, à explosion, fusées etc. ou par des champs accélérateurs comme ceux des collisionneurs de particules.

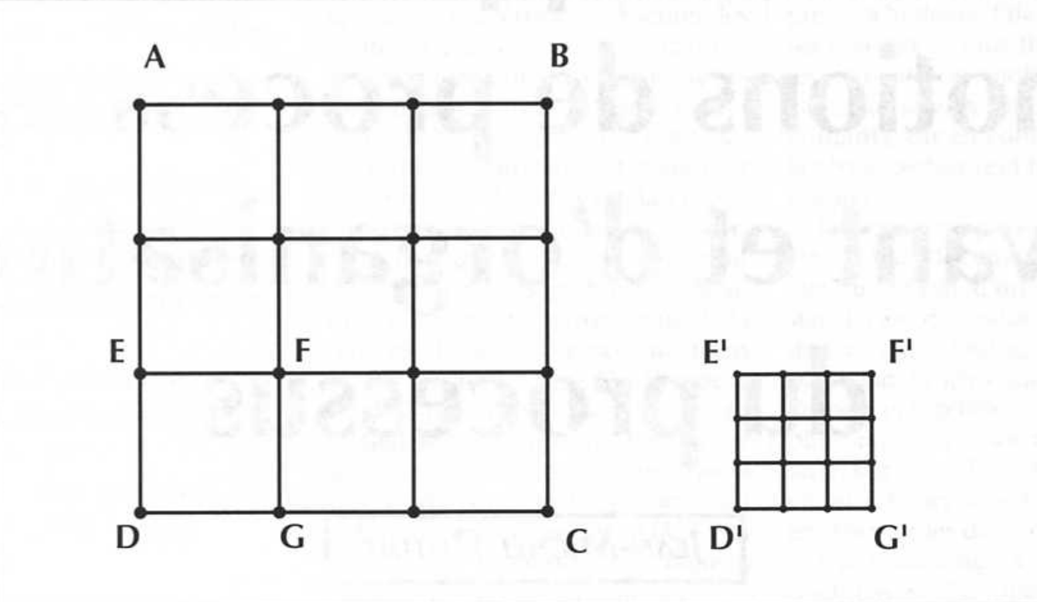
L'augmentation relativiste de masse en fonction de la vitesse montre effectivement qu'il existe une limite électromagnétique de vitesse, celle de la lumière, pour laquelle la masse d'inertie deviendrait infinie, alors que la force motrice d'origine électrique n'est pas affectée de cette sorte.

On devra reconnaître cependant qu'il y a quelque difficulté à opposer cette limitation à un mouvement provoqué par une force de gravitation.

En effet, dans un tel cas, la force motrice dépend elle aussi de la masse du mobile considérée comme une charge et croît en conséquence.

Au voisinage de la vitesse de la lumière, on se trouve donc avoir affaire, pour l'accélération, à un rap-

Figure 5 - Pour les domaines physiques discrets à nombre entier de dimensions spatiales, l'autosimilitude n'existe pas



Le domaine à 2 dimensions spatiales : A B C D n'est pas semblable à sa partie, le domaine E F G D bien que leurs dimensions linéaires soient dans le rapport dimensionnel 3/1. Pour que ces deux carrés soient semblables, il faudrait que E F G D prenne la configuration E' F' G' D'. Mais alors, la densité de points rapportée à la surface du petit carré serait plus grande que celle du grand qui le contient. Elle serait 3^2 fois plus grande C'est à partir de constatations de ce genre que j'ai pu définir une loi générale de quantification des phénomènes.

port de deux grandeurs tendant vers l'infini, ce qui mène à une indétermination mathématique.

Il convient alors de rappeler que les relations de similitude plaident en faveur de l'absence de limitation pour la vitesse d'origine gravitationnelle puisque l'échelle de cette vitesse comporte, dans le système astronomique, le facteur λ.

De plus, comme nous l'avons vu, l'observation de la vitesse de fuite des galaxies plaide dans le même sens.

Il serait donc utile de pouvoir réaliser une expérience qui permettrait peut-être de trancher.

Etant donnée l'évolution de notre technologie des fusées, il est maintenant possible d'envisager la réalisation d'une telle expérience qui serait intéressante à plus d'un titre. Elle consisterait à propulser un mobile en direction d'un astre sans atmosphère, la Lune peut-être, et ceci de manière à ce qu'il atteigne une vitesse aussi proche que possible de la vitesse de la lumière à un point situé aussi loin que possible de la surface de l'astre et d'observer ce qu'il deviendrait après que le champ gravifique de celui-ci ait pris le relais moteur du système propulseur électromagnétique.

Un esprit facétieux, poussant la logique relativiste jusqu'à l'absurde, pourrait alors supposer que l'expérience étant sur le point de réussir et que le mobile ayant atteint ainsi une masse gigantesque, il pulvériserait l'astre en question.

Dans la même veine, mais en tenant compte des règles barycentriques, on pourrait penser plus prosaïquement, mais en faisant quand même de la science-fiction que si le mobile atteignait la vitesse de la lumière, il disparaîtrait purement et simplement avant d'avoir atteint la surface de l'astre et ceci sans altérer en rien son l'intégrité. Peut-être alors le verrait-on réapparaître de l'autre côté, ralenti cette fois-ci par le champ gravitationnel, ce qui apporterait la première indication expérimentale de l'existence d'un hyperespace... On peut rêver... ■

ERRATUM

Une erreur s'est glissée dans la première partie de cet article.

Dans le tableau 2, il fallait lire : $\frac{\mu_i \lambda}{\tau^2}$ et non pas $\frac{\mu_i}{\tau^2}$.

Bibliographie

1. Saumont R., *Analyse dimensionnelle et similitude en physique fondamentale,* 1989, Editions Européennes, 11 bis avenue de la Providence, 92160 Antony.
2. Tonnelat M. A., *Les principes de la théorie électromagnétique et de la relativité,* 1959, Masson, Paris.
3. Barrow J. D., *Theories of Everything, the quest for ultimate explanation,* 1991, Oxford University Press.
4. Abbot E. A., *Flat Land, a romance of many dimensions,* Basil Blackwell Oxford, Réédition 1968, Denoel, Présence du Futur.
5. Demaret J. Lambert D., *Le principe Anthropique,* 1994, Armand Colin (collection S), Paris.
6. « Cosmic beachcombers » (article non signé), *New Scientist,* 1995, 23/30 Decembre, p. 56.