Le mouvement de jeunes de LaRouche se confronte à la science

Comment maîtriser Gauss et influencer l'Histoire

PETER MARTINSON

Lyndon LaRouche a élaboré tout un curriculum éducationnel pour son mouvement de jeunes, rassemblant sur l'année et demi passée, quelques centaines de discours, dialogues et écrits : Nous devons maîtriser l'écrit de 1799 de Carl Friedrich Gauss, à propos des sa preuve du Théorème Fondamental de l'Algèbre ! Nous devons comprendre, non seulement la construction de sa démonstration du théorème, mais aussi sa critique sur les autres mathématiciens de son temps, et la signification historique de son acte de courage et de génie.

J'ai 25 ans, et je suis un LaRouchiste depuis début 2002. J'ai développé à l'université de solides bases en mathématique, astronomie et physique avant de rejoindre cette organisation. Quand j'ai vu dans ce mouvement la passion pour les percées scientifiques, les découvertes, ainsi que le commencement d'une Renaissance globale, j'ai été excité car je n'avait pas connu cela à l'école.

Par exemple, lors d'une réunion, un des organisateurs me demandait pourquoi l'eau des toilettes tourbillonnait dans un sens dans l'hémisphère nord et dans l'autre sens dans l'hémisphère sud. Après 15 minutes passées devant le tableau blanc, dessinant quelques diagrammes de mécanismes de corps en orbite, et d'autres trucs pour essayer de démontrer l'effet de Coriolis, j'ai réalisé que toutes les conversations avaient stoppé et que tous les jeunes présents fixaient les dessins avec des regards pleins d'une vive attention.

Ils ont alors commencé à me bombarder de questions sur pourquoi la vitesse de rotation d'un objet en chute libre est conservée, comment elle change avec la latitude, etc, etc. Cela m'a remémoré une fête, au département d'astronomie de l'Université de Washington lors de laquelle les discussions sur l'Univers se limitaient à des blagues idiotes à propos de ses camarades.

Mon « éducation » m'a fourni des outils très utiles, et une certaine aisance dans les travaux mathématiques, mais j'ai pu constater très vite qu'en majeure partie, c'était plus un fardeau qu'une aide, ainsi que vous allez pouvoir le constater dans cet article.

COMMENT ATTEINDRE LA PREMIÈRE PAGE

A l'occasion d'une visite à Los Angeles, j'ai pu poser à Lyndon LaRouche la question suivante : « Pourquoi Kepler a-t-il décidé de mettre les orbites planétaires entre des solides platoniciens emboîtés les uns dans les autres ? Je veux dire, à quoi pensait-il ? »

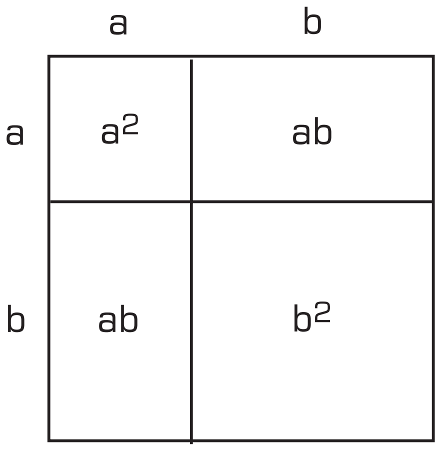
Je n'ai pas compris une grande partie de sa réponse, dans laquelle il a fait référence à « l'auto évidence apparente des nombres à compter », mais j'ai pris des notes assidûment car j'ai compris qu'il avait utilisé ma question pour nous inviter à étudier la preuve de Gauss concernant l'existence du Domaine Complexe.

Plus tard, Jonathan Tennenbaum nous a parlé de l'importance d'étudier sérieusement le travail d'un des grands scientifiques du passé. Au cours de la discussion, il demanda pourquoi nous pensions que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. « Si vous ne comprenez pas pourquoi c'est physiquement vrai, alors vous êtes seulement en train de mémoriser des règles » disait-il. Il a alors dessiné un carré sur le tableau, de longueur a + b, avec deux lignes tracées à l'intérieur, coupant le carré en quatre parties, d'aires a^2, ab, et b^2 (figure 1). A ce moment là, ma partenaire scientifique Riana laissa éclater sa joie en voyant comment la géométrie facilitait les choses, contrairement aux années de casse-tête subies avec les formules. Cet évènement déclencha notre travail sur l'écrit de Gauss.

De retour à Seattle, certains des (maintenant 20) membres ont tenté de relever le défi, non en lisant le texte de Gauss, mais en s'attaquant en profondeur à deux pédagogiques de Bruce Director au sujet de la preuve. Ce que Bruce dit, à propos de ce qu'a prouvé Gauss, nous semblait assez simple : une équation a autant de racines que la puissance de sa variable de plus haute puissance. En d'autre termes, une équation en x^3 a trois solutions, et celle en x^4, quatre solutions, etc. C'est le Théorème Fondamental de l'Algèbre.

Une partie du texte de Gauss est une réfutation des preuves précédentes du Théorème Fondamental de l'Algèbre données par d'Alembert, Euler, Lagrange… Quelle est la différence entre les deux explications du phénomène ? Si les deux expliquent le phénomène correctement, comment peut-on dire que l'une est « plus vraie » que l'autre ? Le problème auquel Gauss se confrontait, aussi loin qu'on en puisse juger à l'époque, était que dans une équation du type $x^2 + 1 = 0$, ou bien vous n'avez pas de solution, ou vous inventez un nouveau type de nombre : la racine carrée de (-1). Et pourquoi pas ? Est-ce Dieu qui a inventé les nombres à compter, ou bien l'humanité ? Tous ceux qui ont tenté de prouver le Théorème Fondamental de l'Algèbre avant Gauss, ont utilisé ces soi-disant « nombres imaginaires » afin que leur preuves puisse fonctionner. Gauss défendit lui aussi, selon Bruce, l'utilisation de ces nombres.

Le pédagogique de Bruce insistait sur l'importance de la géométrie, ou, de la physique. Apparemment, Gauss a prouvé le Théorème Fondamental de l'Algèbre en utilisant la géométrie, tandis que les autres l'ont prouvé en utilisant l'algèbre. Quelle différence y avait-il ? Telle était la question délicate en ce qui me concernait. Par exemple , Kepler se demanda : « Si Ptolémée, Copernic et Brahe avaient des modèles différents qui pouvaient décrire les orbites des planètes avec plus ou moins la même précision, lequel était correct ? Peut-on répondre à cette question ? Est-ce que la vérité existe ? »



Une des réponses habituelles que l'on obtient est : « Eh bien, c'est seulement ton opinion. Tu as ta propre réalité et j'ai la mienne ! » J'ai posé cette question à Jonathan, et il m'a répondu ainsi : « Premièrement tu dois regarder quels types d'hypothèses ont été bénéfiques à l'humanité à travers l'histoire, et, deuxièmement, tu dois lire le texte original de Gauss ! C'était en réalité la première des découvertes majeures – n'accepte de la bouche des autres aucune explication de la preuve, mais va à la source originelle. Utilise les pédagogiques pour t'orienter, mais creuse dans l'écrit authentique du scientifique »

Riana trouva donc le texte, et nous commençâmes à le lire. Il s'intitule : « Nouvelle Démonstration Du Théorème Enonçant que Toute Fonction Algébrique Entière d'une Seule Variable Peut Etre Décomposée en Facteurs Réels du Premier et du Second Degrés ». Et c'est bien pire par la suite.

NAGEANT DANS LE FORMALISME

Riana et moi avons pu constater que nombre d'individus ont une réaction de dégoût lorsqu'il s'agit de manipuler des formules et des symboles algébriques. A l'opposé, d'autres, tel que moi, ne supportent pas de manipuler algébriquement de tels symboles et formules. Aucun de ces deux états n'est naturel pour un être humain.

Après avoir chacun lu le texte, nous avons commencé une étude hebdomadaire afin de progresser. Gauss est inabordable pour beaucoup de lecteurs – il écrivait en fait pour une audience de mathématiciens. Il commence en affirmant : « Toute équation algébrique définie peut être réduite sous la forme $x^m + Ax^{m-1} + Bx^{m-2} + \ldots + M = 0$ où *m* est un nombre entier positif » Il nous sembla légitime, après lecture du texte du début à la fin, d'une seule traite, de commencer à manipuler algébriquement des symboles pour démontrer, empiriquement, que n'importe quelle équation, aussi folle soit-elle, peut se réarranger dans cette forme générale.

En fait, la majeure partie de nos activités, concernant les premiers passages du texte, étaient, à notre grand désarroi, une manipulation de symboles. Où était donc la géométrie dont Bruce nous avait parlé avec tant d'excitation ? Pour justifier les gymnastiques algébriques, nous essayâmes de suivre le modèle que Jonathan avait présenté à Los Angeles, afin de tirer certaines règles de la géométrie.

La « propriété de distributivité », par exemple, est issue d'un rectangle fait de deux plus petits – la longueur d'un coté est *a*, la longueur de l'autre coté est $b + c$. En multipliant, pour avoir la surface, on obtient $a\,(b + c) = ab + ac$. Vous pouvez étendre ceci à $(x + a)(x + b)= x^2 + (a + b)x + ab$, ce qui est un outil utile pour le début de l'écrit.

Cependant, cela demeurait tout de même ennuyeux. Todd, notre mentor, insistait sur le fait que, lorsque l'on fait une découverte, il faut extirper les mauvais axiomes qu'on a en tête. Selon lui, nous devions passer par ce travail ennuyeux afin de nous rappeler la folie que cela pouvait être quand nous commencerions à nous attaquer à la preuve de Gauss. Avec ces manipulations, nous avons compris pourquoi la preuve des livres scolaires est fausse, et entre autres, que le « facteur réel du second degré », dont il est question dans le titre, est en réalité le produit de deux facteurs qui sont deux nombres complexes conjugués : $(a + bi)$ et $(a – bi)$. Les multiplier l'un par l'autre nous donne $(a^2 + b^2)$. *A* partir de là, nous nous sommes plongés dans la preuve de d'Alembert, et dans les réfutations de Gauss.

La première preuve que Gauss réfute, la preuve des « livres scolaires », requière la manipulation d'un « système d'équations ». Ces équations sont toutes reliées entre elles, par leurs variables que l'on peut soustraire, ajouter, remplacer et manipuler afin qu'il ne reste plus qu'une équation, à une seule variable, qu'il est alors possible de résoudre. En fait, comme Gauss le montre, ça ne marche pas tout à fait comme cela ; car ce qu'on a fait n'est rien d'autre qu'un raisonnement en boucle.

En arriver à ce résultat nécessite beaucoup de « gymnastique » algébrique ! Comment puis-je dire à mes « élèves » de suivre mon raisonnement, alors que je ne sais même pas si ces manipulations sont légitimes ? J'ai mémoriser les règles et j'ai eu de bonnes notes pour cela ! Mais je n'ai jamais trouvé pourquoi les règles étaient vraies ! Au lieu de continuer ainsi, nous nous sommes mis d'accord, pour aller explorer la démonstration de Gauss.

Gauss commence avec deux « lemmes » ou pré-conditions, qui sont assez complexes. Là, il introduit des équations qui semblent être d'un autre niveau de complexité, avec des sinus et cosinus, et des nouvelles lettres grecques. Je me souvenais de certains de mes cours, quand nous regardions les nombres complexes comme des positions sur un repère cartésien à deux dimensions dans lequel on pouvait décrire la position soit avec deux coordonnées

Pourquoi croyez-vous que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$?
Si vous ne comprenez pas pourquoi c'est physiquement vrai, alors vous êtes seulement en train de mémoriser des règles.

rectilinéaires (comme l'axe X et l'axe Y), soit par un angle mesuré à partir de l'horizontal et d'une distance par rapport au centre (les coordonnées polaires).

A partir de là, nous avons compris que $xx - 2\cos(\Phi)rx + rr$ représente le produit de deux nombres complexes conjugués sous leur « forme polaire ». Personne ne voulut se perdre dans les marais boueux de l'algèbre des fonctions trigonométriques, qui n'était qu'une autre version, encore plus horrible, du formalisme algébrique. Nous décidâmes donc de chercher ce qu'est réellement la trigonométrie.

L'ACTION CIRCULAIRE, NON LE RAISONNEMENT EN BOUCLE

Creuser directement l'écrit de Gauss, ne produisait parmi nous, que des regards remplis de stupeur, nous revenions régulièrement sur les pédagogiques de Bruce le concernant. Nous fîmes alors quelques progrès sur la preuve.

Ce à quoi Gauss voulait arriver, n'était pas uniquement limité aux équations algébriques et à la racine carrée de -1. Essayez quelque chose de « plus facile », comme racine carrée de 2. Quel est sa grandeur ? On apprend à l'école que c'est juste une suite de décimales sans fin. Peu importe jusqu'où votre calculette peu afficher des décimales, il reste toujours un nombre « infini » de chiffres à calculer. Cela est-il vrai ? Placer un signe racine sur le 2 c'est prendre un problème et lui mettre un sac par dessus. On oublie ainsi qu'on avait un problème.

Qu'est ce qu'une « racine carré » ? Cette chose existe-t-elle en réalité ? Pouvez-vous la construire ?

Bruce Director nous abasourdissait en parlant de « puissances », de moyennes géométriques et arithmétiques, de spirales logarithmiques, de chaînettes, etc. La chose qui m'a le plus étonné, fut lorsqu'il nous montra comment, pendant le Caliphat de Bagdad au 8ème siècle, Al-Khwarizmi construisit la solution pour $x^2 + 10x = 39$.

Il prit un carré de côté x, et un rectangle de cotés 10 et x, et posa l'aire totale égale à 39. Il coupa alors le rectangle de 10x en deux parties égales, et les colla au carré, formant un L. Pour résorber le « manque », il ajouta une aire de 25 (5^2), complétant ainsi le carré , et ajouta 25 aux 39 de l'autre coté. Nous avions désormais un carré de côté (x + 5), égal à un carré d'aire 64. Donc x = 3 (8 . 8 = 64).

Jonathan Tennenbaum a écrit quelques pédagogiques sur le problème impossible qui consiste à diviser un angle en trois parties égales, en d'autre terme le trisecter. Il a commencé en opérant le chemin inverse, en doublant en premier un angle, et en trouvant la formule qui décrit la transformation, $\sin(2a) = 2\cos(a)\sin(a)$. C'était tombé à point nommé pour notre petit projet , à savoir déterminer ce que nos professeurs avaient « oublié » de nous dire à propos des fonctions trigonométriques. Nous avons pu voir ce qu'étaient sinus, cosinus et tangente, ainsi que leurs inverses, en tant que projections d'un point d'un cercle.

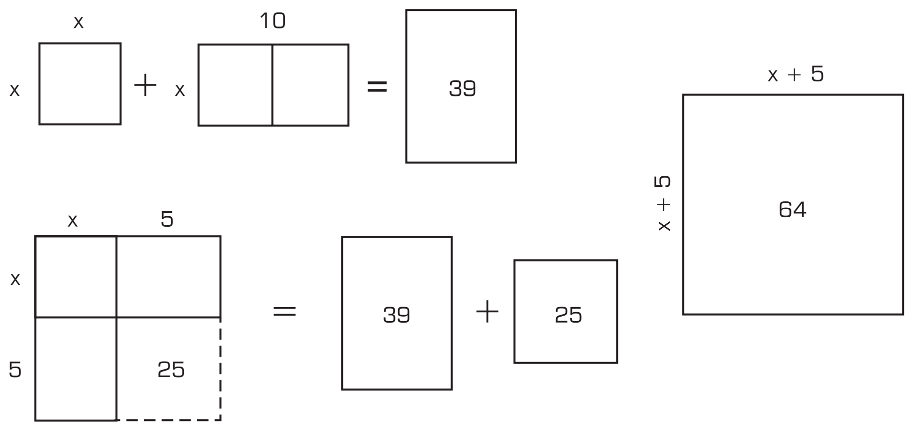
Riana et moi avons lutté pour déterminer la formule trigonométrique qui permet de tripler un angle, mais restions bloqués face à la résistance des fonctions cubiques. Plus tard, quand Jonathan nous mena à travers la formule du triplement de l'angle, Riana s'exclama que le mur contre lequel nous nous avions buté était la racine carrée de -1 ! C'était très bien, mais je ne comprenais toujours pas Gauss. J'étais frustré qu'il ne vienne pas et dise, avec ses mots, l'idée qu'il avait eu. Pourquoi n'a-t-il pas juste écrit une liste des points qu'il essayait de développer ?

Je décidais de m'y atteler une fois de plus et de déterminer ce que cela signifiait. Qu'est ce que cette stupide équation ? $x^m + Ax^{m-1} + Bx^{m-1} + \ldots + M = 0$

On peut résoudre les équations linéaires avec des lignes, les équations au carré avec des surfaces, et les cubiques avec des volumes. Donc si votre équation est $x^2 + Ax + B = 0$ nous parlons d'aires. Mais si vous ajoutez un facteur en x^3 à cette équation, vous êtes maintenant en train d'additionner un volume à des aires, ce qui n'a pas de sens. Peut être que si vous ajoutez ce nouveau terme, vous changez *toutes* les quantités en volume. x^2 n'est plus une surface mais une brique de volume 1 . x . x. La plus haute puissance pourrait déterminer la géométrie que vous prenez en considération ! La plus haute puissance contrôle l'équation !

Mais que ce passe-t-il lorsque vous ajoutez un facteur en x^4 ?

LaRouche a écrit un texte qui s'intitule « L'Individu Historique », où il parle du la peur de l'immortalité d'Hamlet, présente dans le soliloque du troisième acte, et le concept du Domaine Complexe de Gauss, connectant les deux au principe de Leadership. Maintenant, qu'est ce que le Domaine Complexe a à voir avec la peur de l'immortalité ? Qu'est ce que l'immortalité, à quoi cela fait-il référence ? J'ai fait part de mon excitation aux autres, pour leur plus grande joie, et ai repris le travail sur l'écrit de Gauss.



La solution de l'équation quadratique d'Al-Khwarizmi.
Durant le Caliphate de Bagdad au 8ème siècle, Al-Khwarizmi construisit la solution pour $x^2 + 10x = 39$.
Il prit un carré de longueur x, et un rectangle de coté 10 et x, et posa l'aire totale égale à 39. Il coupa alors le rectangle de 10x en deux partie, et les colla au carré, formant un L. Pour résorber le « manque », il ajouta une aire de 25, complétant ainsi le carré, et ajouta 25 aux 39de l'autre coté. Nous avons désormais un carré de longueurs x + 5, égal à un carré d'aire 64. Donc x = 3.

LOS ANGELES

Quiconque visite le bureau du LYM à L.A., est immédiatement frappé par l'étonnante quantité de travaux pédagogiques qui y ont lieu. Il y a là nombre de jeunes qui veulent discuter de Gauss. Ou de la musique, ou d'Alexandre Hamilton, ou des grecs anciens, ou de la Révolution américaine, ou de Nicolas De Cues, ou de la propagation de la lumière…

Je fus abasourdi, en assistant à une session pédagogique menée par Sky Shield discutant , jusqu'à deux heures du matin, de la multiplication des nombres complexes. Il y avait beaucoup de pédagogie, et beaucoup de discussions, et beaucoup d'activité, mais très peu de personne s'accrochaient en fait au manuscrit tant redouté.

Nous avons donc imprimer quelques copies du texte, et avons commencer à travailler. En parcourant les deux premières phrases, j'ai pu noter un regard de stupeur chez certains et j'ai immédiatement expliqué ma percée concernant les puissances. Ceci a provoqué des étincelles dans les esprits, et nous sommes donc allés plus avant, explorant la solution réelle d'Al-Khwarizmi. J'ai utilisé une équation différente et ai finit par aboutir à une racine carré irrationnelle comme solution. Nous avons discuté de la « quasi non existence » de ces nombres et avons continué notre étude.

Mais l'un des membres, originaire du Danemark, m'a arrêté et m'a demandé pourquoi il était si important de considérer qu'une racine carré ait une infinité de décimales – tu peux avoir une bonne approximation avec une calculatrice. En fait, en allant assez loin dans les décimales tu peux obtenir une approximation telle qu'il serait presque impossible de distinguer la différence entre la valeur calculée et la vraie. Alors pourquoi toute cette agitation ?

J'expliquais qu'on ne pouvait pas obtenir le nombre par le calcul, mais seulement par construction. « Non, tu peux l'obtenir par ordinateur » a-t-il répondu, « Quelle précision veux-tu ? Dix milliards de décimales ? » Il pointa le problème de Euler et Lagrange, qui refusaient de mettre à l'épreuve leurs suppositions fondamentales. « Le concept du mouvement est de rendre clair le processus qui permet identifier un axiome afin de le « démolir » par la création d'une découverte. Le but des pédagogiques n'est pas de « suivre » une procédure, mais de briser des axiomes. Tu « explores » le matériel que tu as à disposition pour provoquer exactement le type de réaction du membre danois – c'est là où la vrai pédagogie commence ! »

Je me rendis compte que j'avais développé une vision superficielle sur l'écrit de Gauss. En réalité, il présentait une découverte basée sur la différence entre l'être humain, et toute autre forme de vie.

MON ESCARMOUCHE AVEC LE DOMAINE COMPLEXE

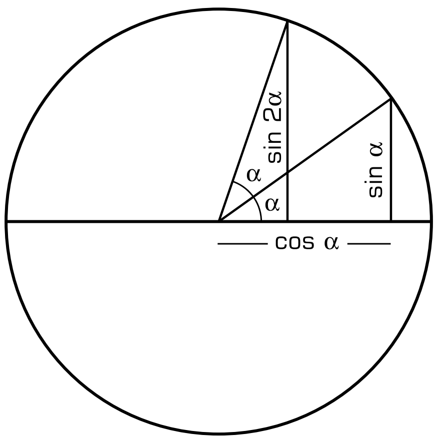
Quelle est la différence entre l'homme et la bête ? Quelle est la différence entre Gauss et Euler ? Ou entre Platon et Aristote ?

Les aristotéliciens (comme Euler, Lagrange et d'Alembert) croient que l'étendue de la connaissance humaine est la description de ce qu'on observe avec ses sens, en tant qu'ensemble de suppositions quasi arbitraires. Par exemple si vous soutenez que la plus basique forme de mouvement est la ligne droite, et que les changements sont introduits par des « forces » mystiques, alors vous pouvez expliquer le mouvement des planètes, à partir de « forces » qui changent le mouvement linéaire « naturel » d'un corps dans l'espace.

En fait, vous pouvez désormais faire tenir vos observations dans la structure définie par vos suppositions géométriques. Oubliant le fait que les lignes droites ne sont, en réalité, pas simple à produire, et que l'on n'en observe aucune en physique et en astronomie.

Les platoniciens, par contre, pensent que leurs sens leur donnent une vision pauvre et indirecte de quelque chose, qui n'est pas nécessairement la réalité, mais qui est causé par un processus non perceptible par les sens.

Par conséquent, ce que vous sentez n'est pas la réalité « du dehors », mais plutôt, une image provoquée à l'intérieur de vos organes sensoriels, par quelque chose qui est en dehors de votre corps, qui est le produit de l'interprétation, par votre esprit, du phénomène organique. Ces objets-sens n'existent pas réellement, en dehors de vous. Pour imposer un changement sur ce que vous sentez, il faudrait chercher à contrôler les processus qui les *créent*, plutôt que juste manipuler les objets-sens eux mêmes !



Pourquoi est-il impossible de trisecter un angle ?
Une étape pour montrer pourquoi la trisection d'un angle est impossible était de déterminer le sinus de l'angle double ou triple. Ici, le problème pour trouver le sinus d'un angle double est posé géométriquement.

Où se situe Gauss (ou Hamlet) dans tout ça ? Dans la section des réfutations du texte de Gauss, ce dernier montre que les preuves de Euler, Lagrange, et les autres ne marchent pas. Il montre, en fait, que la méthode toute entière qu'ils utilisent n'aurait jamais pu produire la preuve du Théorème Fondamentale de L'Algèbre. A partir de leur algèbre formel, ils ont construit un réseau tautologique de manipulations algébriques, ont appelé cette structure une preuve (et ils avaient de toute façon Napoléon pour envahir n'importe quel pays qui serait en désaccord avec eux). La preuve la plus évidente de la fraude, était cette chose, qui exprime tout le mensonge de leurs preuves, cette racine carrée de (-1). Ils avaient connaissance de l'émergence du phénomène, l'ont appelé « imaginaire » et l'ont utilisé comme un objet-sens.

Qu'a fait Gauss ? Il a visualisé la racine carrée de (-1) comme un tout, a créé, par l'observation, en tant qu'objet, la relation parmi un ensemble de relations. Euler et Lagrange ont caché cette véritable ironie sous un sac, l'ont appelé « i », et l'ont tout simplement oublié. Gauss, au contraire, utilise cette ironie comme fenêtre menant vers le domaine de la réalité « au delà des perceptions sensorielles »

Quelles relations y a-t-il, avec les phénomènes réels, qui nous présentent cette ironie via nos sens ? Gauss appelle ceci le Domaine Complexe. Archytas, aussi , s'est confronté à lui, des milliers d'années auparavant en Grèce, en travaillant sur le problème du doublement du cube. Pourquoi Gauss a-t-il supposé qu'il pouvait « penser » une idée, avec son esprit humain, et que l'idée serait identique au processus qui l'a engendré ?

Gauss demandait en effet : « A quoi l'univers peut-il bien penser, pour produire un tel événement ? » Eh bien premièrement, il doit penser un *idée*... Ce qui tend à effrayer le plus, c'est que ces phénomènes non perceptibles par les sens, sont en fait des idées humaines. Si les hommes les communiquent aux générations futures (contrairement à ce que firent nos parents), alors il n'existe aucun intervalle de vie défini, pour une idée ou pour l'âme humaine.

Le problème avec Hamlet, c'est qu'il pensait que seul son corps déterminait qui il était, et quand il fut confronté à l'évidence du contraire, il eut peur.

De retour à Seattle, j'en ai parlé à Riana. Nous tombèrent d'accord pour dire que Jeanne d'Arc avait comprit le principe du Domaine Complexe du point de vue de l'immortalité de l'âme humaine. Elle savait qu'elle était en train de changer l'histoire et, sachant qu'elle était faite à l'image du Créateur de l'univers, dont Gauss cherchait à découvrir les idées, elle pouvait bien laisser brûler son corps.

L'idée communiquée était tellement vivante, que ce fut presque comme si elle avait été là, juste devant moi, et j'en restait ébahi. Nous avons donc, une fois de plus, repris notre travail sur Gauss, d'un point de vue différent. Seulement, nous nous sommes confronté à un problème de taille.

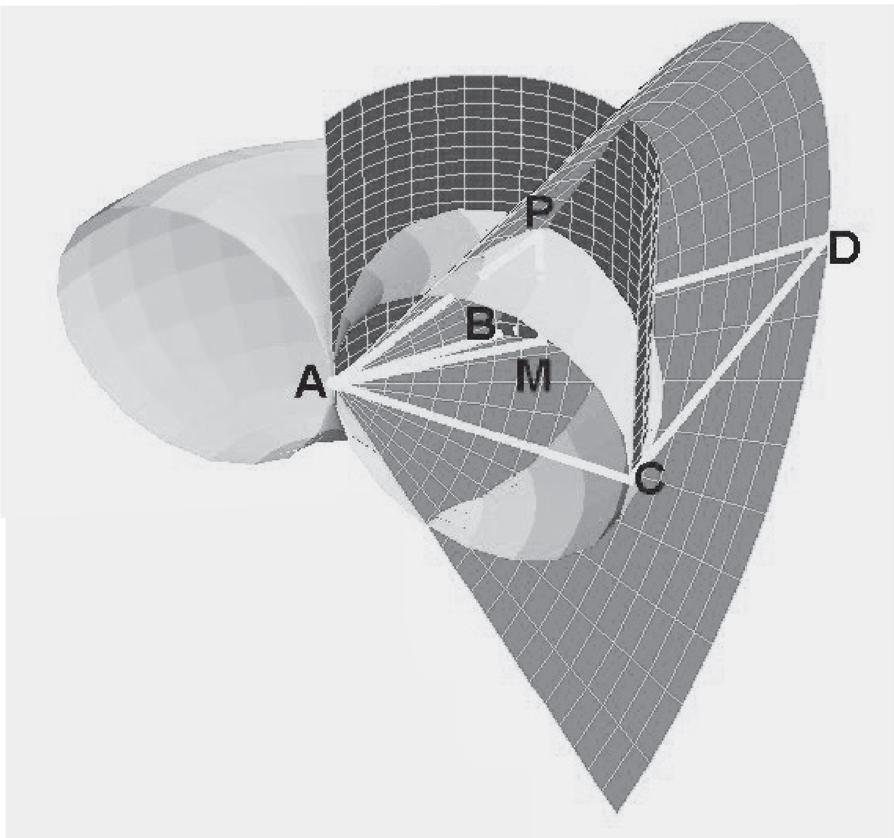
« JE DÉTESTE LES MATHS ! »

Plus tard, mon compagnon de chambre Wesley, posa une question à LaRouche : « Je pense comprendre la géométrie des relations sociales, et j'ai travaillé sur Gauss. Mais, en réalisant ces constructions géométriques, je me suis dis : Et alors ? L'idée n'est elle pas que nous devons changer la courbure de la société ? Qu'est ce que cela a à voir avec les relations sociales ? Et, soit dit en passant, je n'ai aucune base en mathématiques »

LaRouche répondit : « Quand tu découvres un principe, comment le communiques-tu ? Comment peut-on te communiquer une découverte ? Pour des élèves qui ont une base désastreuse en mathématiques, les professeurs doivent définir un contexte suffisant, de sorte que l'élève puisse poser les questions correctes. De ce point de vue, concernant l'écrit de Gauss, Archytas est le premier auteur sur lequel travailler, afin d'avoir un sens de ce qu'est l'action géométrique, et comprendre pourquoi il a été amené à faire sa construction. »

J'ai pris ceci comme un défi et nous commençâmes à chercher le pourquoi de la construction d'Archytas (Figure 4). Jonathan et Bruce avaient tout deux écris des pédagogiques sur cela, donc nous lurent, encore et encore, sans pour autant comprendre pourquoi Archytas avait besoin de faire ce qu'il fît.

L'aspect crucial du modèle d'Archytas est la construction de deux moyennes entre deux extrêmes. Par exemple, à partir d'un paquet de cubes, vous pouvez construire les cubes (de 1,2,3) 1, 8, 27, etc. Mais comment « exprimer » le cube de deux ? Premièrement, vous faites une rangée de deux cubes. Ensuite vous la doublez (en ajoutant deux cubes), produisant un carré de 4. Et vous la doublez à



La construction d'Archytas pour le doublement du volume du cube.
Pour doubler le volume d'un cube donné, on doit trouver la longueur égale à ce qu'on appelle aujourd'hui la racine cubique de 2. Oubliez la calculatrice, pouvez-vous la construire ? Archytas, un contemporain et collaborateur de Platon, a été le premier à montrer comment faire.
Sa solution requière l'intersection de trois surfaces.
La solution est dérivée du point P sur l'illustration, où le tore, le cylindre et le cône se coupent.
La construction de Gauss, dans son écrit du « Théorème Fondamental de l'Algèbre » de 1799, fait aussi intervenir l'intersection de trois surface, et peut être utilisée pour doubler le cube.

nouveau en ajoutant 4 cubes au dessus, pour qu'émerge enfin le cube de 2 – 2,4,8.

Si 1 et 8 sont vos deux extrêmes, alors 2 et 4 sont les « intermédiaires » pour aller de 1 à 8. Ils sont aussi liés en terme de rapport – 2 : 4 :: 4 : 8. Si les longueurs des arêtes ont les mêmes rapports, 1 : a :: a : b :: b : 2, trouver alors l'arête du cube double se réduit à calculer les deux « intermédiaires » entre 1 et 2. C'est à cet étape là que les regards ont exprimé le plus de stupeur, pendant ce pédagogique.

J'ai réalisé que les gens étaient en train de demander : « Et alors ? » Le contexte n'avait pas été suffisamment débroussaillé pour tracer le chemin qui mène à la découverte. Je décidais de m'attaquer au morceau d'Archytas, n'ayant même pas réellement vu pourquoi la construction fonctionnait. Je travaillais pendant quelques heures sur les pédagogiques de Bruce et Jonathan, dessinant des cercles sur ma feuille, me demandant pourquoi cette sacré intersection entre les surfaces était nécessaire.

Je suis arrivé à un point où j'ai émis l'hypothèse que, la seule façon de construire les deux « intermédiaires » nécessaires, était de dessiner un cône correctement défini. Je construisis des modèles rudimentaires, et vis que mon hypothèse était valide. En repensant à cette passion, je compris comment j'aurais pu en rester à un vague discours si le processus s'était arrêter avant la vérification de l'hypothèse - et comment je n'aurais pas éprouvé la joie de la découverte.

Je rapportais ma découverte en faisant construire le modèle aux autres. Cependant, ils ne saisirent toujours pas bien le principe. Ils n'avaient pas été conduit à ressentir la même passion de l'expérience. Peut-être le concept n'avait-il pas été développé correctement ? Par exemple, quel était le rapport avec Gauss ? Les constructions d'Archytas et de Gauss impliquent toutes les deux l'intersection de trois surfaces, créées par des actions circulaires. La construction de Gauss peut aussi être utilisée pour produire le doublement du cube. Nous décidâmes donc de laisser de coté Archytas pour revenir à l'écrit de 1799 de Gauss.

VERS LA PERCÉE

La cause la plus importante que j'ai pu trouver qui puisse empêcher une personne de travailler sur la preuve de Gauss était la crainte qu'il n'y eut aucun moyen de la comprendre. Sur une suggestion de Sky, j'ai tenté quelque chose de très intéressant. J'ai rassemblé tout le monde pour écouter les 10 premières secondes de L'Op 132 à cordes, de Beethoven. J'ai comparé cela à un travail très court sur le texte de Gauss, suivit d'un abandon. J'ai ensuite passé le premier mouvement en entier, qui, bien que personne n'ait eu une idée claire sur le thème du morceau, donna un sens de ce que pouvait être un objet de pensée dans son ensemble. Nous continuâmes en lisant la construction entière de la démonstration de Gauss du Théorème Fondamental de l'Algèbre. Bien que personne n'ait réellement saisit la preuve, tous ont remarquablement bien suivit la construction, comme si, en réalité, elle n'était pas si incompréhensible qu'elle en avait l'air.

A partir de ce moment, nous entreprîmes des travaux très sérieux sur l'écrit. Certains d'entre nous commencèrent à marteler une fois de plus la preuve d'Euler, nous fîmes deux sessions sur différentes parties du texte impliquant en permanence des nouvelles personnes dans l'intention de créer une émulation en eux. Nous avons même commencé à construire le modèle de Gauss avec des surfaces de différentes puissances.

L'Histoire exige désormais de ma génération qu'elle redécouvre les principes découverts par les êtres humains du passé, et qu'elle les transmette aux prochaines générations. La qualité du travail de Gauss comme tremplin pour la science, pousse le mouvement de jeunes à maîtriser de nombreux domaines différents de la connaissance humaine, tel que le drame classique. De la même manière qu'un bon acteur classique transmet un objet intellectif (thought object) à l'audience, nous devons apprendre comment présenter une découverte scientifique, tel un drame, dans l'esprit de nos élèves.