Activités numériques (15 points)

Exercice 1

$$A = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \div \left(1 - \frac{1}{10}\right) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \div \left(\frac{10}{10} - \frac{1}{10}\right) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \div \frac{9}{10} = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{10}{9} =$$

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{5 \times 2}{3 \times 3} = \frac{2}{5} + \frac{1}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5} + \frac{2}{3} = \frac{6}{15} + \frac{10}{15} = \boxed{\frac{16}{15}}$$

$$B = -2^3 + 10^3 \text{ x } 10^{-1} + (-7)^2 = -8 + 10^{3-1} + 49 = -8 + 100 + 49 = \boxed{141}$$

$$C = \frac{7 \times 10^2 \times 0{,}4 \times 10^{-8}}{35 \times 10^{-5}} = \frac{7 \times 0{,}4 \times 10^2 \times 10^{-8} \times 10^5}{35} = \frac{2{,}8 \times 10^{2-8+5}}{35} = 0{,}08 \times 10^{-1}$$

$$= 0{,}08 \times 10^{-1} = \boxed{8 \times 10^{-3}}$$

Exercice 2

Développement :

$E = (4x - 3)^2 - (2x + 11)^2 = [(4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2] - [(2x)^2 + 2 \times 2x \times 11 + 11^2$

$= [16x^2 - 24x + 9] - [4x^2 + 44x + 121$

$= 16x^2 - 24x + 9 - 4x^2 - 44x - 121$

$= 16x^2 - 4x^2 - 24x - 44x + 9 - 121$

$= \boxed{12x^2 - 68x - 112}$

Factorisation :

$E = (4x - 3)^2 - (2x + 11)^2 = [(4x - 3) + (2x + 11)][(4x - 3) - (2x + 11)]$

$= [4x - 3 + 2x + 11][4x - 3 - 2x - 11)]$

$= (4x - 3 + 2x + 11)(4x - 3 - 2x - 11)$

$= (4x + 2x - 3 + 11)(4x - 2x - 3 - 11)$

$= \boxed{(6x + 8)(2x - 14)}$

a) $(6x + 8)(2x - 14) = 0$ est une équation produit nul. On sait qu'un produit est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul.

$6x + 8 = 0$

$6x + 8 - 8 = -8$

$6x = -8$ d'où $\frac{6}{6}x = \frac{-8}{6}$ d'où $\boxed{x = -\frac{4}{3}}$

$2x - 14 = 0$

$2x - 14 + 14 = +14$

$2x = +14$ d'où $\frac{2}{2}x = \frac{14}{2}$ d'où $\boxed{x = 7}$

b) la somme des solutions vaut $-\frac{4}{3} + 7 = -\frac{4}{3} + \frac{21}{3} = \frac{-4+21}{3} = \boxed{\frac{17}{3}}$

Exercice 3

Notes	6	8	9	10	13	14	17	19
Effectifs	2	4	4	6	8	5	2	1
Effectifs cumulés croissants								

1) La moyenne du contrôle est obtenue en calculant : $\frac{\textit{somme des valeurs}}{\textit{effectif total}}$

Pour calculer la somme des valeurs (*notes*) il faut à chaque fois tenir compte de l'effectif indiqué dans le tableau correspondant à chaque valeurs.

On obtient alors : $\frac{367}{32} = \boxed{11,47}$

2) L'étendue de la série est : valeur maximale - valeur minimale = 19 − 6 = $\boxed{13}$

3)

Notes	6	8	9	10	13	14	17	19
Effectifs	2	4	4	6	8	5	2	1
Effectifs cumulés croissants	**2**	**6**	**10**	**16**	**24**	**29**	**31**	**32**

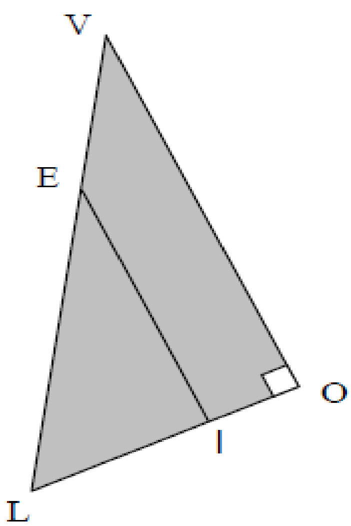
4) La médiane est la valeur du milieu lorsque la série est ordonnée.
La série ayant 32 valeurs, la valeur du milieu est la moyenne des 16ème et 17ème valeurs qui correspondent respectivement aux notes 10 et 13
D'où la médiane = $\frac{10+13}{2} = \boxed{11,5}$
La moitié des élèves a une note supérieure ou égale à 11,5

5) En lisant la colonne du 13 dans la ligne des effectifs cumulés croissants on voit que 24 élèves ont eut une note inférieure à 14.
Il y a donc eu (32 − 24) élèves qui ont eu au moins 14 à leur contrôle soit 8 élèves

6) Le quart de l'effectif est 32 : 4 = 8 le premier quartile est la 8ème valeur soit : $\boxed{9}$

Le troisième quartile est la 24ème valeur soit $\boxed{13}$

Activités géométriques (15 points)



Exercice 1

1) (EI) //(OV) O,I et L ainsi que V,E et L sont alignés, on peut donc utiliser le théorème de Thalès et écrire les égalités de rapports :

$$\frac{OV}{IE} = \frac{VL}{EL} = \frac{OL}{IL} \text{ d'où } \frac{3,4}{IE} = \frac{4,2}{3,78}$$

L'égalité des produits en croix donne : IE × 4,2 = 3,4 × 3,78

d'où IE = $\frac{3,4\times 3,78}{4,2}$ = 3,06 m ; La longueur de la couture est de 3,6m

2) IE = 3,06 il faudra une longueur de fil égale à 3,06 × 2 = 6,12 m
7 m de fil suffiront

3) La couture est parallèle à VO si le triangle ELI est rectangle en I (comme VOL est rectangle en O) ***on sait d'après la question 2) que alors*** **IE = 3,06** on peut donc utiliser cette valeur.

EL = 3,78 EL² = 14,2884 ; LI = 1,88 LI² = 3,5344 ; EI = 3,05 **EI² = 9,3025**

LI² + EI² = 3,5344 + 9,3025 = **12,8369**

D'où l'on déduit que LI² + EI² est différent de EL²

D'après la contraposée du théorème de Pythagore ELI n'est pas rectangle en I

On en déduit que (VO) n'est pas parallèle à (IE) la couture n'est pas parallèle à (OV)

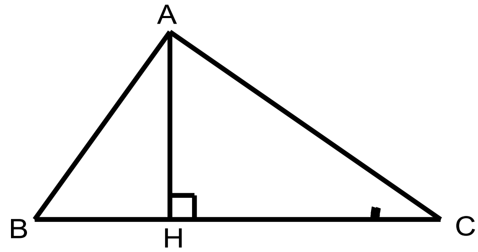
Autre méthode $\frac{VL}{EL} = \frac{4,2}{3,78}$; $\frac{OL}{IL} = \frac{2,3}{1,8}$ pour comparer les fractions je calcule leurs **produits en croix**

4,2 $\times$ 1,8 se termine par 6 (centièmes); 3,78 $\times$ 2,3 se termine par 4 (millièmes)

Les produits en croix ne sont pas égaux, les fractions ne sont pas égales.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, (VO) n'est pas parallèle à (IE) la couture n'est pas parallèle à (OV)

Exercice 2



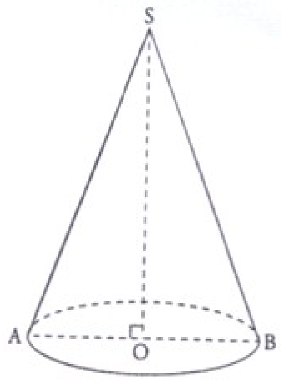
1) Dans le triangle AHC rectangle en H, l'angle en C a une mesure de 30◦ et l'angle en A on donc une mesure de 60◦,
Si on construit le symétrique de A par rapport à (BC), le triangle AA'C est équilatéral donc AA' = AC = 4 cm
H est le milieu de AA', AH vaut la moitié de AA', d'où AH = 2 cm

2) ABH est rectangle en H on peut donc utiliser les rapports trigonométriques,

tan $\widehat{ABH}$ = $\frac{\text{côté opposé à l'angle}}{\text{côté adjacent à l'angle}}$. = $\frac{AH}{BH}$ = $\frac{2}{1,5}$, d'où la mesure de $\widehat{ABH}$ (tan^{-1} ($\frac{2}{1,5}$)

mesure $\widehat{ABH}$ = 53°

Exercice 3



1) (SO) est perpendiculaire à (AB) donc SOA est rectangle en O
d'après le théorème de Pythagore : SA² = AO² + SO²
d'où l'on déduit : 13² = $(\frac{10}{2})^2$ + SO² et SO² = 169 − 25 = 144
SO est une longueur on ne retient donc que la valeur positive :
SO = $\sqrt{144}$ d'où SO = 12cm
(*remarque : 15,12,13 est un des deux triplets pythagoricien les plus utilisés après 3;4;5*)

2) a) Volume d'un cône de révolution : V = $\frac{1}{3}$ S $\times$ h où S est la surface de base et h la hauteur.

Avec les données de l'exercice : V = $\frac{1}{3}\pi \times AO^2 \times 12 = \pi \times 5^2 \times 4$

V = 100π cm^3

b) 1l = 1dm^3 = 1000cm^3 d'où 4l = 4000cm^3
avec le volume V on pourra produite un nombre de bougies égal à
4000cm^3/100π cm^3 = 12 (*à l'unité prés par défaut*) soit 12 bougies

c) Il y aura 5 $\times$ 5 bougies. Le côté du carré sera donc de 5diamètres = 50cm
la hauteur sera celle d'une bougie, soit 12cm.
Le volume d'un pavé droit est V = L $\times$ l $\times$ h d'où le volume de la boite :
5cm $\times$ 5 cm$\times$ 12cm = 3000 cm^3

Problème 10 points

Première partie

1) Yann est adhérent il bénéficie donc d'une réduction de 30% sur le prix de la journée (20€/jour)

Il ne paye donc que 70% des 20€ soit : 20€ $\times$ $\frac{70}{100}$ = 14€ par journée

Nombre de jours de ski pour la saison 2011-2012	5	8	**10**
Coût avec le tarif A (en euros)	100	**160** *(=20 $\times$ 8)*	200
Coût avec le tarif B (en euros)	130	**172** *(=14 $\times$ 8) + 60*	**200** *(=14 $\times$ 10 + 60)*

Deuxième partie

1) a) C_A = 20€ $\times$ nombre de jours d'où $C_A = 20€ \times x$ $C_A = 20x$

b) C_B = 14€ $\times$ nombre de jours + 60€ d'où $C_B = 14€ \times x + 60$ $C_B = 14x + 60$

(cotisation)

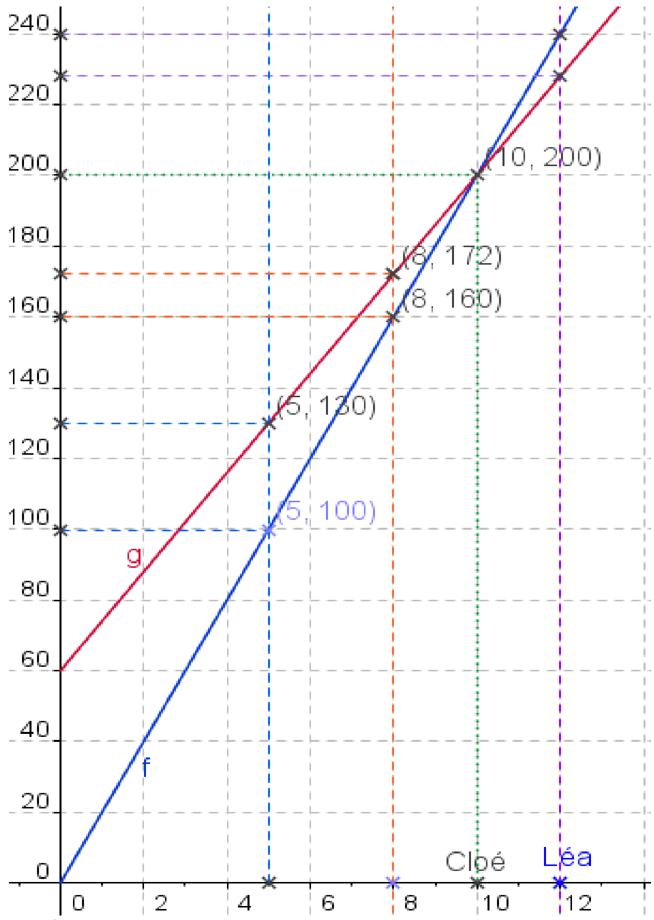
2) Yann est adhérant donc on utilise la formule B et l'information « il a payé 242€ »

$C_B = 14x + 60 = 242$ on résous l'équation

$$14x + 60 = 242$$
$$14x + 60 - 60 = 242 - 60$$
$$14x = 182$$
$$\frac{14}{14}x = \frac{182}{14} \text{ d'où } x = 13$$

Yann a skié 13 jours

3)



4) Sur le graphique on peut lire :

a) que pour 12 jour (le choix de Léa) le point des deux courbes qui est le plus bas (*le coût le plus faible*) est celle de la fonction g qui correspond au tarif B.

D'après le graphique elle payera environ 230€ (par le calcul on trouve 228€)

b) Sur le graphique on voit également que les tarifs sont les mêmes pour 10 journées (*voir aussi tableau partie 1*)

le prix payé est alors de 200€