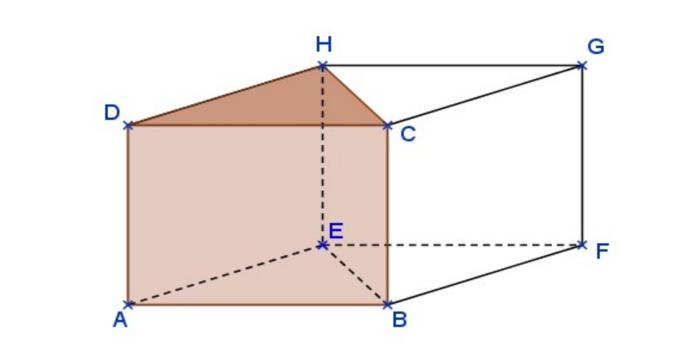
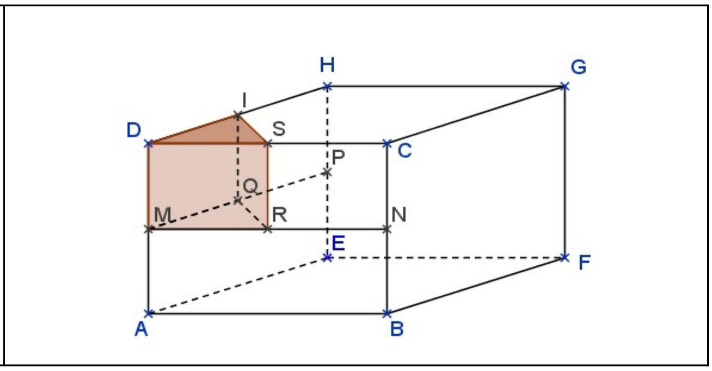
DEUXIEME PARTIE – ACTIVITES GEOMETRIQUES : (12 points)

Exercice 1 : (sur 4 points)





ABCDEFGH est un pavé droit tel que AB = 3m ; AD = 2m et AE = 4m.
M est le milieu de [AD] , N de [BC] , P de [HE] , R de [MN] , Q de [MP] , I de [DH] et S de [DC]

On coupe ce pavé par le plan passant par les points H et C et parallèle à (BC) ; on partage ainsi le pavé en deux prismes droits.

1. On étudie ici le prisme DCHABE colorié sur la première
   a. Tracer la section HCBE en vraie grandeur (on prendra 1cm pour 1m)
   b. Calculer l'aire de la base du prisme droit DCHABE.
   c. En déduire le volume de ce prisme.
2. Sur la seconde figure, le prisme DSIMRQ colorié est une réduction du prisme DCHABE.
   a. Quel est le coefficient de réduction ?
   b. En déduire le volume de DSIMRQ .

---

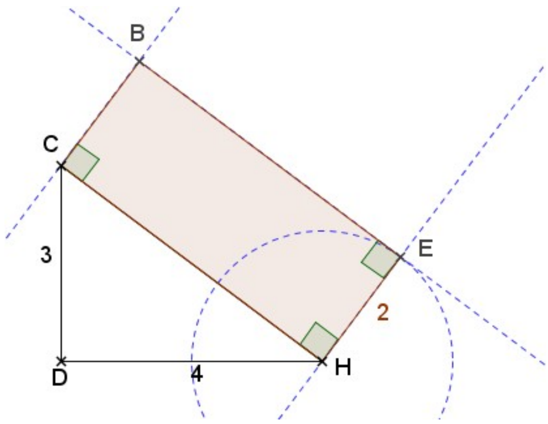
a. Le cours sur les sections de solide donne la nature de cette section, en effet il dit que :
La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une de ses arêtes est un rectangle.

Pour tracer cette section il est nécessaire de tracer le côté [HC]. Or ce côté est l'hypoténuse du triangle HCD dont on connaît les autres dimensions.

Cela nous donne le programme de construction du rectangle HCBE suivant :
a. - Tracer le triangle rectangle HCD tel que HD = AE = 4cm et DC = AB = 3cm

b. - Tracer le côté [CB] perpendiculaire à [HC] et de longueur BC = AD = 2cm

- Compléter la figure (trois angles droits) pour obtenir le rectangle HCBE.
(B étant le point d'intersection des perpendiculaires à [HE] en E et à [HC] en C)



c. La base du prisme droit DCHABE est égale à la moitié de celle du rectangle ABFE de longueur AE = 4 m et de largeur AB = 3m.
L'aire d'un rectangle est donné par la formule longueur x largeur
D'où : Aire de la base du prisme droit DCHABE (AEB) = (4m x 3m) : 2 = 6m²
d. Le volume du prisme droit est Aire de Base x Hauteur
D'où le volume du prisme droit DCHABE = Aire AEB x AD = 6m² x 2m = $12m^3$

a. Tous les côtés du prisme DSIMRQ sont obtenus en divisant par 2 les côtés du prisme DCHABE.
Le coefficient de réduction est donc 2

3. b. Le volume est réduit du coefficient de réduction à la puissance 3.
On en déduit que :
Volume de DSIMRQ = Volume DCHABE / 2^3 = $12m^3$ / 8 et donc
Volume de DSIMRQ = $1,25m^3$

Exercice 2 : (sur 5 points)

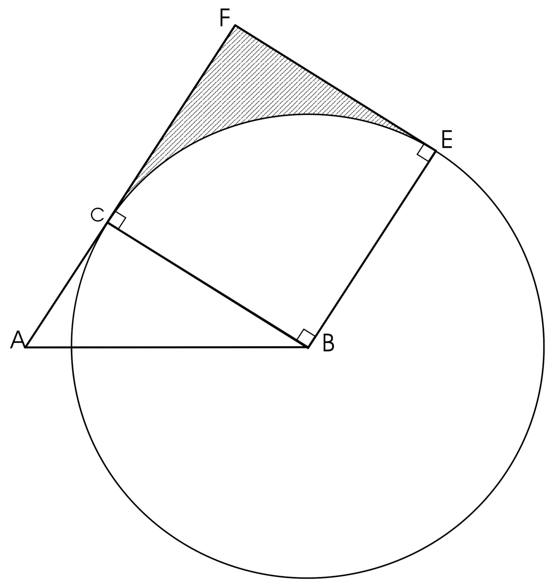
L'unité de longueur est le mètre.

Les angles $\widehat{FCB}$, $\widehat{CBE}$, $\widehat{BEF}$ sont droits.

Le point B est le centre du cercle qui passe par C et E.

Le triangle ABC est rectangle en C.

AB = 13m, AC = 5m



On désire calculer l'aire comprise entre les côtés FE et FC et l'arc de cercle délimité par les points C et E. (*surface hachurée*).

1. Quelle est la nature de BCFE ?
   (*le démontrer*)
2. Démontrer que son aire vaut 144m².
3. Calculer l'aire de la partie du disque comprise entre les côtés CB et BE et l'arc de cercle d'extrémités C et E.
   (*Arrondir au m²).*
4. En déduire l'aire de la surface hachurée
   Arrondir au m²).

---

1. BCFE est un quadrilatère qui possède 3 angles droits.
   Un quadrilatère est décomposable en deux triangles. La somme des angles d'un triangle est 180°, la somme des angles d'un quadrilatère est donc 360° (*Car la découpe ne produit pas de nouveaux angles*)
   On en déduit que le quatrième angle est droit.
   Première conclusion : BCFE a quatre angles droit, c'est donc un rectangle.

   BC et BE sont deux rayons du cercle. Ces longueurs sont donc égales.

   Seconde conclusion : La longueur et la largeur de BCFE ont la même longueur, BCFE est donc un carré.
2.

Aire d'un carré = côté²

ici

Aire BCFE = BC²

Le triangle ABC est rectangle en C, son hypoténuse est AB

Nous pouvons donc utiliser le théorème de Pythagore qui donne l'égalité (*d'aires*)

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

d'où en remplaçant les données connues

$$(5m)^2 + BC^2 = (13m)^2$$

et donc

$$BC^2 = 169m^2 - 25m^2 = 144m^2$$

Et donc :

Aire BCFE = 144m²

Remarque : il est tout à fait inutile de calculer la mesure du côté BC, pour ensuite recalculer BC x BC !

3. L'angle en B mesure 90°, donc la partie du disque désignée par l'énoncée est le quart du disque de rayon BC.
   L'aire d'un disque est donnée par la formule

$$\text{Aire d'un disque} = \pi R^2$$

ici

$$\text{Aire du quart de disque} = \pi \times BC^2/4 = 144 \times \pi/4 = 36\pi$$

D'où la valeur approchée

Aire du quart de disque = 113m²

4. La surface hachurée est obtenue en soustrayant la surface du quart de disque à celle du carré BCFE, elle vaut donc

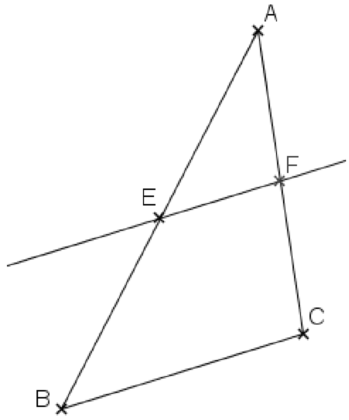
$$144m^2 - 113m^2$$

Aire de la surface hachurée = 31m²

Exercice 3 : (sur 3 points)

Sur la figure ci-contre, qui n'est pas aux dimensions réelles, ABC est un triangle quelconque.
On a placé le point on a placé E sur [AB] et le point F sur [AC] .
On donne :
AB = 10cm ; BC = 4cm ; CA = 8cm ; EB = 4cm et FC = 3,2cm.

Les droites (BC) et (EF) sont elles parallèles ?



---

1. Je calcule les rapports des côtés des deux triangles AEF et ABC pour vérifier s'ils sont égaux (*dans l'intention d'utiliser dans ce cas la réciproque du théorème de Thalès*)

Pour cela je dois calculer la longueur des côtés AE et AF
F est sur [AC] donc AF + FC = AC d'où AF = AC – FC = 8cm – 3,2cm
AF = 4,8cm
E est sur [AB] donc AE + EB = AB d'où AE = AB – EB = 10cm – 4cm
AE = 6cm

Je peux maintenant calculer les rapports

$$\frac{AB}{AE} = \frac{10}{6} \quad \text{et} \quad \frac{AC}{AF} = \frac{8}{4,8}$$

les produits en croix valent 10 x 4,8 = 48 et 6 x 8 = 48
ces produits sont égaux, les fractions sont donc égales

Les points A,E et B d'une part, et A,F et C d'autre part, sont alignés et dans cet ordre
Je peux donc utiliser la réciproque du théorème de Thalès qui dit qu'alors

si les rapports $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF}$ sont égaux

les droites (BC) et (EF) sont parallèles