Corrigé Pondichéry. Avril 2013.

Exercice 1 :

Affirmation 1 : vrai. $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)$ est de la forme (a + b)(a − b) et se développe en a^2-b^2 :

$(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) = (\sqrt{5})^2 - 1^2 = 5 - 1 = 4$

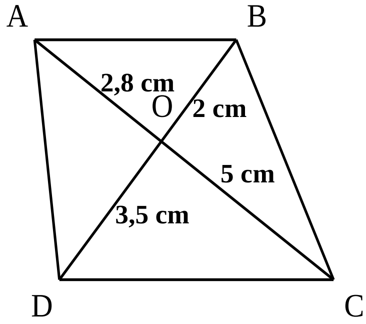
donc $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)$ est un nombre entier.

Affirmation 2 : faux car 4 a trois diviseurs : 1, 2 et 4.

Affirmation 3 : vrai.

Un cube a 6 faces, une pyramide à base carrée a 5 faces et un pavé droit a 6 faces donc ces trois solides totalisent 6 + 5 + 6 donc 17 faces.

Affirmation 4 : faux.



$$\frac{OA}{OC} = \frac{2,8}{5} = \frac{28}{50} = \frac{56}{100} = 0,56$$

$$\frac{OB}{OD} = \frac{2}{3,5} = \frac{20}{35} = \frac{4}{7} \approx 0,57$$

Si les droites (AB) et (CD) étaient parallèles, les rapports $\frac{OA}{OC}$ et $\frac{OB}{OD}$ seraient égaux (théorème de Thalès). Ces rapports ne sont pas égaux donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

Exercice 2 :

Taille en cm	0	8	12	14	16	17	18	19	20	21	22
Effectif	1	2	2	4	2	2	3	3	4	4	2

1. 1 + 2 + 2 = 5 donc 5 plantules ont une taille qui mesure au plus 12 cm.
2. Étendue de la série : plus grande taille − plus petite taille = 22 − 0 = 22.
3. Moyenne de la série :

$$\frac{0\times1 + 8\times2 + 12\times2 + 14\times4 + 16\times2 + 17\times2 + 18\times3 + 19\times3 + 20\times4 + 21\times4 + 22\times2}{29} = \frac{481}{29} \approx 16,6$$

4. La série comporte 29 nombres donc la médiane est le 15ème nombre de la série ordonnée (14 avant et 14 après) : la médiane est donc 18. Plus de la moitié des plantules ont une taille supérieure ou égale à 18 cm.

5. Nombre de plantules mesurant 14 cm ou plus : 4 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 2 = 24
   Pourcentage des élèves de la classe ayant bien respecté le protocole :
   $\frac{24}{29} \approx 0,83$ (arrondi à l'unité de 82,758…) donc 83% des élèves ont bien respecté le protocole.

6. Si on ajoute la donnée du professeur à cette série, la série comporte alors 30 nombres.
   La médiane est alors la moyenne des 15ème et 16ème nombres de la série ordonnée.
   Si la plantule du professeur mesure plus de 18 cm, le nombre 18 serait aux 14ème, 15ème et 16ème places de la série ordonnée.
   Si la plantule du professeur mesure moins de 18 cm, le nombre 18 serait aux 15ème, 16ème et 17ème places de la série ordonnée.
   Dans les deux cas, les 15ème et 16ème nombres sont toujours 18 donc la médiane sera toujours 18.

Exercice 3 :

1. Sur la Terre, l'accélération de la pesanteur de la Terre g_T est environ de 9,8.
   Poids (en Newton) sur Terre d'un homme ayant une masse de 70 kg : $70 \times 9{,}8 = 686$ N.

2. Sur la lune, la relation **P** = **mg** est toujours valable.
   On donne le tableau de correspondance Poids-Masse sur la lune :

Masse (en kg)	3	10	25	40	55
Poids (en N)	5,1	17	42,5	68	93,5

a. $\dfrac{5{,}1}{3} = 1{,}7$ $\quad \dfrac{17}{10} = 1{,}7$ $\quad \dfrac{42{,}5}{25} = 1{,}7$ $\quad \dfrac{68}{40} = 1{,}7$ $\quad \dfrac{93{,}5}{55} = 1{,}7$.
Le tableau ci-dessus est un tableau de proportionnalité de coefficient 1,7.

b. P = mg donc $g = \dfrac{P}{m}$ donc g = 1,7. L'accélération de la pesanteur sur la lune est 1,7.

c. $\dfrac{9{,}8}{1{,}7} \approx 5{,}76$. L'accélération de la pesanteur est près de 6 fois plus faible sur la lune que sur la Terre donc il est vrai que l'on pèse environ 6 fois moins lourd sur la lune que sur la Terre.

3. Le dessin ci-dessous représente un cratère de la lune. BCD est un triangle rectangle en D.

a. Dans le triangle BCD rectangle en D :

$\tan \widehat{BCD} = \dfrac{BD}{CD}$

$\tan 4{,}3° = \dfrac{BD}{29}$

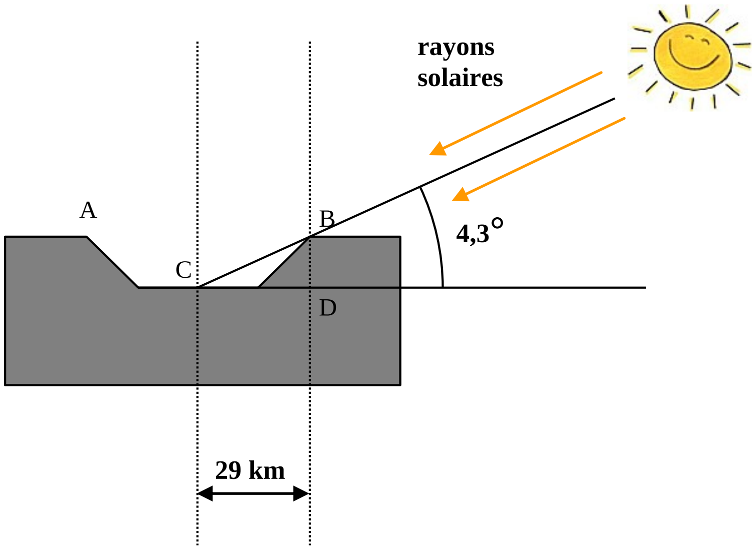
BD = $\tan 4{,}3 \times 29 \approx 2{,}2$ km (arrondi de 2,18…)

b. CD représente 20 % de AB

$CD = \dfrac{20}{100} \times AB = \dfrac{1}{5} \times AB$

donc AB est 5 fois plus grand que CD

donc AB = 29 km × 5 = 145 km

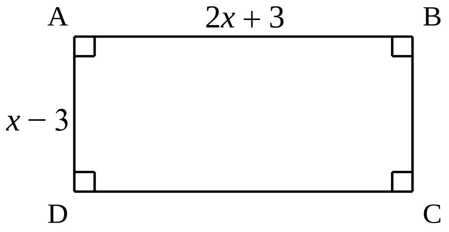


Exercice 4 :

1. $2 \times 6^2 - 3 \times 6 - 9 = 2 \times 36 - 18 - 9 = 72 - 27 = 45$
   donc si on tape le nombre 6 dans la cellule A17,
   on va obtenir 45 dans la colonne B17.

2. Dans la colonne B, l'expression $2x^2 - 3x - 9$ est nulle
   pour $x = -1,5$ et $x = 3$
   donc $-1,5$ et 3 sont deux solutions de l'équation : $2x^2 - 3x - 9$.

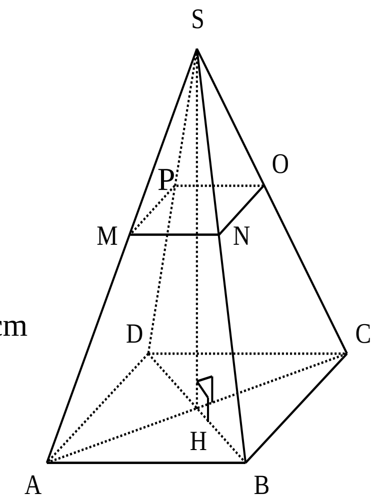
3. Aire du rectangle ABCD :
   $(2x + 3)(x - 3) = 2x^2 - 6x + 3x - 9 = 2x^2 - 3x - 9$
   $2x^2 - 3x - 9 = 5$ pour $x = 3,5$ (ligne 13 du tableau)
   L'aire du rectangle est donc égale à 5 pour $x = 3,5$.



	A	B
	x	$2x^2 - 3x - 9$
1	$-2,5$	11
2	-2	5
3	$-1,5$	0
4	-1	-4
5	$-0,5$	-7
6	0	-9
7	0,5	-10
8	1	-10
9	1,5	-9
10	2	-7
11	2,5	-4
12	3	0
13	3,5	5
14	4	11
15	4,5	18
16	5	26
17		

Exercice 5 :

ABCD est un carré. $V = 108$ cm^3. SH = 9 cm.



1. a. Aire de ABCD = $\dfrac{\text{Volume} \times 3}{\text{hauteur}} = \dfrac{108 \times 3}{9} = 36$ cm^2.

   b. Aire de ABCD = $AB^2 = 36$ donc $AB = \sqrt{36} = 6$ cm.

   c. ABCD est un carré donc ABC est un triangle rectangle en B.
      $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (propriété de Pythagore) donc $AC^2 = 36 + 36 = 72$
      d'où $AC = \sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$
      Périmètre du triangle ABC = AB + BC + AC = $6 + 6 + 6\sqrt{2} = 12 + 6\sqrt{2}$ cm

2. SMNOP est une réduction de la pyramide SABCD.
   Aire du carré MNOP = 4 cm^2.

   a. Quand on divise les dimensions d'un solide par un nombre k, les aires sont divisées par k^2 et les volumes par k^3.
      L'aire du carré ABCD est égale à 36 cm^2.L'aire du carré MNOP est égale à 4 cm^2 donc elle est 9 fois plus petite que l'aire du carré ABCD. $9 = 3^2$ donc le coefficient de réduction est 3.
      Le volume de la pyramide SMNOP est donc 3^3 fois plus petit que le volume de la pyramide SABCD donc 27 fois plus petit que le volume de la pyramide SABCD.
      Volume de la pyramide SMNOP = $\dfrac{108 \text{ cm}^3}{27} = 4$ cm^3.

   b. Élise a raison : les longueurs (donc le périmètre) sont divisées par le coefficient de réduction donc ici par 3.
      Vérification (non demandée) : $MO = \dfrac{AC}{3} = \dfrac{6\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2}$ et $MN = NO = \dfrac{AB}{3} = \dfrac{6}{3} = 2$
      Périmètre de MNO = $2 + 2 + 2\sqrt{2} = 4 + 2\sqrt{2} = \dfrac{12 + 6\sqrt{2}}{3} = \dfrac{\text{périmètre de ABC}}{3}$

Exercice 6 :

Le Rover Curiosity de la Nasa a parcouru une distance d'environ 560 millions de km en 255 jours.

1. Durée du vol : $255 \times 24 = 6\,120$ heures

2. Vitesse moyenne : $\dfrac{560\,000\,000}{6120} \approx 9200$ km/h. (arrondi à la centaine de 9150,13…).

3. Temps mis par les images pour parcourir la distance Mars-Terre :

   $\dfrac{248 \times 10^6}{300\,000} \approx 826{,}66\ldots$ secondes arrondi à 827 secondes

   867 secondes = $60 \times 14 + 27$ secondes = 14 min 27 s

   Les premières images prises par le Rover ont été émises de Mars à 7h 48min le 6 août 2012 :
   Les premières images seront donc reçues à 7 h 48 min + 14 min 27 s donc à 8 h 02 min 27 s ou encore à 8 h 02 min (réponse demandée à la minute près)